

Inhaltsverzeichnis

1	Natürliche Zahlen und vollständige Induktion	1
1.1	Vollständige Induktion	1
1.2	Fakultät und Binomialkoeffizienten	2
1.3	Aufgaben.....	5
2	Reelle Zahlen	7
2.1	Die Körperstruktur von \mathbb{R}	7
2.2	Die Anordnung von \mathbb{R}	8
2.3	Die Vollständigkeit von \mathbb{R}	10
2.4	\mathbb{R} ist nicht abzählbar	16
2.5	Aufgaben.....	18
3	Komplexe Zahlen	20
3.1	Der Körper der komplexen Zahlen	20
3.2	Die komplexe Zahlenebene	22
3.3	Algebraische Gleichungen in \mathbb{C}	24
3.4	Die Unmöglichkeit einer Anordnung von \mathbb{C}	26
3.5	Aufgaben.....	26
4	Funktionen	28
4.1	Grundbegriffe	28
4.2	Polynome	32
4.3	Rationale Funktionen	35
4.4	Aufgaben.....	39
5	Folgen	41
5.1	Konvergenz von Folgen.....	41
5.2	Rechenregeln	43
5.3	Monotone Folgen	46
5.4	Eine Rekursionsfolge zur Berechnung von Quadratwurzeln	48

5.5	Der Satz von Bolzano-Weierstraß	50
5.6	Das Konvergenzkriterium von Bolzano-Cauchy. Nochmals die Vollständigkeit von \mathbb{R}	52
5.7	Uneigentliche Konvergenz	54
5.8	Aufgaben.....	56
6	Reihen	59
6.1	Konvergenz von Reihen	59
6.2	Konvergenzkriterien.....	61
6.3	Summierbare Familien	66
6.4	Potenzreihen	74
6.5	Aufgaben.....	77
7	Stetige Funktionen. Grenzwerte	80
7.1	Stetigkeit.....	80
7.2	Rechnen mit stetigen Funktionen	83
7.3	Erzeugung stetiger Funktionen durch normal konvergente Reihen	84
7.4	Stetige reelle Funktionen auf Intervallen. Der Zwischenwertsatz	86
7.5	Stetige Funktionen auf kompakten Mengen. Der Satz vom Maximum und Minimum	88
7.6	Anwendung: Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra	92
7.7	Stetige Fortsetzung, Grenzwerte von Funktionen	93
7.8	Einseitige Grenzwerte, Uneigentliche Grenzwerte	97
7.9	Aufgaben.....	100
8	Die Exponentialfunktion und die trigonometrischen Funktionen	103
8.1	Definition der Exponentialfunktion	103
8.2	Die Exponentialfunktion für reelle Argumente.....	107
8.3	Der natürliche Logarithmus	110
8.4	Exponentialfunktionen zu allgemeinen Basen. Allgemeine Potenzen	112
8.5	Binomialreihen und Logarithmusreihe	114
8.6	Definition der trigonometrischen Funktionen	117
8.7	Nullstellen und Periodizität	119
8.8	Die Arcus-Funktionen.....	122
8.9	Polarkoordinaten komplexer Zahlen.....	123
8.10	Geometrie der Exponentialabbildung, Hauptzweig des komplexen Logarithmus und des Arcustangens	125

Inhaltsverzeichnis	XI
8.11 Die Zahl π	129
8.12 Die hyperbolischen Funktionen	131
8.13 Aufgaben.....	133
9 Differentialrechnung	137
9.1 Die Ableitung einer Funktion.....	137
9.2 Ableitungsregeln	141
9.3 Mittelwertsatz und Schrankensatz	144
9.4 Beispiele und Anwendungen	147
9.5 Reihen differenzierbarer Funktionen	152
9.6 Ableitungen höherer Ordnung	154
9.7 Konvexität	157
9.8 Konvexe Funktionen und Ungleichungen	160
9.9 Fast überall differenzierbare Funktionen. Verallgemeinerter Schrankensatz.....	163
9.10 Der Begriff der Stammfunktion	166
9.11 Eine auf ganz \mathbb{R} stetige, nirgends differenzierbare Funktion ...	168
9.12 Aufgaben.....	169
10 Lineare Differentialgleichungen	173
10.1 Eindeutigkeitssatz und Dimensionsabschätzung	173
10.2 Ein Fundamentalsystem für die homogene Gleichung	176
10.3 Partikuläre Lösungen bei speziellen Inhomogenitäten	180
10.4 Anwendung auf Schwingungsprobleme	182
10.5 Partikuläre Lösungen bei allgemeinen Inhomogenitäten	185
10.6 Erweiterung des Lösungsbegriffes	187
10.7 Aufgaben.....	189
11 Integralrechnung	191
11.1 Treppenfunktionen und ihre Integration	191
11.2 Regelfunktionen	193
11.3 Integration der Regelfunktionen über kompakte Intervalle	196
11.4 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung. Stammfunktionen zu Regelfunktionen.....	199
11.5 Erste Anwendungen.....	206
11.6 Integration elementarer Funktionen	208
11.7 Integration normal konvergenter Reihen	214
11.8 Riemannsche Summen	216
11.9 Integration über nicht kompakte Intervalle	218
11.10 Die Eulersche Summationsformel	223
11.11 Aufgaben.....	229

12	Geometrie differenzierbarer Kurven	233
12.1	Parametrisierte Kurven. Grundbegriffe.....	233
12.2	Die Bogenlänge	238
12.3	Parameterwechsel.....	242
12.4	Krümmung ebener Kurven	243
12.5	Die Sektorfläche ebener Kurven	246
12.6	Kurven in Polarkoordinaten	249
12.7	Umfang und Windungszahlen	252
12.8	Noch ein Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra	255
12.9	Geometrie der Planetenbewegung. Die drei Keplerschen Gesetze	256
12.10	Aufgaben.....	258
13	Elementar integrierbare Differentialgleichungen	262
13.1	Wachstumsmodelle. Lineare und Bernoullische Gleichungen...	262
13.2	Differentialgleichungen mit getrennten Veränderlichen	266
13.3	Nicht-lineare Schwingungen. Die Differentialgleichung $\ddot{x} = f(x)$	273
13.4	Aufgaben.....	279
14	Lokale Approximation von Funktionen. Taylorpolynome und Taylorreihen	282
14.1	Approximation durch Taylorpolynome	282
14.2	Taylorreihen. Rechnen mit Potenzreihen	286
14.3	Bernoulli-Zahlen und Cotangensreihe. Bernoulli-Polynome	289
14.4	Das Newton-Verfahren	292
14.5	Aufgaben.....	298
15	Globale Approximation von Funktionen. Gleichmäßige Konvergenz	300
15.1	Gleichmäßige Konvergenz	300
15.2	Vertauschungssätze	303
15.3	Kriterien für gleichmäßige Konvergenz	305
15.4	Anwendung: die Eulerschen Formeln für $\zeta(2n)$	309
15.5	Approximation durch Faltung mit Dirac-Folgen	310
15.6	Lokal gleichmäßige Konvergenz. Der Überdeckungssatz von Heine-Borel	314
15.7	Der Approximationssatz von Stone	316
15.8	Aufgaben.....	319

16	Approximation periodischer Funktionen. Fourierreihen	321
16.1	Der Approximationssatz von Fejér	321
16.2	Definition der Fourierreihen. Erste Beispiele und Anwendungen	325
16.3	Punktweise Konvergenz nach Dirichlet	329
16.4	Ein Beispiel von Fejér	332
16.5	Die Besselsche Approximation periodischer Funktionen	334
16.6	Fourierreihen stückweise stetig differenzierbarer Funktionen	336
16.7	Konvergenz im quadratischen Mittel. Die Parsevalsche Gleichung	339
16.8	Anwendung: das isoperimetrische Problem	342
16.9	Wärmeleitung in einem Ring. Die Thetafunktion	343
16.10	Die Poissonsche Summenformel	347
16.11	Aufgaben	349
17	Die Gammafunktion	351
17.1	Die Gammafunktion nach Gauß	351
17.2	Der Eindeutigkeitssatz der Gammafunktion von Bohr und Møllerup. Die Eulersche Integraldarstellung	355
17.3	Die Stirlingsche Formel	357
17.4	Aufgaben	360
	Biographische Notiz zu Euler	361
	Lösungen zu den Aufgaben	362
	Literatur	403
	Bezeichnungen	404
	Namen- und Sachverzeichnis	406



<http://www.springer.com/978-3-540-40371-5>

Analysis 1

Königsberger, K.

2004, XIV, 414 S. 41 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-540-40371-5