

INHALTSVERZEICHNIS

1. LOGIK

1.1	Darstellung des Denkens	1
1.2	Elementare Begriffe	3
1.3	Aussagenlogik	6
1.3.1	Logische Variable und Verknüpfungen	6
1.3.2	Logische Ausdrücke	12
1.3.3	Logische Normalform	15
1.3.4	Logische Schlussregeln	19
1.4	Prädikatenlogik	21
1.5	Beweise und Axiome	28

2. MENGENLEHRE

2.1	Menge	33
2.2	Mengenalgebra	36
2.3	Relationen	39
2.4	Relationstypen	43
2.5	Abbildungen	47
2.6	Abbildungstypen	49
2.7	Kardinalzahlen und Abzählbarkeit	55
2.8	Strukturen	60

3. ALGEBRAISCHE STRUKTUREN

3.1	Einführung	63
3.2	Innere Verknüpfung	64
3.3	Mengen mit einer Verknüpfung	67
3.4	Mengen mit zwei Verknüpfungen	72
3.4.1	Einführung	72
3.4.2	Additive und multiplikative Gebilde	73
3.4.3	Duale Gebilde	80
3.5	Vektorraum	90
3.5.1	Allgemeine Vektorräume	90
3.5.2	Reeller Vektorraum	99
3.6	Lineare Abbildungen	104
3.7	Vektor- und Matrixalgebra	114
3.7.1	Definitionen	114
3.7.2	Elementare Vektoroperationen	117
3.7.3	Elementare Matrixoperationen	121
3.7.4	Abgeleitete Skalare	128
3.7.5	Komplexe Vektoren und Matrizen	132

4. ORDINALE STRUKTUREN

4.1	Einführung	137
4.2	Geordnete Mengen	139
4.3	Extremale Elemente	146
4.4	Geordnete Mengen mit Extremaleigenschaften	149
4.5	Abbildungen geordneter Mengen	153
4.6	Eigenschaften geordneter Mengen	160
4.7	Geordnete Kardinalzahlen	168

5. TOPOLOGISCHE STRUKTUREN

5.1	Einführung	171
5.2	Topologische Räume	174
5.3	Basen und Erzeugendensysteme	179
5.4	Metrischer Raum	184
5.5	Punktmengen in topologischen Räumen	192
5.6	Topologische Abbildungen	197
5.7	Konstruktion von Topologien	202
5.7.1	Finale und initiale Topologien	202
5.7.2	Unterräume	208
5.7.3	Produkträume	212
5.8	Zusammenhang von Mengen	214
5.8.1	Trennung und Zusammenhang	214
5.8.2	Zusammenhang konstruierter Mengen	220
5.8.3	Komponenten und Wege	226
5.9	Trennungseigenschaften	233
5.10	Konvergenz	242
5.10.1	Konvergenz von Folgen	242
5.10.2	Teilfolgen	252
5.10.3	Zahlenreihen	256
5.10.4	Konvergenz von Netzen	264
5.10.5	Konvergenz von Filtern	269
5.11	Kompaktheit	274
5.11.1	Kompakte Räume	274
5.11.2	Kompakte metrische Räume	284
5.11.3	Lokal kompakte Räume	288
5.12	Stetigkeit reeller Funktionen	292

6. ZAHLENSYSTEM

6.1	Einführung	301
6.2	Natürliche Zahlen	302
6.3	Ganze Zahlen	305
6.4	Rationale Zahlen	309
6.5	Reelle Zahlen	312
6.6	Komplexe Zahlen	319
6.7	Quaternionen	323

7. GRUPPEN

7.1	Einführung	327
7.1.1	Gruppentheorie	327
7.1.2	Gliederung	330
7.2	Gruppen und Untergruppen	333
7.3	Gruppenarten	338
7.3.1	Permutationsgruppen	339
7.3.2	Deckgruppen	342
7.3.3	Erzeugte Gruppen	346
7.3.4	Zyklische Gruppen	350
7.3.5	Gruppen von Ganzzahlen	353
7.3.6	Zyklische Untergruppen	358
7.4	Klassenstruktur	362
7.4.1	Klassen	362
7.4.2	Nebenklassen und Normalteiler	364
7.4.3	Restklassengruppen	370
7.4.4	Konjugierte Elemente und Mengen	372
7.5	Gruppenstruktur	377
7.5.1	Einführung	377
7.5.2	Homomorphie	379
7.5.3	Isomorphie	386
7.5.4	Isomorphe Gruppenarten	393
7.5.5	Automorphismen	397
7.6	Abelsche Gruppen	403
7.6.1	Einführung	403
7.6.2	Klassifikation abelscher Gruppen	404
7.6.3	Linearkombinationen	410
7.6.4	Direkte Summen	417

7.6.5	Konstruktionen abelscher Gruppen	425
7.6.6	Zerlegungen abelscher Gruppen	434
7.7	Permutationen	440
7.7.1	Einführung	440
7.7.2	Symmetrische Gruppen	441
7.7.3	Zyklen	445
7.7.4	Konjugierte Permutationen	451
7.7.5	Transpositionen	454
7.7.6	Untergruppen einer symmetrischen Gruppe	457
7.7.7	Gruppenstruktur der symmetrischen Gruppe S_4	462
7.7.8	Klassenstruktur der symmetrischen Gruppe S_4	473
7.8	Allgemeine Gruppen	478
7.8.1	Einführung	478
7.8.2	Klassen in allgemeinen Gruppen	479
7.8.3	Gruppen mit Primzahlordnung	488
7.8.4	Normalreihen	498
7.9	Eindeutige Zerlegung abelscher Gruppen	507
8.	GRAPHEN	
8.1	Einführung	515
8.2	Relationenalgebra	517
8.2.1	Einführung	517
8.2.2	Unäre Relationen	518
8.2.3	Homogene binäre Relationen	522
8.2.4	Heterogene binäre Relationen	531
8.2.5	Unäre und binäre Relationen	536
8.2.6	Hüllen	539
8.3	Klassifikation von Graphen	544
8.3.1	Einführung	544
8.3.2	Schlichte Graphen	545
8.3.3	Bipartite Graphen	551
8.3.4	Multigraphen	557
8.3.5	Hypergraphen	562
8.4	Struktur von Graphen	565
8.4.1	Einführung	565
8.4.2	Wege und Zyklen in schlichten Graphen	566
8.4.3	Zusammenhang von schlichten Graphen	573

8.4.4	Schnitte in schlichten Graphen	579
8.4.5	Wege und Zyklen in einfachen Graphen	591
8.4.6	Zusammenhang von einfachen Graphen	595
8.4.7	Schnitte in einfachen Graphen	597
8.4.8	Azyklische Graphen	602
8.4.9	Wurzelgraphen und Wurzelbäume	608
8.5	Wege in Netzen	612
8.5.1	Einführung	612
8.5.2	Wegalgebra	614
8.5.3	Boolesche Wegalgebra	629
8.5.4	Reelle Wegalgebra	632
8.5.4.1	Minimale Weglänge	632
8.5.4.2	Maximale Weglänge	634
8.5.4.3	Maximale Wegzuverlässigkeit	636
8.5.4.4	Maximale Wegkapazität	637
8.5.5	Literale Wegalgebra	639
8.5.5.1	Wegkanten	639
8.5.5.2	Gemeinsame Wegkanten	641
8.5.5.3	Einfache Wege	643
8.5.5.4	Extremale einfache Wege	645
8.5.5.5	Literale Knotenbezeichnung	647
8.5.5.6	Literale Kantenbezeichnung einfacher Graphen ..	650
8.5.5.7	Anwendungen in der Strukturanalyse	651
8.5.6	Eigenschaften der Wegalgebren	652
8.5.7	Gleichungssysteme	657
8.5.7.1	Lösungen von Gleichungssystemen	657
8.5.7.2	Direkte Lösungsmethoden	661
8.5.7.3	Iterative Lösungsmethoden	671
8.6	Flüsse in Netzen	677
8.6.1	Einführung	677
8.6.2	Netzwerke und Flüsse	679
8.6.3	Uneingeschränkter Fluss	681
8.6.4	Eingeschränkter Fluss	685
8.6.5	Maximaler Fluss	689
8.6.6	Maximaler Fluss und minimale Kosten	695
8.6.7	Zirkulation	699

9. TENSOREN

9.1	Einführung	705
9.2	Vektoralgebra	706
9.2.1	Vektorräume	706
9.2.2	Basen	709
9.2.3	Koordinaten	713
9.2.4	Metriken	716
9.2.5	Konstruktion von Basen	720
9.2.6	Transformation von Basen	726
9.2.7	Orientierung und Volumen	734
9.3	Tensoralgebra	736
9.3.1	Einführung	736
9.3.2	Tensoren	738
9.3.3	Transformation der Tensorkoordinaten	744
9.3.4	Operationen auf Tensoren	747
9.3.5	Antisymmetrische Tensoren	752
9.3.6	Tensoren 1. und 2. Stufe	766
9.3.7	Eigenschaften der Dyaden	775
9.3.8	Abbildungen von Tensoren	788
9.4	Tensoranalysis	800
9.4.1	Einführung	800
9.4.2	Punktraum	802
9.4.3	Geradlinige Koordinaten	804
9.4.4	Ableitungen nach globalen Koordinaten	806
9.4.5	Krummlinige Koordinaten	811
9.4.6	Christoffel Symbole	817
9.4.7	Ableitungen nach lokalen Koordinaten	823
9.4.8	Tensorintegrale	832
9.4.9	Feldoperationen	842
9.4.10	Nabla Kalkül	855
9.4.11	Spezielle Vektorfelder	861
9.4.12	Integralsätze	865

10. STOCHASTIK

10.1	Einführung	877
10.2	Zufällige Ereignisse	879
10.2.1	Einführung	879
10.2.2	Elementare Kombinatorik	879
10.2.3	Ereignisalgebra	882
10.2.4	Wahrscheinlichkeit	884
10.2.5	Zuverlässigkeit	889
10.3	Zufallsvariablen	895
10.3.1	Einführung	895
10.3.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung	897
10.3.3	Momente	902
10.3.4	Funktion einer Zufallsvariablen	905
10.3.5	Funktion mehrerer Zufallsvariablen	909
10.3.6	Diskrete Verteilungen	915
10.3.6.1	Bernoulli Verteilung	915
10.3.6.2	Binomialverteilung	916
10.3.6.3	Pascal Verteilung	918
10.3.6.4	Poisson Verteilung	921
10.3.7	Stetige Verteilungen	924
10.3.7.1	Gammaverteilung	924
10.3.7.2	Normalverteilung	927
10.3.7.3	Logarithmische Normalverteilung	932
10.3.7.4	Maximumverteilungen	935
10.3.7.5	Minimumverteilungen	942
10.4	Zufallsvektoren	943
10.4.1	Einführung	943
10.4.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung	944
10.4.3	Momente	949
10.4.4	Funktionen eines Zufallsvektors	954
10.4.5	Multinomialverteilung	956
10.4.6	Multinormalverteilung	958
10.5	Zufallsprozesse	960
10.5.1	Einführung	960
10.5.2	Finite Markov Prozesse mit diskretem Zeitraum	964
10.5.2.1	Einführung	964
10.5.2.2	Zustände und Übergänge	964

10.5.2.3	Strukturanalyse	970
10.5.2.4	Spektralanalyse	975
10.5.2.5	Erstmalige Erreichbarkeit	979
10.5.2.6	Prozesse höherer Ordnung	988
10.5.3	Finite Markov Prozesse mit stetigem Zeitraum	989
10.5.3.1	Einführung	989
10.5.3.2	Zustände und Übergangsraten	989
10.5.3.3	Erstmalige Erreichbarkeit	994
10.5.3.4	Warteschlangen	1000
10.5.3.5	Systeme von Warteschlangen	1011
10.5.4	Stationäre Prozesse	1018
10.5.4.1	Einführung	1018
10.5.4.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Momente .	1018
10.5.4.3	Stationäre Prozesse mit diskretem Zeitraum ...	1021
10.5.4.4	Stationäre Prozesse mit stetigem Zeitraum	1027

Mathematische Grundlagen der Ingenieurinformatik

Pahl, P.J.; Damrath, R.

2000, XVIII, 1046 S., Hardcover

ISBN: 978-3-540-60501-0