

2 Grundlagen der Vorgelegegetriebe

Nach der einleitenden Betrachtung über die Einordnung der Getriebe sollen in diesem und im nächsten Kapitel die beiden wichtigsten Bauformen der Zahnradgetriebe, das Zahnradvorgelege- und das Zahnradplanetengetriebe behandelt werden. Die ältere Vorgelegebauweise hat sich im gesamten Maschinenbau in konstruktiver Hinsicht und ganz besonders mit Rücksicht auf den Preis als günstigste Lösung erwiesen, während die neuere Planetenbauweise auf Grund ihrer unterteilten Leistungsübertragung und kreissymmetrischen Bauform in Hochleistungsgetrieben des Schiffs- und Turbinengetriebebaus, in stationären Getrieben sowie in automatisch geschalteten Fahrzeuggetrieben Vorteile bietet. Aber gerade bei einigen Großgetrieben für Schiffe und Kraftwerke ist man in jüngster Zeit, nicht zuletzt aus Preisgründen, wieder auf das Vorgelege- oder Mehrwellen-Vorgelegegetriebe zurückgekommen, wobei man jedoch die an Planetengetrieben gesammelten Erfahrungen hinsichtlich des Belastungsausgleichs, der gelenkigen und elastischen Aufhängung, der Gleitlager usw. übernommen hat, s. Beispiel in Abb. 3.68.

2.1 Aufbau, Definition

Unter einem Vorgelegegetriebe versteht man in der Regel ein Getriebe mit je einer An- und Abtriebswelle und einer im Gehäuse gelagerten Vorgelegewelle.

Die Abb. 2.1 bis 2.3 zeigen den grundsätzlichen Aufbau:

- Abb. 2.1 ein einstufiges Zahnradgetriebe mit Antrieb A und achsversetzter Welle V , die den Abtrieb B bildet.
- Abb. 2.2 ein zweistufiges Zahnradgetriebe mit Antrieb A und coaxialem Abtrieb B . Die „vorgelegte“ Welle V begründet die Namensbildung *Vorgelegegetriebe*.
- Abb. 2.3 ein Vorgelege-Schaltgetriebe (für Lastkraftwagen) mit sechs Vorwärtsgängen und einem Rückwärtsgang.

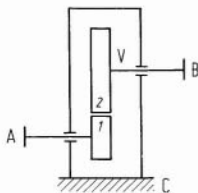


Abb. 2.1. Einstufiges Vorgelegegetriebe.

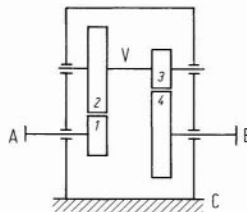


Abb. 2.2. Zweistufiges Vorgelegegetriebe.

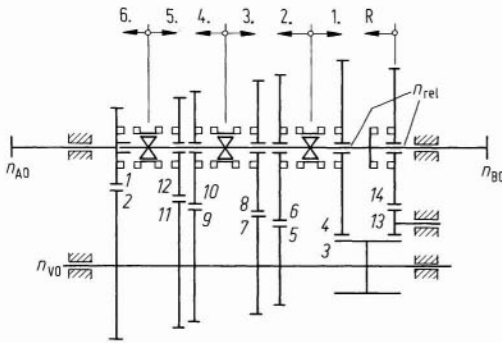


Abb. 2.3. Vorgelege-Schaltgetriebe. Sechs Vorwärtsgänge: zweistufig, ein Rückwärtsgang: dreistufig. Radpaar 1-2 = „Konstante“.

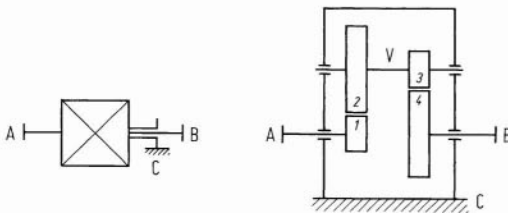


Abb. 2.4. Bezeichnungen der Wellen und Räder an Vorgelegegetrieben.

A Antriebswelle;
 B Abtriebswelle;
 C Festglied (Reaktionsglied), konstruktiv stillgesetzte Welle;
 V Vorgelegewelle;
 $1-4$ Zahnräder mit Zähnezahlen z_1 bis z_4 .

In allen Beispielen haben die Vorgelegewellen V raumfeste Achsen. Im Gegensatz zu Umlauf- oder Planetengetrieben laufen sie nicht um; kinematisch gesehen spricht man daher auch von *Standgetrieben*. Konstruktionen mit zwei oder mehr Vorgelegewellen (Leistungsteilung) werden auch „Parallelwellengetriebe“ oder „Mehrwellen-Vorgelegegetriebe“ genannt.

2.2 Bezeichnungen

Die äußeren Anschlußwellen eines Getriebes erhalten die Großbuchstaben A , B , C , die Vorgelegewelle den Buchstaben V und die Räder die Ziffern 1 , 2 , 3 , 4 ... (Abb. 2.4). Bei bekanntem Antrieb soll vorzugsweise der Antrieb mit A , der Abtrieb mit B und die ortsfeste Abstützung (Gehäuse) mit C bezeichnet werden. Bei mehreren An- oder Abtrieben, d.h. bei Sammel- oder Verteilgetrieben werden die Anschlußwellen mit A_1 , A_2 , A_3 , ..., B_1 , B_2 , B_3 , ... und C_1 , C_2 , C_3 , ... bezeichnet.

2.3 Berechnungsgrundlagen von Vorgelegegetrieben

Die folgenden Ausführungen gelten teilweise nicht nur für Vorgelegegetriebe allein, sondern für Getriebe im allgemeinen.

2.3.1 Drehzahlen

Die Drehzahlen erhalten zwei Indizes; der erste kennzeichnet das Teil, der zweite das Bezugsteil, zum Beispiel:

n_{A0} oder n_A	Absolutdrehzahl des Teils A gegenüber der ruhenden Umgebung 0. (Der Index 0 kann weggelassen werden.)
$\omega_{A0} = 2\pi n_{A0}$ oder $\omega_A = 2\pi n_A$	Absolute Winkelgeschwindigkeit des Teils A gegenüber der ruhenden Umgebung 0.
$n_{AB} = n_A - n_B$ oder $\omega_{AB} = \omega_A - \omega_B$	Relativdrehzahl bzw. Relativwinkelgeschwindigkeit des Teils A gegenüber Bezugsteil B .

Die Drehzahlen aller Wellen mit gleicher Drehrichtung haben gleiche Vorzeichen. Die positive Drehrichtung wird beliebig gewählt (z. B. Drehrichtung der Antriebswelle). Drehzahlen mit entgegengesetztem Drehsinn sind dann negativ.

Für die Drehzahlermittlung gibt es graphische und rechnerische Möglichkeiten.

An dem einstufigen Vorgelegegetriebe von Abb. 2.1 bzw. 2.5 soll der Kutzbachsche Geschwindigkeits- und Drehzahlplan dargestellt und abgeleitet werden. Durch die Dreh- und Wälzpunkte der Getriebeglieder werden waagerechte Wirkungslinien gezogen, zwischen die der Geschwindigkeitsverlauf von Rad 1 und 2 eingezeichnet wird, Abb. 2.5. Der Geschwindigkeitsplan wird zum Drehzahlplan erweitert, indem man einen Punkt zum Pol P erklärt und alle Geschwindigkeitslinien (evtl. durch Parallelverschiebung) durch diesen Pol P legt. Es entsteht ein Geradenbüschel. Auf einer „Ablesegeraden“ $x-x$ in einem beliebigen Polabstand H lassen sich dann bei Wahl eines bestimmten Drehzahlmaßstabs die Drehzahlen ablesen: Zwischen den beiden Ursprungsgeraden $A/1$ und 0 liegt die Antriebsdrehzahl n_{A0} bzw. n_{10} , zwischen den Ursprungsgeraden $B/2$ und 0 die Abtriebsdrehzahl n_{B0} bzw. n_{20} . Die zeichnerisch gefundene Übersetzung beträgt $i = n_A/n_B = +2/-1 = -2$.

Der Beweis ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke:

$$\frac{n_{10}}{H} = \frac{v_1}{r_1}, \quad \frac{n_{20}}{H} = -\frac{v_2}{r_2}.$$

In den Betriebswälzkreisen gilt $v_1 = v_2$. Daraus folgt

$$v_1 H = v_2 H = n_{10} r_1 = -n_{20} r_2.$$

Ersetzt man hierin das Verhältnis der oft unbekannten Betriebswälzkreis-Halbmesser r_2/r_1 durch das Zähnezahlnverhältnis z_2/z_1 , so ergibt sich für die Übersetzung

$$i = \frac{n_A}{n_B} = \frac{n_{10}}{n_{20}} = -\frac{r_2}{r_1} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{20}{10} = -2.$$

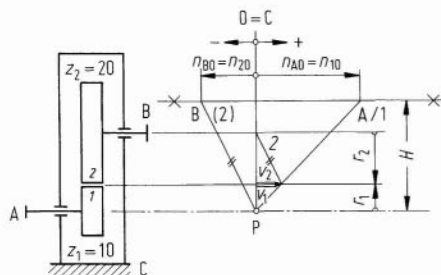


Abb. 2.5. Kutzbachscher Drehzahlplan für einstufiges Vorgelegegetriebe.

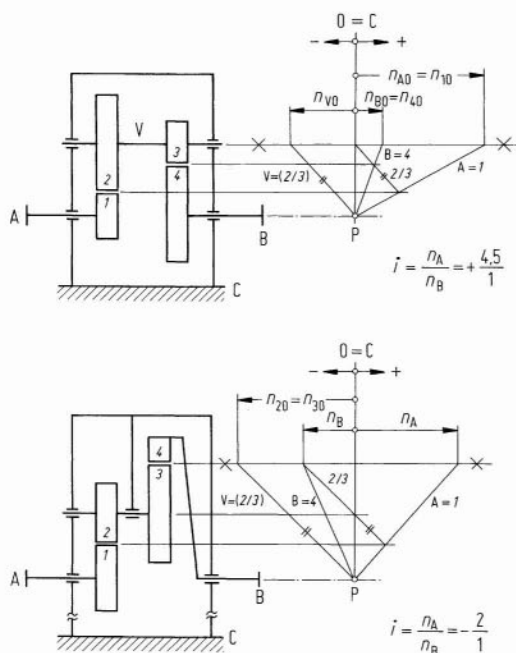


Abb. 2.6. Kutzbach-Pläne für zweistufige Vorgelegegetriebe.

Abbildung 2.6 zeigt zwei weitere Beispiele für die graphische Drehzahl-Ermittlung nach Kutzbach.

Der Kutzbachsche Drehzahlplan kann auch für komplizierte Räderanordnungen sowie für einfache und zusammengesetzte Planetengetriebe empfohlen werden (s. Kap. 3). Nur bei Getrieben mit geeigneten Achsen, räumlich versetzten Zwischenrädern (Planetenradpaaren) und Kegelrädern ist wegen möglicher Maßstabfehler Vorsicht geboten [39].

2.3.2 Relativdrehzahlen (für Lagerberechnung)

Die Relativdrehzahl zwischen zwei beliebigen Gliedern kann entweder im Drehzahlplan auf der Ablesegeraden $x-x$ als Abstand zwischen den Drehzahlstrahlen der beiden Glieder abgegriffen werden oder rechnerisch aus der Differenz der Drehzahlen zu einem anderen Bezugsteil bzw. einfach aus der Differenz der Absolutdrehzahlen ermittelt werden, Abb. 2.7.

Allgemein gilt

$$n_{ik} = -n_{ki} \quad \left| \quad n_{AB} = -n_{BA} \right. \quad (5)$$

$$n_{ik} = n_{ix} + n_{kx} = n_{ix} - n_{kx} \quad \left| \quad n_{AB} = n_{A0} + n_{0B} = n_{A0} - n_{B0} = n_A - n_B \right. \quad (6)$$



- 1) gleiche „innere“ Indizes unwirksam
- 2) ungleiche „äußere“ Indizes maßgebend

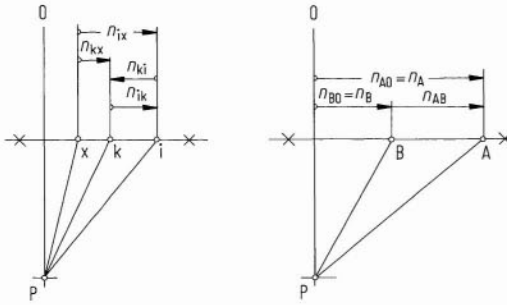


Abb. 2.7. Kutzbachscher Drehzahlplan mit eingetragenen Relativdrehzahlen.

2.3.3 Übersetzung (Übersetzungsverhältnis)

Die Übersetzung ist das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeit des treibenden Glieds zu der des getriebenen Glieds, vgl. DIN 868, DIN 3960 und VDI 2127.

$$\text{Übersetzung} \quad i = i_{AB} = \frac{\omega_{an}}{\omega_{ab}} = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \frac{n_A}{n_B}. \quad (7)$$

Bei Vorgelegegetrieben nach Abb. 2.1 bis 2.3 berechnet sich die Übersetzung aus den Zähnezahlen:

$$\text{Abb. 2.1:} \quad i = \frac{n_A}{n_B} = \left(\frac{+}{-} \right) \frac{z_2}{z_1} = - \frac{z_2}{z_1},^1 \quad (8)$$

$$\text{Abb. 2.2:} \quad i = \frac{n_A}{n_B} = \left(\frac{+}{-} \right) \frac{z_4}{z_3} \frac{z_2}{z_1} = + \frac{z_4 z_2}{z_3 z_1}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{Abb. 2.3:} \quad & \left. \begin{aligned} 1. \text{ Gang: } i_1 &= \frac{z_2}{z_1} \frac{z_4}{z_3} \\ 2. \text{ Gang: } i_2 &= \frac{z_2}{z_1} \frac{z_6}{z_5} \\ 3. \text{ Gang: } i_3 &= \frac{z_2}{z_1} \frac{z_8}{z_7} \\ &\vdots \\ 6. \text{ Gang: } i_6 &= 1:1 \\ \text{R.-Gang: } i_R &= - \frac{z_2}{z_1} \frac{z_{14}}{z_3} \end{aligned} \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

¹ In DIN 3960 „Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare)“ ist die Zähnezahl z eines außenverzahnten Stirnrads (Außenrads) eine *positive* und die Zähnezahl z eines innenverzahnten Stirnrads (Hohlrads) eine *negative* Größe. Diese Regel gilt nicht für Kegelräder.

Da in diesem Buch Getriebe (Vorgelege- und Planetengetriebe, Differentiale) mit Stirn- und Kegelrädern behandelt werden, wird von DIN 3960 abgegangen. Für die Zähnezahlen z sind immer Absolutwerte einzusetzen. Das Vorzeichen der Übersetzung $i = n_A/n_B$ ergibt sich allein aus der Überlegung, ob die Wellen A und B gleiche oder entgegengesetzte Drehrichtungen haben.

- $i = +$ gleiche Drehrichtung von An- und Abtriebswelle, (Vorwärtsgänge),
 $i = -$ entgegengesetzte Richtung von An- und Abtrieb, (Rückwärtsgang),
 $i > 1$ Übersetzung ins Langsame, z. B. $i = 4:1 = 4$,
 $i < 1$ Übersetzung ins Schnelle, z. B. $i = 1:4 = 0,25$.

Besonderheiten bei stufenlosen Getrieben oder Getriebekombinationen:

- $i = \infty$ stehender Abtrieb bei drehendem Antrieb (Anfahrpunkt),
 $i = 0$ stehender Antrieb ($n_A = 0$) oder mit Drehzahl $n_B = \infty$ „durchgehender“ Abtrieb.

Die Aufteilung der zwei- oder mehrstufigen Gesamtübersetzung i in die Einzelübersetzungen der Radpaare, die damit zusammenhängende Baugröße und die Wahl der Zähnezahlen ist von der äußeren Übersetzungsaufgabe her freigestellt und kann nach Gesichtspunkten einer optimalen Gewichts- und Verzahnungsauslegung erfolgen. In [6] wird die Übersetzungsaufteilung von ein-, zwei- und mehrwelligen Vorgelegegetrieben sowie von Planetengetrieben so variiert, daß sich ein Minimum des Bauvolumens ermitteln läßt, und in [5] wird ein Verfahren gezeigt, mit dem die Zähnezahlen der Zahnräder an Hand von einfachen Kennwerten so bestimmt werden können, daß sich eine hinsichtlich Flanken- und Fußtragfähigkeit ausgewogene Verzahnung ergibt. Bei umgekehrter Fragestellung kann von einem Getriebe, dessen Zähnezahlen festliegen, ausgesagt werden, ob die Fuß- und Flankentragfähigkeit des Werkstoffs gleich gut ausgenützt sind.

2.3.4 Übersetzungsbereich, Verstellbereich, Spreizung

Unter Übersetzungsbereich versteht man das Verhältnis der maximalen zur minimalen Übersetzung in einem Stufengetriebe

$$\varrho = \frac{i_{\max}}{i_{\min}}, \quad (11)$$

z. B. $\varrho = \frac{10:1}{1:2} = \frac{10}{0,5} = 20$.

Bei stufenlosen Getrieben spricht man von *Verstellbereich*. Im Fahrzeugbau benutzt man den Ausdruck *Spreizung* s oder φ .

2.3.5 Übersetzungssprung (Übersetzungsstufe, Stufensprung)

Der Übersetzungssprung ist das Verhältnis oder der „Abstand“ zweier benachbarter Übersetzungsverhältnisse in einem Stufengetriebe

$$\varphi_{12} = \frac{i_{1. \text{ Gang}}}{i_{2. \text{ Gang}}}, \quad \varphi_{23} = \frac{i_{2. \text{ Gang}}}{i_{3. \text{ Gang}}}, \dots \quad \text{usw.} \quad (12)$$

z. B. $\varphi_{12} = \frac{4,5:1}{3:1} = 1,5$.

In den meisten Stufen(schalt-)getrieben des allgemeinen Maschinenbaus und insbesondere des Werkzeugmaschinenbaus werden von Gang zu Gang gleichbleibende Übersetzungssprünge gefordert, d. h. die Übersetzungen zwischen i_{\min} und i_{\max} bilden eine geometrische Reihe. Sind die kleinste und größte Übersetzung sowie die Anzahl n der Gänge bekannt, so berechnet sich der Übersetzungssprung aus der $(n-1)$ ten Wurzel des Übersetzungsbereichs:

$$\varphi = \sqrt[n-1]{\frac{i_{\max}}{i_{\min}}} = \sqrt[n-1]{\varrho} \quad (13)$$

Beispiel:

$$\left. \begin{array}{l} i_{\max} = 8:1 \\ i_{\min} = 2:1 \\ n = 5 \end{array} \right\} \varphi = \sqrt[4]{\frac{8}{2}} = 1,41.$$

$$i_1 = 2:1, \quad i_2 = 2,83:1, \quad i_3 = 4:1, \quad i_4 = 5,66:1, \quad i_5 = 8:1.$$

In Fahrzeuggetrieben sind die Übersetzungssprünge in den oberen Gängen (3./4. Gang) kleiner als in den unteren Gängen (1./2. Gang), da in den oberen Gängen mehr gefahren wird und sich so ein besseres Beschleunigungsverhalten im gesamten Fahrbereich ergibt. Als Richtwert kann gesagt werden, daß die Übersetzungssprünge ihrerseits etwa eine geometrische Reihe bilden.

Bei Zusammenarbeit mit einem Gruppengetriebe² sollen bzw. müssen jedoch die Übersetzungssprünge in allen Stufen ungefähr gleich sein (geometrische Reihe), da man sonst beim Durchschalten aller Gänge ungleichmäßig abwechselnd einen großen und kleinen Übersetzungssprung erhalten würde.

Beispiel: $4 \times 2 = 8$ -Gang-Getriebe

Viergang-Vorgelegegetriebe				Zweigan- Nachschaltgruppe	
Gang	geometrisch		nicht geometrisch		
	i	φ	i	φ	
1/2	8:1	2	8:1	2,67	$i_I = \sqrt{2}:1$ $= 1,41:1$ $i_{II} = 1:1$
3/4	4:1	2	3:1	2	
5/6	2:1	2	1,5:1	1,5	
7/8	1:1	2	1:1		

Übersetzungen und Übersetzungssprünge des Gruppengetriebes:

Gang	geometrisch		nicht geometrisch	
	i	φ	i	φ
1	11,31:1	1,41	11,31:1	1,41
2	8:1	1,41	8:1	1,89!
3	5,66:1	1,41	4,24:1	1,41
4	4:1	1,41	3:1	1,41
5	2,83:1	1,41	2,12:1	1,41
6	2:1	1,41	1,5:1	1,06!
7	1,41:1	1,41	1,41:1	1,41
8	1:1	1,41	1:1	

² Gruppengetriebe: Meist zweigängiges vor- oder nachgeschaltetes Stufengetriebe zur Verdoppelung (oder Vervielfachung) der Gangzahl und des Übersetzungsbereichs eines Getriebes → Mehrbereichsgetriebe.

2.3.6 Drehzahl der Vorgelegewelle

Die Vorgelegewelldrehzahl n_v (Abb. 2.3) wird durch die beiden Zähnezahlen der Konstanten bestimmt; sie ist unabhängig von dem jeweils eingeschalteten Gang

$$n_v = -\frac{z_1}{z_2} n_A. \quad (14)$$

2.3.7 Relativdrehzahlen der Losräder

In einem Vorgelegegeschaltgetriebe (Abb. 2.3) drehen sich die am Leistungsfluß beteiligten Zahnräder immer mit n_A , n_v und dem jeweiligen n_B . Die leer mitlaufenden, auf der Abtriebswelle gelagerten Losräder haben dabei folgende Relativdrehzahlen n_{nB} :

$$\left. \begin{array}{l} \text{1.-Gang-Losrad 4: } \frac{n_{4B}}{n_{A0}} = \frac{1}{i_1} - \frac{1}{i} \\ \text{2.-Gang-Losrad 6: } \frac{n_{6B}}{n_{A0}} = \frac{1}{i_2} - \frac{1}{i} \\ \vdots \\ \text{n.-Gang-Losrad x: } \frac{n_{xB}}{n_{A0}} = \frac{1}{i_n} - \frac{1}{i} \end{array} \right\} \quad (15)$$

Für i sind die Übersetzungen i_1, i_2, \dots, i_n einzusetzen.

Beispiel für das Sechsganggetriebe in Abb. 2.3.

Zähnezahlen:

$$\begin{array}{lllllll} z_1 = 19 & z_3 = 12 & z_5 = 15 & z_7 = 22 & z_9 = 27 & z_{11} = 36 & z_{13} = 12 \\ z_2 = 41 & z_4 = 50 & z_6 = 36 & z_8 = 32 & z_{10} = 26 & z_{12} = 24 & z_{14} = 47. \end{array}$$

Übersetzungen i und Übersetzungssprünge φ nach Gl. (10) und (12) sind in Tabelle 2.1 und die Relativdrehzahlen n_{nB}/n_{A0} nach Gl. (15) sind in Tabelle 2.2 zusammengefaßt. Das Plus- bzw. Minusvorzeichen bedeutet, daß das Losrad schneller bzw. langsamer als die Abtriebswelle dreht. Beispiel für das eingerahmte Feld: Bei eingeschaltetem 3. Gang hat das 4.-Gang-Losrad (mit $z_{10} = 26$ Zähnen) gegenüber der Abtriebswelle eine Relativdrehzahl von $n_{10B} = +0,162 n_A$.

Die Relativdrehzahl zwischen An- und Abtriebswelle beträgt immer

$$n_{AB} = n_A - n_B = \left(1 - \frac{1}{i}\right) n_A = \frac{i-1}{i} n_A. \quad (16)$$

Tabelle 2.1. Übersetzungen i und Übersetzungssprünge φ

i	$1/i$	φ
$i_1 = 8,991$	$1/i_1 = 0,111$	
$i_2 = 5,179$	$1/i_2 = 0,193$	$\varphi_{12} = 1,736$
$i_3 = 3,139$	$1/i_3 = 0,319$	$\varphi_{23} = 1,650$
$i_4 = 2,078$	$1/i_4 = 0,481$	$\varphi_{34} = 1,511$
$i_5 = 1,439$	$1/i_5 = 0,695$	$\varphi_{45} = 1,444$
$i_6 = 1,000$	$1/i_6 = 1,000$	$\varphi_{56} = 1,439$
$i_R = -8,452$	$1/i_R = -0,118$	

Tabelle 2.2. Relativdrehzahlen n_{nB}/n_{A0} Gl. (15)

	1. Gang	2. Gang	3. Gang	4. Gang	5. Gang	6. Gang	R.-Gang
1.-Gang-Losrad 4	0	-0,082	-0,208	-0,370	-0,584	-0,889	+0,229
2.-Gang-Losrad 6	+0,082	0	-0,126	-0,288	-0,502	-0,807	+0,311
3.-Gang-Losrad 8	+0,208	+0,126	0	-0,162	-0,376	-0,681	+0,437
4.-Gang-Losrad 10	+0,370	+0,288	+0,162	0	-0,214	-0,519	+0,599
5.-Gang-Losrad 12	+0,584	+0,502	+0,376	+0,214	0	-0,305	+0,813
R.-Gang-Losrad 14	-0,229	-0,311	-0,437	-0,599	-0,813	-1,118	0

2.3.8 Drehmomente

T_A	Drehmoment an der (Antriebs-)Welle A,
T_B	Drehmoment an der (Abtriebs-)Welle B,
T_C	Drehmoment an der Welle C (Reaktionsmoment, Abstützmoment wenn C = Festglied),
T_V	Drehmoment an der Vorgelegewelle V,
T_X	Drehmoment am Bauteil X,
T_1, T_2	Drehmoment an Rad 1, Rad 2,
μ	Drehmomentwandlung, Verhältnis der äußeren Drehmomente von Abtrieb und Antrieb,
η	Getriebewirkungsgrad, s. Abschn. 2.3.10,
Vorzeichen	Drehmomente, deren Wirkungsrichtung auf das betrachtete Teil gleich der positiv definierten Drehrichtung dieses Teils ist, sind positiv und umgekehrt.

Für das einstufige Zahnradgetriebe (Abb. 2.1) ergeben sich die in Abb. 2.8 eingezeichneten äußeren und inneren Drehmomente.

	Drehmomente (Wirkungsgrad η , s. Abschn. 2.3.10)
Summe der äußeren Momente = 0	$T_A + T_B + T_C = 0$
Summe der Momente an jedem Einzelteil = 0	$T_A + T_1 = 0$ $T_B + T_2 = 0$
aus der Leistungsbilanz $T_B n_B = -T_A n_A \eta$ folgt hieraus	$T_B = -i\eta T_A$ $T_C = -(T_A + T_B)$ $= -(1 - i\eta) T_A$
Wandlung	$\mu = \frac{T_B}{T_A} = -i\eta$

Bei Vernachlässigung der Verluste (verlustfreies Getriebe) ist $\eta = 1$ zu setzen.

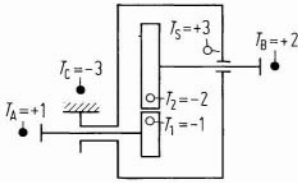


Abb. 2.8. Drehmomente am einstufigen Vorgelegegetriebe. Die Zahlenwerte gelten für das Beispiel

$$T_A = 1, i = -2, \eta = 1.$$

Für das zweistufige Vorgelegegetriebe (Abb. 2.2 und 2.9) ergeben sich folgende Drehmomentbeziehungen:

	Drehmomente (Wirkungsgrad η , s. Abschn. 2.3.10)	
Summe der äußeren Momente = 0	$T_A + T_B + T_C = 0$	
Summe der Momente an jedem Einzelteil = 0	$T_A + T_1 = 0$ $T_B + T_4 = 0$ $T_C + T_V = 0$	
Summe der inneren Momente = 0	$T_1 + T_4 + T_V = 0$	
aus der Leistungsbilanz $T_B n_B = -T_A n_A \eta$ folgt oder „innen“	$T_B = -i\eta T_A$ $T_4 = -i\eta T_1$	(18)
hieraus folgt weiter	$T_C = -(T_A + T_B)$ $= -(1 - i\eta)T_A$ $= -\left(1 - \frac{1}{i\eta}\right)T_B$	
Wandlung	$\mu = \frac{T_B}{T_A} = -i\eta$	
verlustfreies Getriebe	$\eta = 1$	

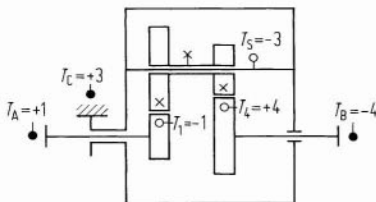


Abb. 2.9. Drehmomente am zweistufigen Vorgelegegetriebe:

entweder ● außen an den Anschlußwellen,
oder ○ innen an den Zentralrädern und Vorgelegewelle,
oder × direkt am Stufenzwischenrad (nicht unbedingt empfehlenswert).

Die Zahlenwerte gelten für das Beispiel

$$T_A = 1, i = +4, \eta = 1.$$

Bei Drehmomentberechnungen³ wird häufig folgende Gleichung benötigt:

$$T = Fr = 9\,549 \cdot \frac{P}{n}$$

Drehmoment T in Nm, Kraft F in N, Hebelarm r in m, Leistung P in kW, Drehzahl n in min^{-1} .

Die Einheit des Drehmoments ergibt sich aus dem Produkt der gewählten Kraft- und Längeneinheit; z. B. Newtonmeter (Nm), foot-pound (ft lb) inch-pound (in lb).

Die Einheiten des Drehmoments (Kraft \times Hebelarm) gleichen den Einheiten für Arbeit und Energie (Kraft \times Weg), da Hebelarm und Weg die gleiche Längeneinheit (m, cm usw.), aber nicht die gleiche Bedeutung haben. Das Drehmoment ist sinngemäß eine „Drehkraft“ und keine Arbeit; d. h. ein Vektor, im Gegensatz zur Arbeit als skalarer Größe.

Die internationale Einheit für Arbeit, Energie und Wärmemenge ist das Joule (J). 1 Joule (J) = 1 Newtonmeter (Nm) = 1 Wattsekunde (Ws).

- Umrechnung zu früher gebräuchlichen Einheiten (Kilopondmeter kpm, Pferdekraftstunde PSh, Kilokalorie kcal und Kilowattstunde kWh):

Arbeit	J	kpm	PSh	kcal	kWh
1 J =	1	0,102	$377,7 \cdot 10^{-9}$	$239 \cdot 10^{-6}$	$277,8 \cdot 10^{-6}$
1 kpm =	9,807	1	$3,704 \cdot 10^{-6}$	$2,342 \cdot 10^{-3}$	$2,724 \cdot 10^{-9}$
1 PSh =	$2,648 \cdot 10^6$	$270 \cdot 10^3$	1	632,5	0,7355
1 kcal =	4186,8	426,9	$1,581 \cdot 10^{-3}$	1	$1,163 \cdot 10^{-3}$
1 kWh =	$3,6 \cdot 10^6$	$367,1 \cdot 10^3$	1,36	860	1

- Umrechnung zu englischen und amerikanischen Arbeitseinheiten (horse-power-hour hph, foot-pound ft lb, inch-pound in lb, inch-ounce in oz, british thermal unit Btu oder B):

Arbeit	J	kpm	PSh	kcal	kWh
1 hph =	$2,685 \cdot 10^6$	$273,8 \cdot 10^3$	1,014	641,3	0,745 7
1 ft lb =	1,356	0,138 3	$0,512 1 \cdot 10^{-6}$	$0,324 \cdot 10^{-3}$	$0,376 8 \cdot 10^{-6}$
1 in lb =	0,113	$11,525 \cdot 10^{-3}$	$42,676 \cdot 10^{-9}$	$27 \cdot 10^{-6}$	$31,4 \cdot 10^{-9}$
1 in oz =	$7,062 5 \cdot 10^{-3}$	$0,72 \cdot 10^{-3}$	$2,667 \cdot 10^{-9}$	$1,687 5 \cdot 10^{-6}$	$1,962 5 \cdot 10^{-9}$
1 Btu =	1055	107,6	$398,4 \cdot 10^{-6}$	0,252	$293 \cdot 10^{-6}$

2.3.9 Leistungen

P_A Wellenleistung (Absolutleistung) an der Welle A,

P_1 Wellenleistung am Rad I.

³ Voraussetzung: Konstante Kraft bzw. konstantes Drehmoment und gleichförmige Bewegung.

Die Leistung berechnet sich aus dem Produkt von Winkelgeschwindigkeit (bzw. Drehzahl) und Drehmoment

$$P = \omega T = 2\pi nT. \quad (19)$$

Zur Leistungsberechnung sind hier lediglich die Drehzahlen nach Abschn. 2.3.1 und die Drehmomente nach Abschn. 2.3.8 einzusetzen.

Bereits das Vorzeichen der Leistung läßt erkennen, ob an der betrachteten Stelle eine Leistung in das Bauteil hinein- oder herausfließt, Abb. 2.10 bis 2.12.

— Positives Leistungs-Vorzeichen

Die Leistung fließt an der betrachteten Stelle in das Teil hinein, zugeführte Leistung, Antriebsleistung.

— Negatives Leistungs-Vorzeichen

Die Leistung fließt an der betrachteten Stelle aus dem Teil heraus, abgeführte Leistung, Abtriebsleistung.

Die Feststellung sämtlicher Vorzeichen vor Beginn der eigentlichen Rechnung stellt eine sichere Schnellinformation über das Betriebsverhalten (Drehrichtung, Drehmomentrichtung, Leistungsfluß) von Getrieben dar und wird speziell bei der Analyse von Getriebekombination und Planetengetrieben empfohlen, s. Kap. 3.

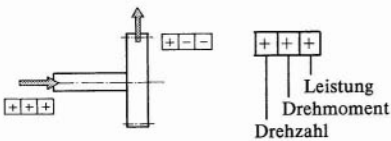


Abb. 2.10. Vorzeichen von Drehzahl, Drehmoment und Leistung an einer Welle A mit Rad 1.

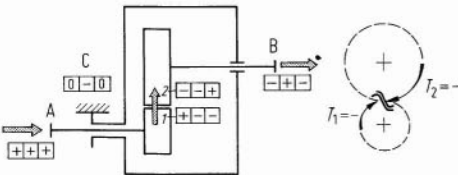


Abb. 2.11. Vorzeichenermittlung am einstufigen Vorgelegegetriebe.

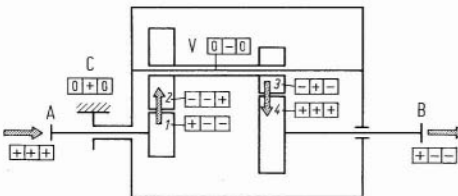


Abb. 2.12. Vorzeichenermittlung am zweistufigen Vorgelegegetriebe.

Bei Leistungsberechnungen⁴ werden häufig folgende Gleichungen benutzt:

$$\begin{aligned}\text{Leistung} &= \text{Arbeit/Zeit}, \\ &= \text{Kraft} \times \text{Geschwindigkeit}, \\ &= \text{Drehmoment} \times \text{Winkelgeschwindigkeit}, \\ &= \text{Drehmoment} \times \text{Drehzahl},\end{aligned}$$

$$P = \frac{Fv}{1000} [\text{kW}] = \frac{Tn}{9549} [\text{kW}]$$

Kraft F in N, Geschwindigkeit v in m/s, Drehmoment T in Nm und Drehzahl n in min^{-1} .

Die Einheit der Leistung ist das Watt (W). $1 \text{ Watt} = 1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$

Umrechnung zu früher gebräuchlichen Einheiten:

Leistung	W	kW	kpm/s	PS	kcal/s
1 W	= 1	10^{-3}	0,102	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$239 \cdot 10^{-6}$
1 kW	= 1000	1	102	1,36	0,239
1 kpm/s	= 9,807	$9,807 \cdot 10^{-3}$	1	$13,33 \cdot 10^{-3}$	$2,344 \cdot 10^{-3}$
1 PS (= 1 cv)	= 735,5	0,735 5	75	1	0,175 8
1 kcal/s	= 4187	4,187	426,9	5,692	1

Für die Leistungsberechnung in PS und kW kann die Netztafel in Abb. 2.13 zu Hilfe genommen werden.

— Englische und amerikanische Leistungseinheiten:

hp horse-power
Btu/s brit. thermal unit per second

Leistung	W	kW	kpm/s	PS	kcal/s
1 hp	= 745,7	0,745 7	76,04	1,014	0,178 2
1 Btu/s	= 1055	1,055	107,6	1,434	0,252

Bei Leistungen von Motoren sind die unterschiedlichen Voraussetzungen der Meßmethoden zu beachten:

- DIN-PS⁵: Nettoleistung oder Leistung des einbaufertigen, voll ausgerüsteten Motors an der Kupplung, wobei die Leistungsverluste für den Antrieb der Lichtmaschine, der Wasser-, Öl- und Kraftstoffpumpe, des Filters, der Auspuffanlage usw. bereits abgezogen sind. Diese Methode ist in Deutschland, Frankreich (CV)⁶, Italien (Cuna-PS)⁷ und England (HP oder BHP)⁸ üblich.

⁴ Voraussetzung: Konstante Kraft bzw. konstantes Drehmoment und gleichförmige Bewegung.

⁵ 1 PS = 0,735 499 kW.

⁶ CV cheval vapeur.

⁷ CUNA Commissione unificazione e normalizzazione autoveicoli.

⁸ HP = hp = horse-power, BHP Brake horse-power (Bremsleistung, Effektivleistung).

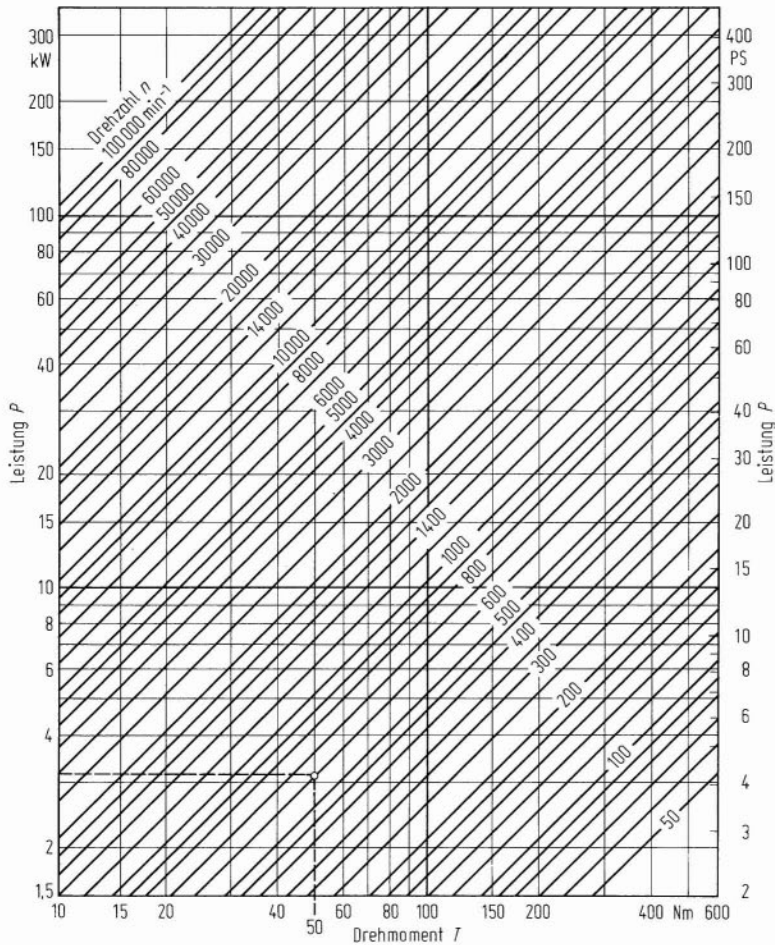


Abb. 2.13. Netztafel für Leistung und Drehmoment [2].

Einem Vielfachen von T oder von n entspricht dasselbe Vielfache von P .

Beispiele: Für $T = 50 \text{ Nm}$ und $n = 600 \text{ min}^{-1}$ ist $P = 3,15 \text{ kW}$ (4,3 PS)

Für $T = 5 \text{ Nm}$ und $n = 600 \text{ min}^{-1}$ ist $P = 0,315 \text{ kW}$ (0,43 PS)

Für $T = 5000 \text{ Nm}$ und $n = 60 \text{ min}^{-1}$ ist $P = 31,5 \text{ kW}$ (43 PS)

- SAE-PS⁹: Bruttoleistung des nackten Motors, ohne Abzug der genannten Leistungsverluste. Amerikanische Methode.

Die SAE-Leistungsangaben liegen 15 bis 25 % über den DIN- bzw. CUNA-Werten. Ein Umrechnungsfaktor läßt sich nicht angeben, da die Leistungsverluste für die verschiedenen angeschlossenen Aggregate unterschiedlich sind.

⁹ SAE Society of Automotive Engineers.

2.3.10 Wirkungsgrad

Der Gesamtwirkungsgrad η eines Vorgelegegetriebes hängt von den Zahnreibungsverlusten der am Leistungsfluß beteiligten Radpaare, Lagerverlusten, Ölpantschverlusten, sowie den Verlusten durch Dichtringe, leer mitlaufende Räder und dgl. ab. Er ergibt sich aus dem Produkt der Einzelwirkungsgrade

$$\eta = \eta_{AB} = \eta_{12}\eta_{34}\eta_L\eta_P. \quad (20)$$

- η, η_{AB} Gesamtwirkungsgrad zwischen Antrieb A und Abtrieb B ,
- η_{12} Einzelwirkungsgrad zweier Zahnräder bei Antrieb am Rad 1 und Abtrieb am Rad 2 (Richtwerte s. [3, 4]); Näherungswert für einen Zahneingriff
 $\eta_{12} \approx \eta_{21} \approx 0,99$,
- η_{34} dito für Radpaar 34 (und evtl. weitere Radpaare),
- η_L Einzelwirkungsgrad eines bzw. aller Lager zusammen (Richtwerte s. Firmenkataloge und Richtlinie VDI 2201 für Gleitlager); Näherungswert
 $\eta_L = 0,99 \dots 0,995$,
- η_P Pauschalwert für o. a. restliche Einflüsse.

Bei bekanntem An- und Abtriebsdrehmoment T_A und T_B (Messung, Versuch) kann der Gesamtwirkungsgrad aus Wandlung μ und Übersetzung i errechnet werden:

$$\eta = \eta_{AB} = - \frac{P_B}{P_A} = - \frac{T_B/T_A}{n_A/n_B} = - \frac{\mu}{i} = - \frac{\text{Wandlung (der Drehmomente)}}{\text{Übersetzung (der Drehzahlen)}}. \quad (21)$$

Zahnradgetriebe

Grundlagen, Konstruktionen, Anwendungen in
Fahrzeugen

Looman, J.

1996, X, 486 S., Hardcover

ISBN: 978-3-540-89459-9