

Horst Rollnik

Quantentheorie 1

Grundlagen
Wellenmechanik
Axiomatik

Zweite Auflage
Mit 92 Abbildungen



Springer

Professor Dr. Dr. h.c. Horst Rollnik

Universität Bonn

Physikalisches Institut

Nußallee 12

53115 Bonn, Deutschland

Die erste Auflage erschien in der Reihe:

Vieweg Studium – Aufbaukurs Physik, herausgegeben von Hanns Ruder, bei Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme:

Rollnik, Horst: Quantentheorie / Horst Rollnik. –
Berlin ; Heidelberg ; New York ; Hongkong ; London ; Mailand ; Paris ; Tokio : Springer
(Springer-Lehrbuch)

1. Grundlagen – Wellenmechanik - Axiomatik. - 2. Aufl. – 2003

ISBN 3-540-43788-6

ISBN 3-540-43788-6 2. Auflage Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
ein Unternehmen der BertelsmannSpringer Science+Business Media GmbH

<http://www.springer.de>

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003

Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Satz durch den Autor

Einbandgestaltung: *design & production* GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier SPIN: 10882048 56/3141/ba - 5 4 3 2 1 0

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen der Quantentheorie	1
1.1	Das „Neue“ der Quantentheorie, begriffliche und pädagogische Schwierigkeiten	1
1.2	Philosophische Gründe	1
1.3	Physikalische Gründe für die Existenz eines Wirkungsquantums	4
1.4	Experimente zum Dualismus von Welle und Teilchen	8
1.5	Beschreibung von lokalisierten Zuständen	10
1.5.1	Punktmechanik	10
1.5.2	Wellenpakete als lokalisierte Zustände in der klassischen Feldtheorie	12
1.5.3	Zeitliche Entwicklung der Wellenpakete; Gruppengeschwindigkeit	20
1.6	Wellengleichungen für Materiefelder	22
1.6.1	Dispersionsrelationen für Elektronenwellen	22
1.6.2	Die Schrödingergleichung und die Klein-Gordon-Gleichung	24
1.6.3	Versuch einer Interpretation von $\psi(\vec{r}, t)$	26
1.7	Quanteneigenschaften von Elektronen und Photonen	28
1.7.1	Die Quanteneigenschaften des Elektrons, die Unzulänglichkeit des Materiefeldes	29
1.7.2	Quanteneigenschaften der Lichtwellen: Planck-de-Broglie-Relation und Comptoneffekt	30
1.8	Deutung der ψ -Funktion als Wahrscheinlichkeitsamplitude	33
1.8.1	Genauere Beschreibung der Elektronen-Beugungsexperimente	33
1.8.2	Problematik des Wahrscheinlichkeitsbegriffes	36
1.8.3	Analyse des Zweispaltversuchs	38
1.9	Physikalische Ableitung der Unbestimmtheitsrelation, die Existenz der Atome	41
2	Wellenmechanik	46
2.1	Die Wahrscheinlichkeitsamplituden $\psi(\vec{r}, t)$ und $\tilde{\psi}(\vec{p}, t)$	46
2.2	Die Operatoren für Ort und Impuls	48
2.3	Observable, Zustände und Meßwerte	50
2.4	Das Korrespondenzprinzip	52
2.4.1	Der Energieoperator	53
2.4.2	Nicht vertauschbare Observable	54
2.4.3	Radial- und Drehimpuls	55
2.4.4	Hamiltonoperator für die Bewegung im elektromagnetischen Feld	61
2.5	Allgemeine Eigenschaften der wellenmechanischen Operatoren	63
2.6	Exkurs über die wichtigsten physikalischen Potentiale	64
2.6.1	Das Atom	64
2.6.2	Aufbau der Materie aus Atomen	65

2.6.3	Kernkräfte und die subnukleare Struktur	68
2.6.4	Modellpotentiale	68
2.7	Das Zweikörperproblem	70
2.7.1	Reduktion auf ein äquivalentes Einkörperproblem	71
2.7.2	Die stationäre Schrödingergleichung	73
2.7.3	Allgemeine Diskussion des Eigenwertproblems	74
2.7.4	Schrödingergleichung für radialsymmetrische Wellenfunktionen	76
2.8	Qualitative Eigenschaften der Bindungszustände	77
2.8.1	Bindungszustände im Kastenpotential	78
2.8.2	Allgemeiner Beweis der Knotensätze	82
2.8.3	Ein Stabilitätstheorem	86
2.9	Differentialgleichungen mit regulären Singularitäten	89
2.9.1	Allgemeine Betrachtungen	89
2.9.2	Die konfluente hypergeometrische Differentialgleichung	94
2.9.3	Die Differentialgleichungen der Fuchsschen Klasse	96
2.10	Lösung der Schrödingergleichung für physikalisch wichtige Potentiale	102
2.10.1	Das asymptotische Verhalten der Wellenfunktionen	104
2.10.2	Das Coulomb-Eigenwertproblem	106
2.10.3	Das lineare Confinement-Potential	109
2.10.4	Der harmonische, sphärische Oszillator	112
2.10.5	Die Drehimpulsentartung beim Coulomb- und Oszillator-Potential	116
2.10.6	Zusammenfassende Schlußfolgerungen	122
2.11	Wellenmechanisches Streuproblem (I)	123
2.11.1	Zeitabhängige und stationäre Beschreibung der Streuung	124
2.11.2	Grundbegriffe der Streutheorie	127
2.11.3	Streuung an der harten Kugel und dem Kastenpotential	131
2.11.4	Streuamplitude und Wirkungsquerschnitt	137
2.11.5	Analyse des Wirkungsquerschnitts, die Breit-Wigner-Formel	142
2.11.6	Analytische Eigenschaften der Streufunktionen	146
2.11.7	Verallgemeinerung auf nicht abgeschnittene Potentiale	155
2.11.8	Streulösungen für das Coulombpotential	158
2.12	Wellenmechanische Streutheorie (II)	159
2.12.1	Die Integralgleichung für die ψ -Funktion	160
2.12.2	Die Greensche Funktion des Helmholtz-Operators $\Delta + k^2$	162
2.12.3	Asymptotische Form der Streuwellenfunktion	163
2.12.4	Streuamplitude und Wirkungsquerschnitt	165
2.12.5	Streuung am drehsymmetrischen Potential	166
2.12.6	Bornsche Reihe und Feynmangraphen	167
2.12.7	Die Bornsche Näherung	172
2.12.8	Anwendung auf die Elektronenstreuung	173
2.12.9	Beispiele für Formfaktoren	178
2.13	Eichtransformationen in der Wellenmechanik	180

3 Axiomatischer Aufbau der Quantenmechanik	192
3.1 Grundbegriffe und allgemeine Formulierung des Superpositionsprinzips . . .	193
3.2 Die Ket- und Bra-Vektoren	197
3.3 Orthogonalität und Vollständigkeitsrelation	203
3.4 Beschreibung des Meßprozesses	207
3.4.1 Präparierung eines Zustands, Projektionsoperator	207
3.4.2 Messung einer Observablen	210
3.5 Die allgemeinen Axiome der Quantenmechanik	212
3.5.1 Das Zustandsaxiom	212
3.5.2 Lineare Operatoren im Hilbertraum	218
3.5.3 Das Observablenaxiom	224
3.5.4 Uneigentliche Eigenvektoren	232
3.5.5 Exakte Theorie der Spektraldarstellung	239
3.6 Funktionen von Operatoren	240
3.6.1 Isometrische und unitäre Operatoren	241
3.6.2 Die Campbell-Hausdorff-Formel	244
3.7 Beschreibung physikalischer Symmetrien	246
3.7.1 Das Wignersche Theorem	246
3.7.2 Von einem Parameter abhängende Symmetrietransformationen . . .	250
3.7.3 Aktive und passive Transformationen	252
3.7.4 Verhalten von Observablen unter Symmetrietransformationen . . .	253
3.7.5 Verallgemeinerungen, Liesche Gruppen und Algebren	257
3.8 Folgerungen aus der räumlichen und zeitlichen Translationsinvarianz	261
3.9 Die speziellen Axiome der nicht-relativistischen Quantentheorie	265
3.9.1 Ein-Teilchen-Systeme	265
3.9.2 N -Teilchen-Systeme	267
3.10 Orts- und Impulsdarstellung	273
3.10.1 Ortsdarstellung für einen Freiheitsgrad	273
3.10.2 Impulsdarstellung für einen Freiheitsgrad	278
3.10.3 Zusammenhang zwischen der Orts- und Impulsdarstellung, „Trans- formationstheorie“	280
3.10.4 Verallgemeinerungen	282
3.10.5 Beispiele von physikalisch wichtigen Operatoren in der Orts- und Impulsdarstellung	283
3.11 Die Zeitabhängigkeit quantenmechanischer Systeme	285
3.11.1 Heisenberg- und Schrödingerbild	286
3.11.2 Die zeitliche Entwicklung von Einteilchen-Systemen	289
3.11.3 Die eindimensionale Bewegung eines Teilchens	291
3.12 Symmetrien und Erhaltungssätze	300
3.13 Nicht abgeschlossene Systeme	308
3.13.1 Das Wechselwirkungsbild	310
3.13.2 Die Dirac-Dysonsche zeitabhängige Störungsrechnung	313
3.13.3 Fermis Goldene Regel	318

3.14 Bewegungsumkehr	324
3.14.1 Bewegungsumkehr in der klassischen Physik	326
3.14.2 Theorie des Bewegungsumkehr-Operators	327
3.14.3 Die Mikro-Reversibilität	329
3.14.4 Die Phasen der T -Transformation	330
3.15 Statistische Gemische und der statistische Operator	332
3.16 Beschreibt die Quantenmechanik die atomare Welt vollständig?	339
3.16.1 Der Indeterminismus der Quantentheorie	341
3.16.2 Das Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon	346
3.16.3 Die Bellsche Ungleichung und die Unmöglichkeit von lokalen ver- borgenen Variablen	349
3.16.4 Deutungen der Quantenmechanik	354
A Anhang	359
A.1 Eigenschaften der Fouriertransformation	359
A.2 Eigenschaften der Delta-Funktion	360
A.3 Zum Beweis des Fourierschen Umkehrtheorems	366
A.4 Gruppengeschwindigkeit	367
Sachwortverzeichnis	369

Quantentheorie 1

Grundlagen Wellenmechanik Axiomatik

Rollnik, H.

2003, X, 384 S. 29 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-540-43788-8