

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
TEIL IV: Interpolation und Integration von Funktionen	
8. Polynominterpolation	1
8.1 Polynominterpolation	2
8.1.1 Der Interpolationsfehler	3
8.1.2 Nachteile der polynomialen Interpolation auf äquidi- stanten Knoten und Runge's Gegenbeispiel	4
8.1.3 Stabilität der Polynom-Interpolation	6
8.2 Newtonsche Darstellung des Interpolationspolynoms	7
8.2.1 Einige Eigenschaften der Newtonschen dividierten Dif- ferenzen	9
8.2.2 Der Interpolationsfehler bei der Verwendung divi- dierter Differenzen	11
8.3 Stückweise Lagrange-Interpolation	12
8.4 Hermite-Birkoff-Interpolation	15
8.5 Erweiterung auf den zweidimensionalen Fall	18
8.5.1 Polynominterpolation	18
8.5.2 Stückweise polynomiale Interpolation	19
8.6 Splineapproximation	23
8.6.1 Interpolierende kubische Splines	24
8.6.2 B-Splines	29
8.7 Splines in parametrischer Form	32

8.7.1	Bézier-Kurven und parametrische B-Splines	35
8.8	Anwendungen	38
8.8.1	Finite Elemente Analyse eines eingespannten Balkens	38
8.8.2	Geometrische Rekonstruktion mittels Computertomographie	42
8.9	Übungen	44
9.	Numerische Integration	47
9.1	Quadraturformeln	47
9.2	Quadraturen vom Interpolationstyp	49
9.2.1	Die Mittelpunkts- oder Rechteckregel	49
9.2.2	Die Trapezregel	51
9.2.3	Die Cavalieri-Simpson-Formel	53
9.3	Newton-Cotes-Formeln	54
9.4	Zusammengesetzte Newton-Cotes-Formeln	60
9.5	Hermite-Quadraturformel	62
9.6	Richardson-Extrapolation	64
9.6.1	Romberg-Integration	66
9.7	Automatische Integration	68
9.7.1	Nicht-adaptive Integrationsalgorithmen	69
9.7.2	Adaptive Integrationsalgorithmen	71
9.8	Singuläre Integrale	75
9.8.1	Integrale von Funktionen mit endlichen Sprüngen	75
9.8.2	Integrale unbeschränkter Funktionen	75
9.8.3	Integrale über unbeschränkte Intervalle	78
9.9	Mehrdimensionale numerische Integration	80
9.9.1	Die Methode der Reduktionsformel	80
9.9.2	Zweidimensionale zusammengesetzte Quadraturen	82
9.9.3	Monte-Carlo-Methode zur Numerischen Integration	84
9.10	Anwendungen	86
9.10.1	Berechnung der Oberfläche eines Ellipsoids	86
9.10.2	Berechnung der Windwirkung auf einen Segelbootmast	88
9.11	Übungen	90
TEIL V: Transformationen, Differentiation und Diskretisierung von Anfangswertproblemen		
10.	Orthogonale Polynome in der Approximationstheorie	93
10.1	Approximation von Funktionen mittels verallgemeinerter Fourierreihen	93
10.1.1	Tschebyscheff-Polynome	95
10.1.2	Legendre-Polynome	96
10.2	Gaußsche Integration und Interpolation	97
10.3	Tschebyscheffsche Integration und Interpolation	102
10.4	Legendresche Integration und Interpolation	104

10.5	Gaußsche Integration über unbeschränkte Intervalle	107
10.6	Programme zur Implementation Gaußscher Quadraturen	108
10.7	Approximation einer Funktion im Sinne kleinster Quadrate	109
10.7.1	Diskrete kleinste Quadrate Approximation	110
10.8	Das Polynom bester Approximation	113
10.9	Fouriersche trigonometrische Polynome	114
10.9.1	Das Gibbsche Phänomen	118
10.9.2	Die schnelle Fouriertransformation	119
10.10	Approximation von Funktionsableitungen	121
10.10.1	Klassische finite Differenzen	121
10.10.2	Kompakte finite Differenzen	124
10.10.3	Pseudo-Spektral-Ableitung	128
10.11	Transformationen und ihre Anwendungen	129
10.11.1	Die Fouriertransformation	129
10.11.2	(Physikalisch) lineare Systeme und Fouriertransformation	133
10.11.3	Die Laplacetransformation	135
10.11.4	Die Z-Transformation	137
10.12	Die Wavelet-Transformation	138
10.12.1	Die stetige Wavelet-Transformation	138
10.12.2	Diskrete und orthonormale Wavelets	142
10.13	Anwendungen	143
10.13.1	Berechnung der Strahlung schwarzer Körper	143
10.13.2	Numerische Lösung der Schrödingergleichung	145
10.14	Übungen	147
11.	Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	151
11.1	Cauchy Problem	151
11.2	Einschrittverfahren	154
11.3	Analyse von Einschrittverfahren	156
11.3.1	Die Nullstabilität	157
11.3.2	Konvergenzanalyse	159
11.3.3	Die absolute Stabilität	162
11.4	Differenzengleichungen	165
11.5	Mehrschrittverfahren	170
11.5.1	Adams-Verfahren	173
11.5.2	BDF-Verfahren	175
11.6	Analyse von Mehrschrittverfahren	176
11.6.1	Konsistenz	176
11.6.2	Die Wurzelbedingungen	178
11.6.3	Stabilitäts- und Konvergenzanalyse von Mehrschrittverfahren	179
11.6.4	Absolute Stabilität von Mehrschrittverfahren	183
11.7	Prädiktor-Korrektor-Verfahren	185
11.8	Runge-Kutta (RK)-Verfahren	192

11.8.1	Herleitung expliziter RK-Verfahren	195
11.8.2	Schrittweitensteuerung für RK-Verfahren	196
11.8.3	Implizite RK-Verfahren	199
11.8.4	Bereiche absoluter Stabilität für RK-Verfahren	201
11.9	Systeme von ODEs	202
11.10	Steife Probleme	203
11.11	Anwendungen	206
11.11.1	Analysis der Bewegung eines reibungsfreien Pendels	206
11.11.2	Nachgiebigkeit artiieller Wände	208
11.12	Übungen	212

TEIL VI: Diskretisierung partieller Differentialgleichungen

12.	Zweipunktrandwertprobleme	217
12.1	Ein Modellproblem	217
12.2	Finite Differenzen Approximation	219
12.2.1	Stabilitätsanalyse durch Energiemethoden	220
12.2.2	Konvergenzanalyse	225
12.2.3	Finite Differenzen für Zweipunktrandwertaufgaben mit variablen Koeffizienten	226
12.3	Die spektrale Kollokationsmethode	228
12.4	Das Galerkin-Verfahren	231
12.4.1	Integrale Formulierung von Randwertproblemen	231
12.4.2	Eine kurze Einführung in Distributionen	233
12.4.3	Formulierung und Eigenschaften des Galerkin-Verfahrens	234
12.4.4	Analyse des Galerkin-Verfahrens	235
12.4.5	Die finite Elemente Methode	238
12.4.6	Implementierungsfragen	244
12.4.7	Spektralmethoden	247
12.5	Advektions-Diffusions-Gleichungen	247
12.5.1	Galerkin finite Elemente Approximation	249
12.5.2	Die Beziehung zwischen finiten Elementen und finiten Differenzen; die numerische Viskosität	251
12.5.3	Stabilisierte finite Elemente Methoden	255
12.6	Ein kurzer Blick auf den zweidimensionalen Fall	260
12.7	Anwendungen	263
12.7.1	Schmierung eines Schiebers	263
12.7.2	Vertikale Verteilung der Sporenkonzentration über große Bereiche	264
12.8	Übungen	265
13.	Parabolische und hyperbolische Probleme	269
13.1	Die Wärmeleitungsgleichung	269

13.2	Finite Differenzen Approximation der Wärmeleitungsgleichung	272
13.3	Finite Elemente Approximation der Wärmeleitungsgleichung	274
13.3.1	Stabilitätsanalyse der θ -Methode	276
13.4	Raum-Zeit Finite Elemente Methoden für die Wärmeleitungsgleichung	281
13.5	Hyperbolische Gleichungen: Ein skalares Transportproblem	285
13.6	Systeme linearer hyperbolischer Gleichungen	288
13.6.1	Die Wellengleichung	289
13.7	Finite Differenzen Methode für hyperbolische Gleichungen	291
13.7.1	Diskretisierung der skalaren Gleichung	291
13.8	Analyse von Finite Differenzen Methoden	293
13.8.1	Konsistenz	293
13.8.2	Stabilität	294
13.8.3	Die CFL Bedingung	294
13.8.4	Von Neumann Stabilitätsanalyse	297
13.9	Dissipation und Dispersion	300
13.9.1	Äquivalente Gleichungen	303
13.10	Finite Elemente Approximation hyperbolischer Gleichungen	307
13.10.1	Raumdiskretisierung mit stetigen und unstetigen finiten Elementen	307
13.10.2	Zeitdiskretisierung	310
13.11	Anwendungen	312
13.11.1	Wärmeleitung in einem Stab	312
13.11.2	Ein hyperbolisches Modell für die Wechselwirkung von Blutströmung und arteriellen Wänden	313
13.12	Übungen	315
	Literatur	317
	Index der MATLAB Programme	323
	Index	325

Numerische Mathematik 2

Quarteroni, A.; Sacco, R.; Saleri, F.

2002, XIV, 330 S. 55 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-540-43616-4