Inhaltsverzeichnis

Einleitung 1

Teil I. Mathematische Grundbegriffe

1. Mengen 7
1.1 Konzept 7
1.2 Menge und Element 9
1.3 Teilmenge und Potenzmenge 12
1.4 Vereinigung, Durchschnitt, Komplement 16
1.5 Kartesisches Produkt und disjunkte Vereinigung 20
1.6 Wörter und Wortmengen 23

2. Relationen 29
2.1 Konzept 29
2.2 Zweistellige Relationen 30
2.3 Eigenschaften von Relationen 32
2.4 Komposition von Relationen 34
2.5 Umkehrrelation 37
2.6 Mehrstellige Relationen 39

3. Abbildungen 43
3.1 Konzept 43
3.2 Partielle Abbildungen 45
3.3 Eigenschaften partieller Abbildungen 49
3.4 Totale Abbildungen 50
3.5 Komposition und Eigenschaften von Abbildungen 54
3.6 Abbildungssatz 59
3.7 Kategorie der Mengen 62
3.8 Kardinalität 68

4. Ordnungen 77
4.1 Konzept 77
4.2 Partielle und totale Ordnung 80
4.3 Lexikographische und Standardordnung 86

5. Äquivalenzrelationen ... 93
5.1 Konzept ... 93
5.2 Äquivalenzrelationen ... 94
5.3 Äquivalenzabschluß ... 96
5.4 Äquivalenzklassen und Quotienten ... 101
5.5 Faktorisierungssatz ... 104

Teil II. Algebraische Strukturen

6. Datenstrukturen ... 113
6.1 Konzept ... 113
6.2 Zahlen ... 114
6.3 Wörter ... 116
6.4 Stacks und Queues ... 116
6.5 Operationserzeugte Datenstrukturen ... 119
6.6 Weitere Datenstrukturen ... 120

7. Signaturen und Algebren ... 121
7.1 Konzept ... 121
7.2 Signaturen ... 123
7.3 Algebren ... 126

8. Homomorphismen ... 133
8.1 Konzept ... 133
8.2 Homomorphismen ... 136
8.3 Erweiterungen ... 141
8.4 Komposition und Isomorphie ... 143
8.5 Abbildungssatz für Homomorphismen ... 145
8.6 Kategorie von Algebren ... 151

9. Terme und strukturelle Induktion ... 155
9.1 Konzept ... 155
9.2 Grundterme ... 157
9.3 Terme mit Variablen ... 160
9.4 Strukturelle Induktion ... 162

10. Termalgebren ... 169
10.1 Konzept ... 169
10.2 Grundtermalgebren ... 172
10.3 Initiale Algebra ... 173
10.4 Termalgebra mit Variablen ... 177
10.5 Freie Algebren ... 178

11. Algebraische Spezifikationen ... 183
11.1 Konzept ... 183
11.2 Gleichungen und Gültigkeit ... 186
11.3 Initiale Semantik algebraischer Spezifikationen ... 189
11.4 Historische Entwicklung algebraischer Spezifikationen und Spezifikationssprachen ... 198

12. Von der Modellalgebra über die Spezifikation zur Implementierung ... 201
12.1 Konzept ... 201
12.2 Signatur und Grundtermalgebra ... 203
12.3 Spezifikation und Quotiententermalgebra ... 206
12.4 Korrektheit und Vollständigkeit ... 210
12.5 Implementierung ... 214

Teil III. Aussagenlogik

13. Aussagenlogische Formeln und Gültigkeit ... 223
13.1 Konzept ... 224
13.2 Die Syntax der Aussagenlogik ... 228
13.3 Die Semantik der Aussagenlogik ... 231

14. Folgerung ... 247
14.1 Konzept ... 247
14.2 Der Folgerungsbegriff und seine Eigenschaften ... 249

15. Logische Äquivalenz ... 259
15.1 Konzept ... 259
15.2 Logisch äquivalente Formeln und Formelmengen ... 260
15.3 Normalformen ... 266
15.4 Junktorbasen ... 274

16. Aussagenlogische Hilbert-Kalküle ... 281
16.1 Konzept ... 281
16.2 Hilbert-Regeln ... 283
16.3 Hilbert-Kalküle ... 288
16.4 Ein korrekter und vollständiger Hilbert-Kalkül ... 294

17. Aussagenlogische Sequenzenkalküle ... 299
17.1 Konzept ... 299
17.2 Sequenzenkalküle ... 300
17.3 Ein korrekter und vollständiger Sequenzenkalkül ... 304

18. Das Resolutionsverfahren 311
18.1 Konzept 311
18.2 Das Resolutionsverfahren 313
18.3 Horn-Klauseln 319

Teil IV. Prädikatenlogik

19. Prädikatenlogische Formeln und Gültigkeit 329
19.1 Konzept 329
19.2 Logische Signaturen und Strukturen 333
19.3 Die Syntax der Prädikatenlogik 336
19.4 Die Semantik der Prädikatenlogik 340

20. Folgerung und logische Äquivalenz 355
20.1 Konzept 355
20.2 Modellklassen 356
20.3 Folgerung und logische Äquivalenz 359
20.4 Theorien 369

21. Substitution und Umbenennung 375
21.1 Konzept 375
21.2 Definitionen und Sätze 377

22. Prädikatenlogische Hilbert-Kalküle 387
22.1 Konzept 387
22.2 Definitionen und Sätze 388
22.3 Ein korrekter und vollständiger Hilbert-Kalkül 393

23. Ausblick 401
23.1 „Mathematische“und „philosophische“Logik 401
23.2 Erweiterungen der elementaren Prädikatenlogik 402
23.2.1 Höhere Prädikatenlogik 402
23.2.2 Komprehensionsannahmen und Mengenlehre 407
23.2.3 Inklusive und freie Prädikatenlogik 410
23.3 Konstruktive Logik 412
23.4 Implikationskonzepte 419
23.4.1 Minimale und klassische Implikation 421
23.4.2 Strikte Implikation 422
23.4.3 Relevante Implikation 424
23.4.4 Strenge Implikation 427
23.5 Modal- und Temporallogik 428
23.5.1 Kripke-Semantik 428
23.5.2 Kripke-Semantik der intuitionistischen Logik 433
23.5.3 Andere Logiken mit modalem Charakter 436

23.5.4 Nachbarschaftssemantik und algebraische Semantik ... 438
23.5.5 Temporallogik ... 440
23.5.6 Dynamische Logik ... 441
23.6 Andere Logiken ... 444
23.6.1 Logik der Fragen und Logik der Befehle ... 444
23.6.2 Nicht-deduktives Schließen ... 445
23.7 Bibliographische Hilfsmittel ... 446
23.7.1 Logikgeschichten ... 446
23.7.2 Textsammlungen ... 447
23.7.3 Handbücher ... 447
23.7.4 Wörterbücher ... 448
23.7.5 Bibliographien ... 448
23.7.6 Web-Adressen ... 448
Literaturverzeichnis ... 449

Teil V. Kategorielle Grundlagen

24. Kategorien in Mathematik und Informatik ... 461
24.1 Konzept ... 461
24.2 Definition und Beispiele ... 462
24.3 Konstruktionen von Kategorien ... 473

25. Isomorphie, Mono- und Epimorphismen ... 479
25.1 Konzept ... 479
25.2 Isomorphie ... 480
25.3 Mono- und Epimorphismen ... 482

26. Funktoren und natürliche Transformationen ... 487
26.1 Konzept ... 487
26.2 Funktoren ... 488
26.3 Natürliche Transformationen und Funktorkategorien ... 495

27. Produkte und Coprodukte ... 505
27.1 Konzept ... 505
27.2 Produkte ... 507
27.3 Eigenschaften von Produkten ... 512
27.4 Coprodukte ... 519
27.5 Dualität ... 521

28. Universelle Konstruktionen ... 527
28.1 Konzept ... 527
28.2 Finale und Initiale Objekte ... 528
28.3 Kartesische Kategorien und Funktoren ... 530
28.4 Egalisatoren und Coegalisatoren ... 537

28.5 Pullbacks und Pushouts 541
28.6 Limiten und Colimiten 545

29. Adjunktionen 557
29.1 Konzept 557
29.2 Freie Konstruktionen 559
29.3 Adjunktionen 565
29.4 Exponenten 577

30. Anwendungen auf Algebra und Logik 583
30.1 Kategorielle Schlußregeln 584
30.2 Hom-Funktoren und Termalgebren 594
30.3 Indizierte Kategorien 599

Literatur 607

Sachverzeichnis 609

http://www.springer.com/978-3-540-41923-5

Mathematisch-strukturelle Grundlagen der Informatik

Ehrig, H.; Mahr, B.; Cornelius, F.; Große-Rhode, M.;
Zeitz, P.

2001, XXII, 622 S., Softcover
ISBN: 978-3-540-41923-5