
Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Laplace-Verteilungen und diskrete Modelle	5
2.1	Stichproben und Permutationen	6
2.1.1	Ziehen mit Zurücklegen	6
2.1.2	Ziehen ohne Zurücklegen	7
2.2	Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume	10
2.3	Übungsaufgaben	11
3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten und stochastische Unabhängigkeit	15
3.1	Kolmogorovs Axiome für Wahrscheinlichkeiten	15
3.2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	18
3.3	Stochastische Unabhängigkeit	21
3.4	Das Hardy-Weinberg-Gesetz	24
3.5	Produkträume	26
3.6	Übungsaufgaben	27
4	Zufallsvariablen und spezielle Verteilungen	31
4.1	Stochastische Unabhängigkeit	32
4.2	Spezielle Verteilungen	35
4.2.1	Bernoulli-Folgen und Binomialverteilungen	35
4.2.2	Hypergeometrische Verteilungen	37
4.2.3	Poissonverteilungen	40
4.2.4	Wartezeiten und geometrische Verteilungen	41
4.3	Kodierungen von Permutationen	42

4.3.1	Das “Sekretärinnenproblem”	43
4.3.2	Simulation von Zufallspermutationen	47
4.4	Faltungen	48
4.5	Die Laufzeit von ‘QuickSort’	50
4.6	Übungsaufgaben	56
5	Statistische Anwendungen: Konfidenzbereiche	63
5.1	Konfidenzbereiche	64
5.2	Konfidenzschranken für Binomialparameter	67
5.3	Konfidenzschranken für hypergeometrische Verteilungen	72
5.4	Vergleich zweier Binomialparameter	76
5.5	Übungsaufgaben	80
6	Erwartungswerte und Standardabweichungen	85
6.1	Definition und Eigenschaften des Erwartungswertes	85
6.2	Die Markov-Ungleichung	91
6.3	Produkte von Zufallsvariablen	92
6.4	Varianzen und Standardabweichungen	94
6.5	Kovarianzen	96
6.6	Anwendungen	101
6.6.1	Die Laufzeit von Quicksort	101
6.6.2	Der Weierstraßsche Approximationssatz	104
6.6.3	Stochastische Aspekte von Sequenzvergleichen	107
6.7	Das schwache Gesetz der großen Zahlen	113
6.8	Übungsaufgaben	115
7	Erzeugende Funktionen und Exponentialungleichungen	119
7.1	Erzeugende Funktionen	119
7.2	Momentenerzeugende Funktionen	121
7.3	Exponentialungleichungen	122
7.4	Die Hoeffding-Ungleichung	125
7.5	Übungsaufgaben	127
8	Informationstheorie	129
8.1	Fragestrategien und Kodes	129
8.2	Entropie	134
8.3	Optimale Kodierung nach der Huffman-Methode	136
8.4	Übungsaufgaben	141

9	Allgemeine Wahrscheinlichkeitsräume	145
9.1	Die Kolmogorovschen Axiome	147
9.2	Existenz und Eindeutigkeit von Maßen	149
9.2.1	Wahrscheinlichkeitsmaße auf $\{0, 1\}^{\mathbf{N}}$	149
9.2.2	Borelmengen und Volumen im $\mathbf{R}^d$	150
9.2.3	Zufallsvariablen und Messbarkeit	151
9.2.4	Eindeutigkeit von Maßen	152
9.3	Bernoullifolgen	152
9.3.1	Bernoullis Gesetz der großen Zahlen	152
9.3.2	Die Irrfahrt auf $\mathbf{Z}$	153
9.3.3	Smirnovs Test	156
9.4	Wahrscheinlichkeitsmaße auf $\mathbf{R}$	158
9.4.1	Uniforme Verteilungen und Quantiltransformationen	160
9.4.2	Beispiele von Verteilungs- und Quantilfunktionen	164
9.4.3	Folgen stochastisch unabhängiger Zufallsvariablen	165
9.5	Übungsaufgaben	165
10	Integrale und Erwartungswerte	169
10.1	Lebesgue-Integrale	169
10.2	Erwartungswerte	172
10.3	Der Satz von Fubini	175
10.4	Die Transformationsformel für das Lebesguemaß	177
10.5	Starke Gesetze der großen Zahlen	180
10.6	Übungsaufgaben	183
11	Computersimulation von Zufallsvariablen	185
11.1	Monte-Carlo-Schätzer	185
11.2	Pseudozufallszahlen	186
11.3	Acceptance-Rejection-Verfahren	188
11.4	Übungsaufgaben	194
12	Markovketten	195
12.1	Definition, Beispiele und allgemeine Eigenschaften	195
12.2	Homogene Markovketten	200
12.3	Absorptionswahrscheinlichkeiten	202
12.4	Das Langzeitverhalten	205
12.4.1	Rekurrenz	205
12.4.2	Invariante Verteilungen	208

12.4.3 Periodizität	213
12.4.4 Konvergenz von $p_n(\cdot, \cdot)$	216
12.5 Simulated Annealing	223
12.6 Übungsaufgaben	226
13 Approximation von Verteilungen	229
13.1 Die Poissonapproximation	229
13.2 Poissonprozesse	231
13.2.1 Existenz und Simulation von Poissonprozessen	232
13.2.2 Rechtfertigung des Modells	234
13.2.3 Poissonprozesse auf $[0, \infty[$	236
13.3 Normalapproximationen	238
13.3.1 Der Zentrale Grenzwertsatz	240
13.4 Übungsaufgaben	244
14 Maximum-Likelihood-Schätzer und EM-Algorithmus	245
14.1 Maximum-Likelihood-Schätzer	245
14.2 Der Expectation-Maximization-Algorithmus	251
A Analytische Hilfsmittel	259
A.1 Eine Optimierungsmethode von Lagrange	259
A.2 Die Stirlingsche Approximationsformel	260
Literaturverzeichnis	263
Index	265

Stochastik für Informatiker

Dumbgen, L.

2003, XII, 267 S. 23 Abb., 1 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-540-00061-7