

Inhaltsverzeichnis

6	Eigenwertprobleme	1
6.0	Einführung	1
6.1	Elementare Eigenschaften von Eigenwerten	3
6.2	Die Jordansche Normalform einer Matrix	6
6.3	Die Frobeniussche Normalform einer Matrix	12
6.4	Die Schursche Normalform einer Matrix. Hermiteische und normale Matrizen, singuläre Werte von Matrizen	17
6.5	Reduktion von Matrizen auf einfachere Gestalt	24
6.5.1	Reduktion einer Hermiteischen Matrix auf Tridiagonalgestalt. Das Verfahren von Householder	26
6.5.2	Reduktion einer Hermiteischen Matrix auf Tridiagonalgestalt bzw. Diagonalgestalt: Die Verfahren von Givens und Jacobi	32
6.5.3	Reduktion einer Hermiteischen Matrix auf Tridiagonalgestalt. Das Verfahren von Lanczos	37
6.5.4	Reduktion auf Hessenberg-Gestalt	41
6.6	Methoden zur Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren	44
6.6.1	Berechnung der Eigenwerte einer Hermiteischen Tridiagonalmatrix	45
6.6.2	Berechnung der Eigenwerte einer Hessenbergmatrix. Die Methode von Hyman	46
6.6.3	Die einfache Vektoriteration und die inverse Iteration von Wielandt	48
6.6.4	Das LR - und das QR -Verfahren	56
6.6.5	Die praktische Durchführung des QR -Verfahrens	65
6.7	Berechnung der singulären Werte einer Matrix	78
6.8	Allgemeine Eigenwertprobleme	82
6.9	Eigenwertabschätzungen	84

Übungsaufgaben zu Kapitel 6	98
Literatur zu Kapitel 6	105
7 Gewöhnliche Differentialgleichungen	109
7.0 Einleitung	109
7.1 Einige Sätze aus der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen	111
7.2 Anfangswertprobleme	115
7.2.1 Einschrittverfahren. Grundbegriffe	115
7.2.2 Die Konvergenz von Einschrittverfahren	121
7.2.3 Asymptotische Entwicklungen für den globalen Diskretisierungsfehler bei Einschrittverfahren	125
7.2.4 Rundungsfehlereinfluß bei Einschrittverfahren	128
7.2.5 Einschrittverfahren in der Praxis	130
7.2.6 Beispiele für Mehrschrittverfahren	137
7.2.7 Allgemeine Mehrschrittverfahren	141
7.2.8 Ein Beispiel	144
7.2.9 Lineare Differenzengleichungen	147
7.2.10 Die Konvergenz von Mehrschrittverfahren	149
7.2.11 Lineare Mehrschrittverfahren	154
7.2.12 Asymptotische Entwicklungen des globalen Diskretisierungsfehlers für lineare Mehrschrittverfahren	159
7.2.13 Mehrschrittverfahren in der Praxis	163
7.2.14 Extrapolationsverfahren zur Lösung des Anfangswertproblems	168
7.2.15 Vergleich der Verfahren zur Lösung von Anfangswertproblemen	170
7.2.16 Steife Differentialgleichungen	172
7.2.17 Implizite Differentialgleichungen, Differential-Algebraische Gleichungen	179
7.2.18 Behandlung von Unstetigkeiten in Differentialgleichungen	183
7.2.19 Sensitivitätsanalyse bei Anfangswertproblemen	185
7.3 Randwertprobleme	187
7.3.0 Einleitung	187
7.3.1 Das einfache Schießverfahren	190
7.3.2 Das einfache Schießverfahren bei linearen Randwertproblemen	196
7.3.3 Ein Existenz- und Eindeutigkeitssatz für die Lösung von Randwertproblemen	198

7.3.4	Schwierigkeiten bei der Durchführung des einfachen Schießverfahrens	200
7.3.5	Die Mehrzielmethode	205
7.3.6	Hinweise zur praktischen Realisierung der Mehrzielmethode	209
7.3.7	Ein Beispiel: Optimales Bremsmanöver eines Raumfahrzeugs in der Erdatmosphäre (Re-entry Problem)	214
7.3.8	Zur Realisierung der Mehrzielmethode – fortgeschrittene Techniken	221
7.3.9	Der Grenzfall $m \rightarrow \infty$ der Mehrzielmethode (Allgemeines Newton-Verfahren, Quasilinearisierung)	226
7.4	Differenzenverfahren	231
7.5	Variationsmethoden	236
7.6	Vergleich der Methoden zur Lösung von Randwertproblemen für gewöhnliche Differentialgleichungen	246
7.7	Variationsverfahren für partielle Differentialgleichungen. Die „Finite-Element“-Methode	250
	Übungsaufgaben zu Kapitel 7	257
	Literatur zu Kapitel 7	264
8	Iterationsverfahren zur Lösung großer linearer Gleichungssysteme, einige weitere Verfahren	269
8.0	Einleitung	269
8.1	Allgemeine Ansätze für die Gewinnung von Iterationsverfahren	271
8.2	Konvergenzsätze	274
8.3	Relaxationsverfahren	280
8.4	Anwendungen auf Differenzenverfahren – ein Beispiel	290
8.5	Block-Iterationsverfahren	296
8.6	Das ADI-Verfahren von Peaceman-Rachford	299
8.7	Krylovraum-Methoden zur Lösung linearer Gleichungen	309
8.7.1	Das cg-Verfahren von Hestenes und Stiefel	311
8.7.2	Der GMRES-Algorithmus	320
8.7.3	Der Biorthogonalisierungsalgorithmus von Lanczos und das QMR-Verfahren	334

X Inhaltsverzeichnis

8.7.4	Der Bi-CG und der Bi-CGSTAB Algorithmus . .	339
8.8	Der Algorithmus von Buneman und Fouriermethoden zur Lösung der diskretisierten Poissongleichung .	345
8.9	Mehrgitterverfahren	356
8.10	Vergleich der Iterationsverfahren	367
	Übungsaufgaben zu Kapitel 8	375
	Literatur zu Kapitel 8	383
Namen- und Sachverzeichnis		387

Numerische Mathematik 2

Eine Einführung - unter Berücksichtigung von
Vorlesungen von F.L.Bauer

Stoer, J.; Bulirsch, R.

2005, X, 394 S., Softcover

ISBN: 978-3-540-23777-8