

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	
1.1	Mengenbegriff	7
1.1.1	Relationen zwischen Mengen	8
1.1.2	Das kartesische Produkt	9
1.2	Elemente der Logik	9
1.2.1	Aussagen	10
1.2.2	Quantoren	12
1.2.3	Logische Argumente	13
1.3	Zahlsysteme und elementares Rechnen	18
1.3.1	Die natürlichen Zahlen	18
1.3.2	Die ganzen Zahlen	19
1.3.3	Die rationalen Zahlen (Bruchzahlen)	19
1.3.4	Die reellen Zahlen	20
1.4	Potenzen, Wurzeln	22
1.4.1	Motivation	22
1.4.2	Potenzen	22
1.4.3	Wurzeln	23
1.4.4	Lösen von Potenzgleichungen	23
1.4.5	Prozentrechnung, Rechnen mit Wachstumsraten	25
1.5	Kombinatorik	27
1.6	Reelle Zahlenfolgen	33
1.6.1	Motivation	33
1.6.2	Begriffsbildung	33
1.7	Reihen	36
1.7.1	Motivation	36
1.7.2	Summen (Endliche Reihen)	38
1.7.3	Unendliche Reihen	38
1.7.4	Die (endliche) geometrische Reihe	39
1.8	Funktionen und Abbildungen	40
1.8.1	Komposition von Funktionen	44
1.8.2	Umkehrfunktion	45
1.9	Stetigkeit	46
1.9.1	Motivation	46
1.9.2	Begriffsbildung	47
1.9.3	Eigenschaften stetiger Funktionen	48
1.10	Exponentialfunktion	49
1.10.1	Definition	49
1.10.2	Eigenschaften	50
1.11	Kontinuierliches Wachstum	51

1.12	Der Logarithmus	52
1.12.1	Rechenregeln	53
2	Deskriptive Statistik	
2.1	Grundbegriffe	57
2.2	Klassifikation von Variablen.....	58
2.3	Population und Stichprobe.....	59
2.4	Studiendesigns.....	60
2.4.1	Experiment versus Beobachtungsstudie	60
2.4.2	Fall-Kontroll-Design.....	61
2.4.3	Kohortenstudie.....	61
2.4.4	Querschnittsstudie versus Longitudinalstudie	61
2.4.5	Randomisierte Studien/Experimente.....	62
2.4.6	Vollständige Randomisierung ohne/mit Ausgleich, Schichtenbildung.....	62
2.4.7	Probleme bei Beobachtungsstudien	63
2.5	Datenmatrix (Datenbasis).....	64
2.6	Visualisierung empirischer Daten (I)	64
2.6.1	Nominale Daten	65
2.6.2	Metrische Daten	65
2.7	Quantifizierung der Gestalt empirischer Verteilungen	70
2.7.1	Lagemaße	70
2.7.2	Mittlerer Winkel	76
2.8	Streuung.....	77
2.8.1	Nominale/ordinale Merkmale: Wiener-Shannon	77
2.8.2	Stichprobenvarianz und Standardabweichung	79
2.9	Quantile	81
2.10	Schiefe versus Symmetrie	82
2.11	Der Boxplot	83
2.12	QQ-Plot (Quantildiagramm)	84
3	Differential- und Integralrechnung	
3.1	Motivation	91
3.2	Differenzierbarkeit	91
3.2.1	Erste Anwendungen	94
3.2.2	Ableitungsregeln	95
3.3	Höhere Ableitungen	97
3.4	Taylor-Entwicklung	98
3.5	Optimierung von Funktionen	100
3.5.1	Notwendiges Kriterium	101
3.5.2	Monotoniekriterium	102

3.5.3	Hinreichendes Kriterium 1. Ordnung für Extrema.....	102
3.6	Krümmungsverhalten.....	103
3.6.1	Motivation	103
3.6.2	Konkav und konvex	103
3.6.3	Hinreichendes Kriterium 2. Ordnung für Extrema.....	105
3.6.4	Wendepunkte.....	105
3.7	Statistische Anwendungen der Optimierung	106
3.8	Partielle Ableitung	107
3.8.1	Optimierung	109
3.9	Motivation und Definition des Integrals	111
3.10	Hauptsatz der Integralrechnung.....	114
3.11	Integrationsregeln	115
3.11.1	Partielle Integration	115
3.11.2	Substitutionsregel	117
3.12	Integration empirischer Verlaufskurven	118
4	Wahrscheinlichkeitsrechnung	
4.1	Grundbegriffe	123
4.1.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeit.....	123
4.1.2	Chancen (Odds)	126
4.1.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten.....	128
4.1.4	Unabhängigkeit	130
4.1.5	Der Satz von Bayes	130
4.1.6	Zufallsvariablen und Zufallsstichproben	132
4.1.7	Bivariate diskrete Zufallsvariable	136
4.1.8	Bivariate stetige Zufallsvariable.....	139
4.1.9	Verteilungsfunktion, Quantilsfunktion und Überlebensfunktion	140
4.1.10	Erwartungswert und Varianz	142
4.2	Verteilungsmodelle.....	144
4.2.1	Binomialverteilung.....	145
4.2.2	Die geometrische Verteilung.....	147
4.2.3	Multinomialverteilung.....	149
4.2.4	Poissonverteilung	150
4.2.5	Exponentialverteilung	153
4.2.6	Logistische Verteilung	154
4.2.7	Normalverteilung	155
4.2.8	χ^2 -Verteilung.....	156
4.2.9	t -Verteilung.....	158
4.2.10	F -Verteilung.....	158
4.2.11	Cauchy-Verteilung	158

4.2.12	Von-Mises-Verteilung	159
4.3	Grenzwertsätze und ihre Anwendung	160
4.3.1	Das Gesetz der großen Zahl	160
4.3.2	Der Zentrale Grenzwertsatz	161
5	Schließende Statistik	
5.1	Das Likelihood-Prinzip	169
5.1.1	Die Likelihood einer Zufallsstichprobe	173
5.2	Güte statistischer Schätzer	175
5.3	Konfidenzintervalle	181
5.3.1	Konfidenzintervall für μ	182
5.3.2	Konfidenzintervall für p	182
5.4	Experimente, Wahrscheinlichkeit und Entscheidungsverfahren	183
5.5	1-Stichproben-Tests	188
5.5.1	Motivation	189
5.5.2	Stichproben-Modell	189
5.5.3	Gauß- und t -Test	189
5.5.4	Vorzeichentest und Binomialtest	199
5.5.5	Robustifizierter t -Tests	201
5.6	2-Stichproben-Tests	202
5.6.1	Verbundene Stichproben	203
5.6.2	Unverbundene Stichproben (2-Stichproben t -Test) ...	204
5.6.3	Wilcoxon-Test	211
5.6.4	2-Stichproben Binomialtest	213
5.7	Korrelation und Regression	215
5.7.1	Kovarianz und Korrelation	216
5.7.2	Test auf Korrelation	218
5.7.3	Rangkorrelation nach Spearman	219
5.7.4	Grenzen der Korrelationsrechnung	220
5.7.5	Lineares Regressionsmodell	221
5.7.6	Test der Regressionskoeffizienten	226
5.7.7	Grenzen der Regressionsrechnung	227
5.8	Analyse von Kontingenztafeln	228
5.8.1	Φ -Kontingenzkoeffizient für 2×2 -Tafeln	228
5.8.2	Vergleich diskreter Verteilungen	229
5.8.3	Test auf Assoziation (Unabhängigkeitstest, Kreuzklassifikation)	231
5.8.4	Test auf Trend	234
5.8.5	Dreidimensionale Kontingenztafeln	236
5.9	Anpassungstests	241

5.9.1	Quantildiagramm	241
5.9.2	Kolmogorov-Smirnov-Test	242
5.9.3	Korrelationstests und Shapiro-Wilk-Test	242
5.9.4	χ^2 -Anpassungstest	245
5.10	Multiples Testen	247
5.10.1	Bonferroni-Prozedur	248
5.10.2	Bonferroni-Holm-Prozedur	249
5.11	Varianzanalyse	250
5.11.1	Einfaktorielle Varianzanalyse	250
5.11.2	Multiple Paarvergleiche	253
5.11.3	Randomisiertes Blockdesign	258
5.11.4	Zweifaktorielle Varianzanalyse	261
5.12	Nichtparametrische Varianzanalyse	267
5.12.1	Kruskal-Wallis-Test (Einfaktorielles Design)	267
5.12.2	Friedman-Test (Blockdesign)	269
5.13	Multiple lineare Regression	272
5.14	Logistische Regression	275
6	Populationsdynamik	
6.1	Biologischer Hintergrund	279
6.2	Diskrete Populationsdynamik	279
6.2.1	Grundbegriffe	280
6.2.2	Exponentielles Wachstum	282
6.2.3	Proportionale Abnahme bei konstanter Zufuhr	283
6.2.4	Lösung	284
6.2.5	Ergänzung: Ein Modell mit verzögerten Variablen	286
6.2.6	Logistisches Wachstum	292
6.2.7	Stabilität von Gleichgewichten	296
6.3	Stetige Populationsdynamik	298
6.3.1	Motivation	298
6.3.2	Grundbegriffe	302
6.3.3	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koef- fizienten	305
6.3.4	Lineare DGLs 1. Ordnung	306
6.3.5	Lineare DGLs 2. Ordnung	307
6.3.6	Logistisches Entwicklungsgesetz	308
6.3.7	Enzymkinetik: Michaelis-Menten-Theorie	310
7	Elemente der linearen Algebra	
7.1	Motivation	321
7.2	Vektoren	323

7.3	Geraden und Ebenen	326
7.4	Längenmessung: Die Norm	326
7.5	Winkelmessung: Das Skalarprodukt	327
7.5.1	Skalarprodukt	327
7.5.2	Winkel	328
7.6	Matrizen und Gleichungssysteme	330
7.6.1	Motivation	330
7.6.2	Matrizen und Vektoren	331
7.6.3	Matrizenmultiplikation	331
7.6.4	Lösung von Gleichungssystemen	332
7.6.5	Wann ist ein Gleichungssystem lösbar?	334
7.6.6	Inverse Matrix	336
7.6.7	Drehungen	337
7.7	Entwicklungsmodelle in diskreter Zeit	338
7.7.1	Motivation	338
7.7.2	Gleichgewicht	339
7.7.3	Lösungsfolgen	340
7.8	Entwicklungsmodelle in stetiger Zeit	344
7.8.1	Lineare Systeme	344
7.8.2	Periodische Systeme	346
	Anhang	349
A.1	Normalverteilung	351
A.2	t -Verteilung	353
A.3	χ^2 -Verteilung	355
A.4	F -Verteilung	357
A.5	Studentisierte Spannweite	366
	Literaturverzeichnis	369
	Index	371



<http://www.springer.com/978-3-540-03700-2>

Mathematische Grundlagen der empirischen Forschung

Steland, A.

2004, XII, 376 S. 28 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-540-03700-2