

Vorwort zur vierten Ausgabe

Richard Courant hatte immer etwas Skrupel wegen des Buchtitels „Was ist Mathematik?“, fand er ihn doch „ein klein wenig unehrlich“. Diese Bedenken wurden, wenn nicht behoben, so doch gemildert durch einen Ratschlag, den ihm Thomas Mann gab, und von dem Courant oft und mit sichtlichem Vergnügen erzählte^{*)}. Bei einer Abendgesellschaft in Princeton, Courants ältester Sohn Ernst hatte gerade den Dokortitel erworben und Thomas Mann den Grad eines Ehrendoktors erhalten, kam Courant neben dem Dichter zu sitzen. Er ließ sich die Gelegenheit nicht entgehen, den berühmten Autor zu fragen, ob er sein Buch „Was ist Mathematik?“ oder doch lieber „Mathematische Untersuchungen grundlegender elementarer Probleme für das allgemeine Publikum“ nennen sollte. Mann entgegnete, zwar könne er Courant nicht raten, aber er wolle ihm von seiner eigenen Erfahrung berichten. Vor einiger Zeit nämlich habe seine *Lotte in Weimar* in einer englischen Übersetzung bei einem amerikanischen Verlag erscheinen sollen. Da sei sein Verleger, Mr. Knopf, zu ihm gekommen und habe gesagt: „Herr Mann, wir sollten uns noch einmal über den Titel Ihres Buches unterhalten. Meine Frau, die in solchen Dingen ein ausgezeichnetes Gespür hat, meint, wir sollten das Buch *The Beloved Returns* nennen.“ Als der Autor ein gewisses Unbehagen über diesen Vorschlag äußerte und meinte, schließlich taue *Lotte in Weimar* ebenso gut als deutscher wie als englischer Titel, habe Knopf gesagt: „Herr Mann, Sie haben ja durchaus recht, aber bitte bedenken Sie: Wenn wir Ihr Buch unter dem Titel *Lotte in Weimar* herausbringen, werden wir vielleicht 10000 Exemplare absetzen; nennen wir es aber *The Beloved Returns*, so verkaufen wir 100000 Stück.“ „Darauf“, so Mann, „habe ich mich entschieden, für *The Beloved Returns*“. Courant wählte den Titel „What is Mathematics?“

Was also ist Mathematik? Courant und Robbins geben eine Antwort, der wohl die meisten Mathematiker zustimmen können, nämlich, daß man nicht über Mathematik philosophieren, sondern sich mit ihr beschäftigen soll. Freilich, so Euklid, gibt es keinen bequemen Königsweg in die Mathematik, und daher kommt es schon darauf an, welchen Führern man folgen will, wenn die Reise in die Mathematik Erkenntnis und Vergnügen bringen soll. Es ist wohlthuend, daß die beiden Autoren die Mathematik nicht als Sammlung unzusammenhängender Probleme, als Rätselecke der Naturwissenschaften darstellen, sondern dem Leser einen Einblick in das innere Gefüge der Mathematik und ihre historische Entwicklung gewähren. Zugleich zeigen sie ihm, worin die Stärke der Mathematik besteht, nämlich in der engen Verbindung von Problemanalyse, Intuition und abstrakt-integrativem Denken. Die Bedeutung des letzteren, von Mathematikern als Axiomatik bezeichnet, kann man gar nicht hoch genug veranschlagen für die Erfolge der Mathematik. Andererseits läuft die axiomatische Methode leicht ins Leere, wenn sie nicht mit der Anschauung, der Intuition und

^{*)} Vgl. Constance Reid, *Courant*, übersetzt von Jeanette Zehnder-Reitingen, Springer-Verlag 1979, Seite 272.

der Einsicht in den organischen inneren Zusammenhang der verschiedenen mathematischen Gebiete gepaart ist. In bester Absicht wird zuweilen die axiomatische Methode überbetont oder gar als allein selig machender Weg gepriesen, wo es doch auch angebracht wäre, die Phantasie des Lesers zu stärken und seine schöpferische Kraft anzuregen. So schrieb schon Lagrange 1788 in seiner *Analytischen Mathematik*: „Man findet in diesem Werk keine Figur. Die hier angewandten Methoden erfordern weder Konstruktionen noch geometrische oder mechanische Schlüsse. Algebraische Operationen allein genügen, die auf einem regulären und einförmigen Wege ausgeführt werden.“ Ganz ähnlich äußerte sich Dieudonné, einer der Väter von Bourbaki, im Vorwort seiner *Grundlagen der modernen Analysis* (1960): Axiomatische Methoden seien strikt zu befolgen ohne jedweden Appell an die „geometrische Intuition“, zumindest in den formalen Beweisen, und diese Notwendigkeit habe er dadurch betont, daß absichtlich kein einziges Diagramm in seinem Buch zu finden wäre.

Freilich hat auch die Mathematik ihre Moden, und inzwischen ist der puristische Standpunkt wieder einmal der Einsicht gewichen, daß man das eine tun kann, ohne das andere zu lassen. Die Anziehungskraft von Arnolds *Mathematischen Methoden der klassischen Mechanik* besteht unter anderem darin, daß viele hilfreiche Figuren die Anschauungskraft des Lesers stützen und ihm das Verständnis der abstrakten Begriffsbildungen erleichtern.

Zum Glück sind auch Courant und Robbins keine Dogmatiker, sondern zeigen uns die Vielfalt mathematischen Denkens, also die geballte Kraft der axiomatischen Methode und die belebende, anregende Wirkung einer glücklich gewählten Figur, die das Denken beflügelt und den Beweisgang in die richtige Bahn lenkt. Außer der *Anschaulichen Geometrie* von Hilbert und Cohn-Vossen kenne ich kein für einen breiten Leserkreis geschriebenes Buch über Mathematik, das dem Geist, dem Charakter und der Schönheit dieser Wissenschaft so gerecht wird wie das vorliegende. Obwohl seit seinem Erscheinen ein halbes Jahrhundert vergangen ist, scheint es mir so frisch, lebendig und aktuell zu sein wie am ersten Tag, was unter anderem auch im Verzicht auf billige Moden und Effekthascherei begründet sein mag; die schöne schlichte Sprache tut ein übriges.

Was ist Mathematik? ist für Leser jeden Alters und jeder Vorbildung gedacht, sofern sie nur Ausdauer und etwas intellektuelle Fähigkeiten mitbringen. Den Schüler wird die Fülle und Vielgestalt der beschriebenen mathematischen Probleme reizen und anspornen, seine geistigen Kräfte zu erproben. Studenten werden vielleicht zu diesem Buch greifen, wenn sie die Orientierung zu verlieren meinen und sich den Ausgangspunkt der modernen Mathematik vor Augen führen wollen. Hier ist die Einheit mathematischen Denkens in der Vielgestalt seiner Ideen, Methoden und Resultate meisterhaft dargestellt. Gymnasiallehrer finden eine reiche Auswahl an Beispielen aller Schwierigkeitsstufen aus den verschiedensten Gebieten – Zahlentheorie, geometrische Konstruktionen, nichteuklidische und projektive Geometrie, Kegelschnitte, Topologie, Extremalaufgaben, Infinitesimalrechnung –, mit denen sich der Unterricht be-

leben läßt, und für Arbeitsgemeinschaften und Leistungskurse gibt es vielfältige interessante Anregungen. Auch Universitätsdozenten werden mit Gewinn zu diesem Buch greifen, zeigen ihnen doch zwei Meister ihres Faches, wie sich mathematischer Stoff fesselnd und verständlich darstellen läßt ohne billige Kompromisse hinsichtlich Strenge der Beweisführung. Freilich scheuen sich die Autoren nicht, auch Pseudobeweise vorzuführen, wenn diese einen wirklichen Erkenntniswert haben und ein technisch perfekter Beweis nur dem geschulten Mathematiker zuzumuten wäre. Beispiele solcherart Beweise sind Johann Bernoullis Lösung des Brachystochronenproblems und die faszinierende Herleitung des Primzahlsatzes aus statistischen Annahmen.

Der Abschnitt über Minimalflächen, Seifenhautexperimente, Steinerproblem und isoperimetrische Aufgaben wird jedermann fesseln, den Kenner ebenso wie den Anfänger. Ein Blick auf das Inhaltsverzeichnis genügt, den Leser in erwartungsvolle Spannung zu versetzen. Ich freue mich, daß der Springer-Verlag *Was ist Mathematik?* wieder aufgelegt hat. Dieses klassische Werk sollte in der Bibliothek jedes Gebildeten stehen, gleich neben *Lotte in Weimar*.

Bonn, den 11. Mai 1992

S. HILDEBRANDT

Vorwort zur ersten deutschen Ausgabe

In der Zeit seit dem Erscheinen der ersten Auflage von "What is Mathematics"? im Jahre 1941 ist das allgemeine Interesse an der Mathematik überall erheblich gestiegen. Es wird durch den Unterricht in Schulen und Hochschulen meistens nicht recht befriedigt, trotz mancher Bestrebungen zur Unterrichtsreform. Und doch besteht bei vielen Menschen, ungeachtet der Stufe ihrer Ausbildung, der Wunsch nach einem Verständnis dessen, was die Mathematik als das Produkt einer Jahrtausende alten Tradition und als ein integrierender Bestandteil unserer Kultur bedeutet.

Ausgezeichnete populäre Bücher haben dieses Interesse stimuliert. Aber ein wirkliches Verständnis kann nicht von außen durch mühelose Lektüre gewonnen werden, sondern nur durch ernsten Kontakt mit dem Inhalt der lebendigen Mathematik.

Das vorliegende Werk versucht, den Leser von einem durchaus elementaren Niveau ohne Umwege zu Aussichtspunkten zu führen, von denen man einen Einblick in die Substanz der neueren Mathematik gewinnt. Es ist insofern elementar, als es keine Vorkenntnisse über die geläufige Schulmathematik hinaus erfordert. Es vermeidet unnötige Komplikationen und die leider so oft geübte dogmatische Darstellungsform, welche Wurzeln, Motive und Ziele der Mathematik verschleiert. Aber trotz allen Bemühens, so direkt wie möglich den Kern mathematischer Entwicklungen verständlich zu machen, kann dem Leser nicht jede Anstrengung erspart bleiben: ein gewisser Grad von intellektueller Reife und Bereitschaft zum eigenen Nachdenken ist erforderlich.

Das Buch wendet sich an einen weiten Kreis: an Schüler und Lehrer, an Anfänger und Gelehrte, an Philosophen und Ingenieure. Es mag vielleicht als Ergänzung zu FELIX KLEIN's klassischem Werke „Elementarmathematik vom höheren Standpunkte“ betrachtet werden, indem es „höhere Mathematik“ von einem elementaren Standpunkte behandelt.

Das Buch ist in mehr als 10 Jahren intensiver Vorbereitung entstanden. Den zahlreichen Freunden und Helfern, welche in jenen Jahren mitgearbeitet haben, kann ich hier nicht im einzelnen danken. Während der letzten zwei Jahre vor dem Erscheinen des englischen Originals hat Dr. HERBERT ROBBINS, damals Instructor an der New York University, jetzt Professor der mathematischen Statistik an der Columbia University, als Assistent bei der Fertigstellung des Manuskriptes und bei der Drucklegung sehr wesentliche Hilfe geleistet. Wenn auch die Verantwortung für den Plan und den Inhalt des Buches bei dem unterzeichnenden Autor liegt, so soll doch der Name von HERBERT ROBBINS auf dem Titelblatt zum Ausdruck bringen, daß seine Mitarbeit in den letzten Stadien der Vorbereitung für die endgültige Form des Originals wesentlich war. Für die Übersetzung ins Deutsche und für die Bearbeitung des Manuskriptes sowie für das Korrekturlesen danke ich Frau Dr. IRIS RUNGE, Herrn Dr. ARNOLD KIRSCH, Frau BRIGITTE RELICH, Frau LISELOTTE JANKE und Herrn DIETER SCHMITT; dieser hat überdies das Sachverzeichnis angefertigt.

Die vorliegende deutsche Ausgabe ist dem Andenken meines unersetzlichen Freundes FRANZ RELICH gewidmet.

Arosa, Februar 1962

RICHARD COURANT

Vorwort zur zweiten deutschen Ausgabe

Die vorliegende Ausgabe unterscheidet sich von der ersten durch einige Korrekturen und Ergänzungen, die ich hauptsächlich meinen Freunden OTTO NEUGEBAUER in Providence und CARL LUDWIG SIEGEL in Göttingen verdanke.

New Rochelle, N. Y. Oktober 1966

RICHARD COURANT

Was ist Mathematik?

Courant, R.; Robbins, H.

2001, XXII, 399 S., Softcover

ISBN: 978-3-642-13700-6