

Inhaltsverzeichnis.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichen.

1. Kapitel.

Die komplexen Zahlen.

	Seite
§ 1. Begriff der komplexen Zahl	1
§ 2. Geometrische Darstellung der komplexen Zahlen. Sätze über den absoluten Betrag	4
§ 3. Konvergente Zahlenfolgen. Die Zahlenkugel	8
§ 4. Grenzwerte unendlicher Zahlenmengen	11
§ 5. Konvergenz der Reihen mit komplexen Gliedern	14
§ 6. Komplexe Variable und Funktionen derselben	17
§ 7. Gleichmäßige Konvergenz	19

2. Kapitel.

Die Potenzreihen.

§ 1. Konvergenzgebiet einer Potenzreihe	22
§ 2. Bestimmung des Konvergenzradius	24
§ 3. Rechnung mit Potenzreihen	26
§ 4. Prinzip der Koeffizientenvergleichung	30
§ 5. Ausdehnung der erhaltenen Sätze	31
§ 6. Die Umbildungen einer Potenzreihe	32
§ 7. Die Ableitungen einer Potenzreihe	34
§ 8. Unmittelbare Fortsetzungen einer Potenzreihe	36
§ 9. Ein Hilfssatz über Potenzreihen	37

3. Kapitel.

Der Begriff der analytischen Funktion.

§ 1. Monogene Systeme von Potenzreihen	40
§ 2. Definition der analytischen Funktion	41
§ 3. Eindeutige Zweige einer analytischen Funktion	42
§ 4. Beispiele	45
§ 5. Die Elementarzweige und ihre singulären Punkte	49
§ 6. Der Fundamentalsatz der Algebra	52
§ 7. Singuläre Punkte eines eindeutigen Zweiges	53
§ 8. Die singulären Stellen der rationalen und der ganzen Funktionen	56
§ 9. Einige allgemeine Sätze über analytische Funktionen	58
§ 10. Der <i>Weierstraßsche</i> Summensatz	61

4. Kapitel.

Untersuchung einiger spezieller analytischer Funktionen.

	Seite
§ 1. Die Exponentialfunktion	65
§ 2. Die trigonometrischen Funktionen	67
§ 3. Der Logarithmus	70
§ 4. Der Logarithmus als analytische Funktion	72
§ 5. Die allgemeine Potenz	75

5. Kapitel.

Die Integration analytischer Funktionen.

§ 1. Gleichmäßige Stetigkeit und Differentiierbarkeit analytischer Funktionen	78
§ 2. Integration der Potenzreihen	80
§ 3. Integration der Ableitung einer regulären Funktion	81
§ 4. Beispiele	82
§ 5. Integration regulärer Funktionen	86
§ 6. Der <i>Cauchysche</i> Satz	89
§ 7. Folgerungen aus dem <i>Cauchyschen</i> Satz. Der <i>Laurentsche</i> Satz	92
§ 8. Die Residuen der analytischen Funktionen	97
§ 9. Bestimmung der Null- und Unendlichkeitspunkte einer Funktion	100

6. Kapitel.

Die meromorphen Funktionen.

§ 1. Begriff der meromorphen Funktion	104
§ 2. Reguläre Konvergenz	105
§ 3. Die meromorphen Funktionen mit einer endlichen Anzahl von Polen	106
§ 4. Die meromorphen Funktionen mit unendlich vielen Polen	107
§ 5. Der <i>Mittag-Lefflersche</i> Satz	108
§ 6. Allgemeiner Ausdruck einer meromorphen Funktion mit unendlich vielen Polen	110
§ 7. Der Fall einfacher Pole	110
§ 8. Beispiele	113
§ 9. <i>Cauchys</i> Methode der Partialbruchzerlegung	115
§ 10. Beispiele	118
§ 11. Ganze Funktionen mit vorgeschriebenen Nullstellen	120
§ 12. Darstellung der meromorphen Funktionen durch ganze Funktionen	124

7. Kapitel.

Die Umkehrung der analytischen Funktionen.

§ 1. Umkehrung der Potenzreihen	125
---	-----

Zweiter Abschnitt.

Elliptische Funktionen.

1. Kapitel.

Die doppeltperiodischen meromorphen Funktionen.

§ 1. Zur geometrischen Darstellung der komplexen Zahlen	133
§ 2. Sätze über die Perioden einer meromorphen Funktion	134
§ 3. Das Periodenparallelogramm	139

	Seite
§ 4. Definition der elliptischen Funktionen. Der Körper K	141
§ 5. Allgemeine Sätze über die Funktionen $f(u)$	142
§ 6. Die Funktion $\wp(u)$	147
§ 7. Die Differentialgleichung von $\wp(u)$	152
§ 8. Das Additionstheorem von $\wp(u)$	155
§ 9. Darstellung der elliptischen Funktionen durch die \wp -Funktion	157
§ 10. Eigenschaften der Funktionen $f(u)$	161
§ 11. Die Funktion $\zeta(u)$	162
§ 12. Darstellung der elliptischen Funktionen durch $\zeta(u)$	163
§ 13. Die Funktion $\sigma(u)$	169
§ 14. Darstellung der elliptischen Funktionen durch die Funktion $\sigma(u)$	169
§ 15. Die Funktionen $\wp(u)$, $\zeta(u)$, $\sigma(u)$ als Funktionen von u , ω_1 , ω_2	171

2. Kapitel.

Die Theta - Funktionen.

§ 1. Darstellung ganzer Funktionen mit einer gegebenen Periode	175
§ 2. Bezeichnungen	177
§ 3. Die Funktion $\vartheta_1(v)$	178
§ 4. Die Funktionen $\sigma_1(u)$, $\sigma_2(u)$, $\sigma_3(u)$	180
§ 5. Die Funktionen $\vartheta_2(v)$, $\vartheta_3(v)$, $\vartheta_0(v)$	181
§ 6. Zusammenstellung	183
§ 7. Zusammenfassende Darstellung der ϑ -Funktionen. Die ϑ -Funktionen als Funktionen von v und τ	184
§ 8. Verwandlungsformeln und Nullstellen der vier ϑ -Funktionen	187
§ 9. Darstellung von e_1 , e_2 , e_3 und Δ durch die Nullwerte der ϑ	188
§ 10. Darstellung der ϑ -Funktionen durch unendliche Produkte	190
§ 11. Einige zahlentheoretische Anwendungen der erhaltenen Resultate	193
§ 12. Partialbruchzerlegungen von $\zeta(u)$ und $\wp(u)$ als Funktionen von z^2 . Darstellungen von η , g_2 , g_3	195
§ 13. Entwicklung von $\sqrt{\wp(u) - e_k}$	198

3. Kapitel.

Die elliptischen Funktionen Jacobis.

§ 1. Definition der Funktionen $s(u)$, $c(u)$, $\Delta(u)$	200
§ 2. Die Funktionen $s(u)$, $c(u)$, $\Delta(u)$ als elliptische Funktionen	202
§ 3. Die Differentialgleichungen von $s(u)$, $c(u)$, $\Delta(u)$	204
§ 4. Die Additionstheoreme von $s(u)$, $c(u)$, $\Delta(u)$	204
§ 5. Die trigonometrischen Funktionen als spezielle Fälle der Funktionen $s(u)$, $c(u)$, $\Delta(u)$	205

4. Kapitel.

Die elliptischen Modulfunktionen.

§ 1. Äquivalenz der Größenpaare und der Größen	207
§ 2. Die elementaren Modulformen	210
§ 3. Die absolute Invariante $J(\tau)$	210
§ 4. Die Gleichungen $g_2(\omega_1, \omega_2) = c_2$, $g_3(\omega_1, \omega_2) = c_3$	214
§ 5. Die Funktion $\chi^2(\tau)$	215

5. Kapitel.

Elliptische Gebilde.

	Seite
§ 1. Das <i>Weierstraßsche</i> Gebilde	216
§ 2. Das Gebilde $y^2 = G_3(x)$	217
§ 3. Das Gebilde $y^2 = G_4(x)$	218
§ 4. Das <i>Legendresche</i> Gebilde	219
§ 5. Die Hauptform der <i>Riemannschen</i> Fläche des Gebildes $y^2 = G_4(x)$	220
§ 6. Die zweiblättrige Form der <i>Riemannschen</i> Fläche von $y^2 = G_4(x)$	222

6. Kapitel.

Elliptische Integrale.

§ 1. Definitionen	225
§ 2. Die unbestimmten elliptischen Integrale	226
§ 3. Die bestimmten elliptischen Integrale	229

7. Kapitel.

Die Transformation der elliptischen Funktionen.

§ 1. Lineare Transformation der <i>Weierstraßschen</i> Funktionen	233
§ 2. Lineare Transformation der ϑ -Funktionen	234
§ 3. Transformation 2. Ordnung	237
§ 4. Zusammenhangsformeln der <i>Weierstraßschen</i> mit den <i>Jacobischen</i> elliptischen Funktionen	239
§ 5. Die <i>Landensche</i> Transformation	240
§ 6. Das arithmetisch-geometrische Mittel	242

Vorlesungen über Allgemeine Funktionen-theorie und
Elliptische Funktionen

Hurwitz, A.

2000, XXIV, 251 S., Hardcover

ISBN: 978-3-540-63783-7