

Inhaltsverzeichnis

Teil I Präludium

1	Einleitung	3
1.1	Reguläre und irreguläre Abtastung in der Signalverarbeitung...	3
1.1.1	Ein einführendes Beispiel	7
1.2	Eine kurze Geschichte der regulären und irregulären Abtastung	11
2	Ein Ausflug in die Funktionalanalysis	15
2.1	Metrische Räume	15
2.1.1	Definition metrischer Räume	15
2.1.2	Konvergenz in metrischen Räumen	16
2.1.3	Teilmengen metrischer Räume	17
2.1.4	Beispiele	18
2.2	Lineare Räume	21
2.2.1	Definition von linearen Räumen	21
2.2.2	Teilmengen linearer Räume	22
2.2.3	Beispiele	24
2.3	Normierte Räume	25
2.3.1	Definition normierter Räume	25
2.3.2	Konvergenz in normierten Räumen	26
2.3.3	Banach-Räume	27
2.3.4	Teilmengen normierter Räume	28
2.3.5	Beispiele	29
2.4	Hilbert-Räume	31
2.4.1	Definition von Hilbert-Räumen	31
2.4.2	Optimale Approximation in Hilbert-Räumen	35
2.4.3	Beispiele	38
2.4.4	Struktur von Hilbert-Räumen	42
2.5	Lineare Operatoren	50
2.5.1	Definition linearer Operatoren	51
2.5.2	Beispiele	57
2.5.3	Banachscher Fixpunktsatz	66
2.5.4	Neumannsche Reihe	68
2.6	Distributionentheorie	71
2.6.1	Definition der Distributionen	72

2.6.2	Reguläre und singuläre Distributionen	73
2.6.3	Dirac-Distribution	73
2.7	Schwartz-Raum und Temperierte Distributionen	76
2.8	Operationen auf der Dirac-Distribution	77
2.8.1	Linearität	77
2.8.2	Zeitverschiebung	77
2.8.3	Skalierung	77
2.8.4	Faltung	78
2.8.5	Multiplikation	79
2.8.6	Differentiation	79
2.8.7	Heavisidesche Sprungfunktion	79

Teil II Thema

3	Die Fourier-Transformation	83
3.1	Definition der Fourier-Transformation	83
3.2	Eigenschaften der Fourier-Transformation	84
3.2.1	Linearität	84
3.2.2	Dualität	84
3.2.3	Komplexe Konjugation	84
3.2.4	Symmetrie	85
3.2.5	Zeitverschiebung	85
3.2.6	Frequenzverschiebung	85
3.2.7	Skalierung	85
3.2.8	Faltung	86
3.2.9	Multiplikation	86
3.2.10	Differentiation	87
3.2.11	Theorem von Plancherel	87
3.2.12	Parsevalsche Gleichung	88
3.2.13	Poissonsche Summenformel	89
3.2.14	Basen in $L^2(\mathbb{R})$	89
3.3	Lineare zeitinvariante Systeme	90
3.4	Beispiele der Fourier-Transformation	91
3.4.1	Rechteck-Funktion	91
3.4.2	Gauß-Funktion	93
3.4.3	Dirac-Distribution	94
3.4.4	Harmonische Exponentialfunktion	94
3.4.5	Signum-Funktion	95
3.4.6	Heavisidesche Sprungfunktion	96
3.4.7	Dirac-Kamm	96
3.5	Fourier-Transformation periodischer Signale	97
3.5.1	Periodische Fortsetzung	98
3.5.2	Symmetrische periodische Fortsetzung	104
3.5.3	Verschobene symmetrische periodische Fortsetzung	108

3.6	Paley-Wiener-Räume	112
3.6.1	Aperiodische Signale	112
3.6.2	Periodische Signale	114
4	Die Signaltheorie der regulären Abtastung	123
4.1	Das Shannon-Whittaker-Kotel'nikov-Abtasttheorem	123
4.1.1	Funktionalanalytische Deutung des Abtasttheorems	126
4.1.2	Systemtheoretische Deutung des Abtasttheorems	130
4.1.3	Spektrale Deutung des Abtasttheorems	136
4.2	Zeitdiskrete Fourier-Transformation	137
4.2.1	Theorem von Plancherel	138
4.2.2	Parsevalsche Gleichung	139
4.3	Nyquist-Rate	139
4.3.1	Unterabtastung	140
4.3.2	Überabtastung	141
4.4	Periodische Signale	145
4.4.1	Periodische Fortsetzung	145
4.4.2	Symmetrische periodische Fortsetzung	155
4.4.3	Verschobene symmetrische periodische Fortsetzung	161
4.5	Diskrete Fourier-Transformation	166
4.5.1	Theorem von Plancherel	169
4.5.2	Parsevalsche Gleichung	170
4.5.3	Zyklische Faltung	170
4.6	Schnelle Fourier-Transformation	171

Teil III Kontrapunkt

5	Die Theorie der Rahmen	181
5.1	Definition der Rahmen	182
5.2	Rahmenoperator	186
5.3	Invertierung des Rahmenoperators	190
5.3.1	Rahmenalgorithmus	191
5.3.2	Relaxierter Rahmenalgorithmus	194
5.3.3	Konjugierter Gradientenalgorithmus	198
5.4	Duale Rahmen	199
5.5	Signalrepräsentation mittels Rahmen	200
5.6	Moore-Penrose-Pseudoinverse	203
5.7	Rahmenpaare	207
5.8	Rauschreduktion mittels Rahmen	211
5.9	Rahmentheorie der Überabtastung	215

6	Die Signaltheorie der irregulären Abtastung	223
6.1	Aufgabenstellung der irregulären Abtastung	223
6.2	Ganze Funktionen vom exponentiellen Typ	225
6.2.1	Ein kurzer Ausflug in die Funktionentheorie	225
6.2.2	Definition ganzer Funktionen vom exponentiellen Typ	227
6.3	Nichtharmonische Fourier-Reihen	230
6.3.1	Stabilität der nichtharmonischen Fourier-Reihen	232
6.3.2	Das Rekonstruktionsproblem der nichtharmonischen Fourier-Reihen	234
6.4	Nichtharmonische Fourier-Reihen und irreguläre Abtastung	236
6.4.1	Stabilität der irregulären Abtastung	239
6.4.2	Das Rekonstruktionsproblem der irregulären Abtastung	241
6.4.3	Nichtharmonische Fourier-Reihen und ganze Funktionen vom exponentiellen Typ	243
6.5	Irreguläre Abtastung im Paley-Wiener-Raum \mathcal{PW}_Ω	247
6.5.1	Rahmen im Paley-Wiener-Raum \mathcal{PW}_Ω	248
6.5.2	Die Rahmengrenzen im Paley-Wiener-Raum \mathcal{PW}_Ω	252
6.5.3	Gewichtete Rahmen im Paley-Wiener-Raum \mathcal{PW}_Ω	258
6.5.4	Rahmenpaare im Paley-Wiener-Raum \mathcal{PW}_Ω	275
6.5.5	Lokale Mittelwerte im Paley-Wiener-Raum \mathcal{PW}_Ω	280
6.6	Irreguläre Abtastung zeitbegrenzter Signale	285
6.6.1	Periodische Fortsetzung	286
6.6.2	Symmetrische periodische Fortsetzung	304
6.6.3	Verschobene symmetrische periodische Fortsetzung	318
6.7	Rahmen und Rahmenpaare in Paley-Wiener-Räumen	328

Teil IV Coda

7	Signalverarbeitung auf der Basis irregulärer Abtastung	333
7.1	Rekonstruktionsalgorithmen	333
7.2	Rekonstruktion zeitlich unbegrenzter Signale	335
7.3	Rekonstruktion zeitlich begrenzter Signale	343
7.3.1	Periodisch fortgesetzte Signale	343
7.3.2	Symmetrisch periodisch fortgesetzte Signale	355
7.3.3	Verschoben symmetrisch periodisch fortgesetzte Signale	363
7.4	Trigonometrische Polynome	368
7.5	Finite irreguläre Abtastung	377
7.6	Statistische Fehleranalyse	382
7.6.1	Statistisches Fehlermodell	384
8	Anwendungen der irregulären Abtastung	389
8.1	Analog-Digital-Wandler	390
8.2	Nulldurchgangsdemulatoren	396
8.2.1	Rekonstruktion der Augenblicksphase	398

8.2.2	Rekonstruktion der Augenblicksfrequenz	402
8.3	Spektralschätzung	404

Teil V Anhang

A	Grundbegriffe der statistischen Signaltheorie	413
A.1	Wahrscheinlichkeitstheorie	413
A.2	Zufallsvariable	415
A.3	Erwartungswert	416
A.4	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	417
	A.4.1 Gleichverteilung	417
	A.4.2 Normalverteilung	418
A.5	Verbundwahrscheinlichkeiten	418
A.6	Zufallsprozesse	420
	Literaturverzeichnis	423
	Index	427

Irreguläre Abtastung
Signaltheorie und Signalverarbeitung
Neubauer, A.
2003, XVII, 435 S., Hardcover
ISBN: 978-3-540-00306-9