

# Inhaltsverzeichnis

|                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------|----|
| <b>Einführung</b> .....                                      | 1  |
| <b>1. Grundlagen</b> .....                                   | 3  |
| 1.1 Spannungszustand .....                                   | 3  |
| 1.1.1 Spannungsvektor, Spannungstensor .....                 | 4  |
| 1.1.2 Transformationsbeziehungen .....                       | 7  |
| 1.1.3 Hauptspannungen .....                                  | 8  |
| 1.1.4 Aufspaltung des Spannungstensors .....                 | 10 |
| 1.1.5 Mohrsche Kreise .....                                  | 11 |
| 1.1.6 Gleichgewichtsbedingungen .....                        | 13 |
| 1.2 Deformation und Verzerrung .....                         | 15 |
| 1.2.1 Kinematik der Deformation .....                        | 15 |
| 1.2.2 Deformationsgradient .....                             | 17 |
| 1.2.3 Verzerrungstensoren .....                              | 19 |
| 1.2.4 Lineare Theorie .....                                  | 21 |
| 1.2.5 Volumendehnung .....                                   | 23 |
| 1.2.6 Aufspaltung des infinitesimalen Verzerrungstensors ... | 24 |
| 1.2.7 Kompatibilitätsbedingungen .....                       | 25 |
| 1.3 Elastizitätsgesetz .....                                 | 26 |
| 1.3.1 Hookesches Gesetz .....                                | 26 |
| 1.3.2 Formänderungsenergie .....                             | 28 |
| 1.3.3 Isotropes Materialverhalten .....                      | 30 |
| 1.3.4 Anisotropes Materialverhalten .....                    | 33 |
| 1.3.5 Temperaturdehnungen .....                              | 36 |
| 1.4 Grundgleichungen der linearen Elastizitätstheorie .....  | 37 |
| 1.4.1 Feldgleichungen, Rand- und Anfangsbedingungen .....    | 37 |
| 1.4.2 Verschiebungsdifferentialgleichungen .....             | 38 |
| 1.4.3 Spannungsdifferentialgleichungen .....                 | 39 |
| 1.4.4 Eindeutigkeit der Lösung .....                         | 39 |
| <b>2. Ebene Probleme</b> .....                               | 41 |
| 2.1 Ebener Verzerrungszustand .....                          | 41 |
| 2.2 Ebener Spannungszustand .....                            | 43 |
| 2.3 Airysche Spannungsfunktion, Scheibengleichung .....      | 45 |

|           |                                                                           |           |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.4       | Lösungen der Bipotentialgleichung . . . . .                               | 48        |
| 2.5       | Anwendungsbeispiele . . . . .                                             | 50        |
| 2.5.1     | Einfache Spannungszustände . . . . .                                      | 50        |
| 2.5.2     | Kragscheibe unter verteilter Belastung . . . . .                          | 51        |
| 2.5.3     | Kreisloch unter Innendruck . . . . .                                      | 53        |
| 2.5.4     | Scheibe unter konzentriertem Einzelmoment . . . . .                       | 53        |
| 2.5.5     | Halbebene unter Einzellast . . . . .                                      | 54        |
| 2.5.6     | Keil unter Einzellast . . . . .                                           | 55        |
| 2.5.7     | Scheibe mit Kreisloch unter Zugbelastung . . . . .                        | 56        |
| 2.6       | Methode der komplexen Potentiale . . . . .                                | 58        |
| 2.7       | Anwendungsbeispiele . . . . .                                             | 61        |
| 2.7.1     | Einzelkraft in der unbeschränkten Ebene . . . . .                         | 61        |
| 2.7.2     | Halbebene unter Einzellast . . . . .                                      | 63        |
| 2.7.3     | Einzelriss unter Zugbelastung . . . . .                                   | 63        |
| <b>3.</b> | <b>Räumliche Probleme</b> . . . . .                                       | <b>65</b> |
| 3.1       | Papkovich-Neuber-Potentiale . . . . .                                     | 65        |
| 3.2       | Einzelkraft im elastischen Körper, Kelvin-Lösung . . . . .                | 67        |
| 3.3       | Normalkraft auf elastischen Halbraum,<br>Boussinesq-Lösung . . . . .      | 68        |
| 3.4       | Tangentialkraft auf elastischen Halbraum,<br>Cerruti-Lösung . . . . .     | 69        |
| 3.5       | Kugelförmiger Einschluss . . . . .                                        | 71        |
| <b>4.</b> | <b>Variations- und Energieprinzipien</b> . . . . .                        | <b>75</b> |
| 4.1       | Allgemeiner Arbeitssatz . . . . .                                         | 75        |
| 4.2       | Prinzip der virtuellen Verrückungen . . . . .                             | 77        |
| 4.3       | Prinzip der virtuellen Kräfte . . . . .                                   | 78        |
| 4.4       | Extremalprinzipien . . . . .                                              | 79        |
| 4.4.1     | Prinzip vom Stationärwert des Gesamtpotentials . . . . .                  | 79        |
| 4.4.2     | Prinzip vom Stationärwert des Gesamtenergänzungs-<br>potentials . . . . . | 81        |
| 4.5       | Sätze von Castigliano, Menabrea, Clapeyron und Betti . . . . .            | 83        |
| 4.5.1     | Sätze von Castigliano und Menabrea . . . . .                              | 83        |
| 4.5.2     | Satz von Clapeyron . . . . .                                              | 84        |
| 4.5.3     | Satz von Betti . . . . .                                                  | 85        |
| 4.6       | Verallgemeinerte Energieprinzipien . . . . .                              | 85        |
| 4.7       | Rayleigh-Ritz- und Galerkin-Verfahren . . . . .                           | 87        |
| 4.8       | Methode der finiten Elemente . . . . .                                    | 90        |
| 4.9       | Randelemente-Methode . . . . .                                            | 94        |
| <b>5.</b> | <b>Platten</b> . . . . .                                                  | <b>99</b> |
| 5.1       | Kirchhoffsche Plattentheorie . . . . .                                    | 100       |
| 5.1.1     | Grundgleichungen in kartesischen Koordinaten . . . . .                    | 100       |
| 5.1.2     | Randbedingungen . . . . .                                                 | 105       |

|           |                                                       |            |
|-----------|-------------------------------------------------------|------------|
| 5.1.3     | Grundgleichungen in Polarkoordinaten . . . . .        | 107        |
| 5.2       | Lösungen der Plattengleichung . . . . .               | 108        |
| 5.2.1     | Naviersche Lösung . . . . .                           | 109        |
| 5.2.2     | Levysche Lösung . . . . .                             | 110        |
| 5.2.3     | Lösungen in Polarkoordinaten . . . . .                | 113        |
| 5.3       | Elastisch gebettete Platte . . . . .                  | 113        |
| 5.4       | Die orthotrope Platte . . . . .                       | 116        |
| 5.5       | Mindlinsche Plattentheorie . . . . .                  | 117        |
| <b>6.</b> | <b>Rotationsschalen . . . . .</b>                     | <b>123</b> |
| 6.1       | Geometrie der Rotationsschale . . . . .               | 123        |
| 6.2       | Grundgleichungen, Biegetheorie . . . . .              | 124        |
| 6.2.1     | Schnittgrößen und Gleichgewichtsbedingungen . . . . . | 124        |
| 6.2.2     | Kinematische Beziehungen . . . . .                    | 128        |
| 6.2.3     | Konstitutive Beziehungen . . . . .                    | 132        |
| 6.3       | Membrantheorie . . . . .                              | 133        |
| 6.3.1     | Grundgleichungen . . . . .                            | 133        |
| 6.3.2     | Anwendungsbeispiel . . . . .                          | 135        |
| 6.4       | Kreiszyklinderschale . . . . .                        | 137        |
| 6.4.1     | Grundgleichungen . . . . .                            | 137        |
| 6.4.2     | Membrantheorie der Kreiszyklinderschale . . . . .     | 139        |
| 6.4.3     | Behältertheorie . . . . .                             | 141        |
| 6.4.4     | Anwendungsbeispiele zur Behältertheorie . . . . .     | 144        |
| 6.5       | Kugelschale . . . . .                                 | 146        |
| <b>7.</b> | <b>Ebene Laminate . . . . .</b>                       | <b>151</b> |
| 7.1       | Verhalten einer Laminat-Einzelschicht . . . . .       | 151        |
| 7.2       | Klassische Laminattheorie . . . . .                   | 155        |
| 7.2.1     | Aufbau eines Laminats . . . . .                       | 155        |
| 7.2.2     | Kinematik der klassischen Laminattheorie . . . . .    | 157        |
| 7.2.3     | Konstitutives Verhalten eines Laminats . . . . .      | 158        |
| 7.2.4     | Laminat-Gleichgewichtsbedingungen . . . . .           | 162        |
| 7.2.5     | Formänderungsenergie . . . . .                        | 163        |
| 7.3       | Hygrothermische Probleme . . . . .                    | 163        |
| 7.3.1     | Thermomechanische Probleme . . . . .                  | 163        |
| 7.3.2     | Hygromechanische Probleme . . . . .                   | 165        |
| 7.4       | Festigkeit . . . . .                                  | 166        |
| 7.4.1     | Kriterium maximaler Spannungen . . . . .              | 167        |
| 7.4.2     | Kriterium maximaler Verzerrungen . . . . .            | 167        |
| 7.4.3     | Tsai-Hill-Kriterium . . . . .                         | 168        |
| 7.4.4     | Tsai-Wu-Kriterium . . . . .                           | 168        |
| 7.4.5     | Kriterium von Puck . . . . .                          | 169        |
| 7.4.6     | Kriterium von Hashin . . . . .                        | 169        |
| 7.5       | Höhere Laminattheorien . . . . .                      | 170        |
| 7.6       | Composite-Mikromechanik . . . . .                     | 174        |

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| <b>Anhang</b> .....                  | 179 |
| A.1 Darstellung von Vektoren .....   | 179 |
| A.2 Summationskonvention .....       | 179 |
| A.3 Kronecker-Symbol .....           | 180 |
| A.4 Tensoren .....                   | 180 |
| A.5 Permutationssymbol .....         | 184 |
| A.6 Differentialoperatoren .....     | 185 |
| <b>Literatur</b> .....               | 187 |
| <b>Englische Fachausdrücke</b> ..... | 189 |
| <b>Sachverzeichnis</b> .....         | 197 |

Mechanik elastischer Körper und Strukturen

Becker, W.; Gross, D.

2002, X, 200 S. 61 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-540-43511-2