

Abb. 8.26. Bitfehlerrate bei M -QAM, gestrichelt bei Mapping nach Abb. 8.22b

gestrichelt eingezeichnet. Die Bitfehlerrate liegt bei 16-QAM durch die Abweichung vom Gray-Mapping etwa um den Faktor 1,2 höher.

Weil bei DVB-C, wie erwähnt, keine Faltungscodierung benutzt wird, darf die Bitfehlerrate höchstens $2 \cdot 10^{-4}$ erreichen, damit der nachfolgende Reed-Solomon-Decodierer den für „quasi fehlerfreien“ Empfang spezifizierten Wert von $1 \cdot 10^{-11}$ liefern kann (s. am Schluss von Abschn. 8.1.3). Dafür wird nach Abb. 8.26 bei 64-QAM ein ϱ_b von $> 16,1$ dB und bei 16-QAM von $> 11,8$ dB gefordert. Die Umrechnung in den Träger/Rauschabstand nach Gl. (8.91) ergibt für $\alpha = 0,15$ und $B_{HF} \approx B$ bei 64-QAM einen um 7,2 dB höheren Wert, bei 16-QAM einen um 5,4 dB höheren Wert: $c/n > 23,3$ dB bzw. $c/n > 17,2$ dB.

8.1.5 OFDM

Die Verteilung digitaler Fernsehsignale ist mit terrestrischen Sendern am schwierigsten. Im Gegensatz zur Satelliten- oder Kabelübertragung gibt es fast immer Echostörungen durch Mehrwegeeffekte oder Gleichwellensender. Sie können ohne weitere Maßnahmen einen Empfang verhindern. Eine Gegenmaßnahme ist das „Orthogonal Frequency-Division Multiplexing“¹. Es ergibt durch eine hochgradige Parallelisie-

¹ Das OFDM-Verfahren entstand in den USA aus Untersuchungen zur Vielträgermodulation für militärische Anwendungen und wurde zuerst von CHANG [8.8] angegeben.

rung in tausenden von Teilsignalen sehr lange Symbolzeiten, bis zu einer Millisekunde, so dass dagegen die Echozeiten meist klein bleiben. Für die terrestrische DVB-Übertragung ist deshalb die OFDM-Verwendung genormt worden (DVB-T-Norm EN 300744 von ETSI [8.13]).

Das OFDM-Signal

$$s_T(t) = \operatorname{Re} z(t) e^{j\omega_0 t}$$

besteht aus einer Vielzahl von gleichzeitig übertragenen Teilsignalen. Es sind modulierte Trägersignale unterschiedlicher Frequenz, gruppiert um die Mittenfrequenz f_0 . Ein Teilsignal stellen wir mit seiner komplexen Amplitude $z_n(t)$ dar,

$$s_n(t) = \operatorname{Re} z_n(t) e^{j\omega_0 t},$$

und das Gesamtsignal als Summe der K Teilsignale

$$s_T(t) = \sum_{n=0}^{K-1} s_n(t) = \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{K-1} z_n(t) e^{j\omega_0 t}, \quad z(t) = \sum_{n=0}^{K-1} z_n(t). \quad (8.108)$$

Die komplexen Amplituden der Teilsignale haben die Form

$$z_n(t) = c_n(t) e^{2\pi j \Delta f_n t} \quad (8.109)$$

bei einem Frequenzabstand Δf_n zur Mittenfrequenz. Alle Frequenzen haben untereinander den gleichen Abstand $1/T_u$:

$$\Delta f_n = \left(n - \frac{K-1}{2}\right) \frac{1}{T_u} \quad n = 0, 1, \dots, K-1. \quad (8.110)$$

K sei eine ungerade Zahl, so dass eine symmetrische Verteilung der Frequenzen um die Mittenfrequenz entsteht und eine Frequenz – nämlich die bei $n = (K-1)/2$ – mit der Mittenfrequenz zusammenfällt. Die Summenbildung der komplexen Teilamplituden nach Gl. (8.108) hat die Form einer Fourier-Reihe, und man erkennt daraus, dass $z(t)$ periodisch ist mit der Periodendauer T_u , falls die Koeffizienten c_n konstant sind.

Wenn eine Quadraturamplitudenmodulation benutzt wird, ergibt sich für ein Teilsignal die Trägerzeigersequenz (vgl. Gl. (8.61b)) bei einer Symboldauer T_s

$$z_n(t) = \sum_k c_{n,k} g_n(t - kT_s) \quad (8.111)$$

mit den *komplexwertigen* Basisimpulsen

$$g_n(t) = e^{2\pi j \Delta f_n t} \text{rect}\left(\frac{t}{T_s} - \frac{1}{2}\right). \quad (8.112)$$

Hier bezeichnet *rect* die „Rechteckfunktion“

$$\text{rect}(x) =_{\text{def}} \begin{cases} 1 & \text{falls } -1/2 < x < +1/2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (8.113)$$

Die Symbole in jedem Teilsignal folgen somit im Zeitabstand T_s nahtlos und ohne Überlappung aufeinander. Man beachte, dass wir mit k die *Zeitabschnitte* T_s abzählen und mit n die *Frequenzabschnitte* $1/T_u$. k ist unbegrenzt, n ist begrenzt auf $0, \dots, K-1$.

Die Basisimpulse genügen für $T_s = T_u$ der *Orthogonalitätsbedingung*:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_n(t) g_m^*(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{falls } m \neq n \\ T_s & \text{falls } m = n \end{cases}. \quad (8.114)$$

Daher kommt die Bezeichnung „*orthogonal frequency-division multiplex*“¹ für dieses Vielträgerverfahren. Bei Orthogonalität können die Daten $c_{n,k}$ aus dem Gesamtsignal $s_T(t)$ durch „Korrelationsempfang“ wiedergewonnen werden, wenn dem Empfänger die Folge $\{g_n\}$ der K Basisimpulse bekannt ist:

$$\frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} \sum_{n=0}^{K-1} z_n(t) \{g_n^*(t)\} dt = \{c_{n,k}\}. \quad (8.115)$$

Bei DVB-T wird wahlweise QPSK, 16-QAM oder 64-QAM eingesetzt ($M = 4, 16$ oder 64) mit dem Mapping nach Abb. 8.13, 8.21a oder 8.22a. Die M -wertig komplexen Amplituden $c_{n,k}$ werden hier so normiert, dass ihr Betragsquadrat bei Mittelung über k (entsprechend dem Erwartungswert) unabhängig von M immer gleich groß ist:

$$\overline{|c_{n,k}|^2}^k = 1. \quad (8.116)$$

¹ Die Bezeichnung OFDM wird auch für das „*optical frequency division multiplex*“ bei der Signalübertragung über Glasfasern verwendet.

Die im Signalraum am nächsten benachbarten Konstellationspunkte haben dann nicht mehr den von M unabhängigen Abstand $d=2$, wie er sich bei Verwendung der ρ_k, q_k -Werte nach Gl. (8.94) ergibt; der Abstand wird bei größerem M kleiner. Die Umrechnung ergibt sich aus Gl. (8.96):

$$c_{n,k} = \frac{\rho_{n,k} + j q_{n,k}}{\sqrt{2(M-1)/3}}. \quad (8.117)$$

Den Trägerzeiger eines OFDM-Signals nach Gl. (8.108) veranschaulichen wir mit einem Beispiel, bei dem dieser sich aus nur $K=13$ Teilen $z_n(t)$ (s. Gl. (8.109)) zusammensetzt. Abbildung 8.27 zeigt den zeitlichen Ablauf. Man erkennt die Periodendauer T_u . Zur Überwindung des Problems der Echostörungen wird beim OFDM-Verfahren die Symboldauer T_s – die Breite des Rechteckfensters in Gl. (8.112) – immer größer als die Periodendauer T_u gewählt, es wird ein „Schutzintervall“ (*guard interval*) hinzugefügt:

$$T_s = T_u + T_g. \quad (8.118)$$

Es wird dem Nutzintervall T_u vorangestellt und enthält eine Replikation des Symbolverlaufs aus dem T_g langen Abschnitt gegen Ende des Nutzintervalls. Dadurch wird immer ein Signalsprung am Übergang vom Schutz- zum Nutzintervall vermieden, s. Abb. 8.27. Das Rechteckfenster beginnt jeweils bei $t = k T_s$ (Gl. (8.111)), so dass wegen der Voranstellung des Schutzintervalls die Zeitskala für den Trägerzeigerverlauf um T_g nach links verschoben werden muss (in Abb. 8.27 muss $t=0$ an den linken Fensterrand verschoben werden). Der vollständige Ausdruck für das OFDM-Signal ist somit

$$s_T(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_k \sum_{n=0}^{K-1} c_{n,k} e^{2\pi j \Delta f_n (t - T_g - k T_s)} \operatorname{rect} \left(\frac{t - k T_s}{T_s} - \frac{1}{2} \right) \right] e^{j \omega_0 t} \quad (8.119)$$

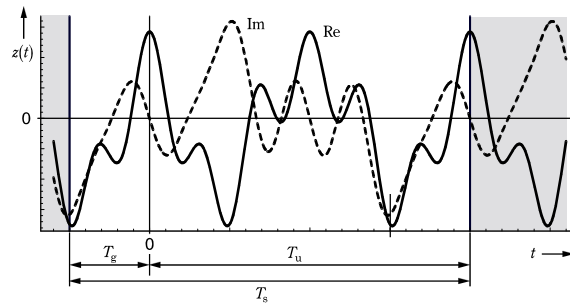


Abb. 8.27. Beispiel eines OFDM-Symbols für $K=13$

mit Δf_n und rect nach Gl. (8.110), (8.113). Der hier durch das zweite Summenzeichen gegebene Ausdruck wird als OFDM-Symbol bezeichnet. Es wird während der Zeit $t = kT_s \dots (k+1)T_s$ übertragen.

Bei DVB-T werden entweder $K = 6817$ oder $K = 1705$ Teilsignale eingesetzt mit Nutzintervallen von $896 \mu\text{s}$ bzw. $224 \mu\text{s}$ („8K-Modus“ bzw. „2K-Modus“, s. unten). Der Frequenzabstand $1/T_u$ der Teilsignale beträgt also nur $1,116 \text{ kHz}$ bzw. $4,464 \text{ kHz}$. Das Schutzintervall ist höchstens $T_g = T_u/4$, also $224 \mu\text{s}$ bzw. $56 \mu\text{s}$. Nach der Norm können aber auch kleinere Werte eingesetzt werden ($T_g/T_u = 1/8, 1/16, 1/32$), die eventuell verwendbar sind, wenn nur Echos durch Reflexionen, aber keine weiter entfernten künstlichen „Echos“ in einem Gleichwellensendernetz (Single-Frequency Network, SFN) zu erwarten sind.

Ein Signalumweg von $0,3 \text{ km}$ bewirkt eine Verzögerung um $1 \mu\text{s}$. Durch die Verzögerung dringen die Signale des vorangegangenen Symbols in den Anfang des gegenwärtigen ein (Intersymbol Interference durch Echos). Wenn sie dabei im Bereich des Schutzintervalls bleiben, stört das nicht. Denn der Inhalt des Schutzintervalls wird beim Empfang immer verworfen. Bei $T_s > T_u$ ist die Orthogonalitätsbedingung der Basisimpulse nach Gl. (8.114) nicht mehr erfüllt. Trotzdem kann der Empfänger die Daten einwandfrei getrennt wiedergewinnen; beim Korrelationsempfang nach Gl. (8.115), wenn die untere Integrationsgrenze von kT_s auf $kT_s + T_g$ gesetzt wird.

Das Spektrum eines Basisimpulses, Gl. (8.112), hat wegen der rechteckigen zeitlichen Begrenzung einen si -Verlauf, dessen erste Nullstellen beiderseits des Maximums einen Frequenzabstand $1/T_s$ aufweisen. Die Spektren der K Basisimpulse folgen im Abstand $1/T_u$ aufeinander (Gl. (8.123)). Abbildung 8.28 zeigt drei benachbarte Spektren, $n = n_1, n_1 + 1, n_1 + 2$. Man beachte ihre Überlappung. Wie beschrieben erhält man dennoch die Daten aus dem Frequenzmultiplex zurück. Im Maximum des Spektrums eines Basisimpulses haben die Nachbarspektren einen Nulldurchgang, falls die Symboldauer gleich dem Nutzintervall ist. Wird ein Schutzintervall hinzugefügt, werden die si -Impulse schmaler und die Überlappungen verringert (Abb. 8.28 rechts). Störungen durch Übersprechen im Frequenzbereich (Intercarrier Interference, ICI), also durch Übersprechen der Teilsignale, kann der Übertragungskanal verursachen, beispielsweise durch Frequenzverschiebung bei Mobil-Empfang (Doppler-Effekt) oder bei bereits geringfügiger Nichtlinearität infolge von Intermodulationen.

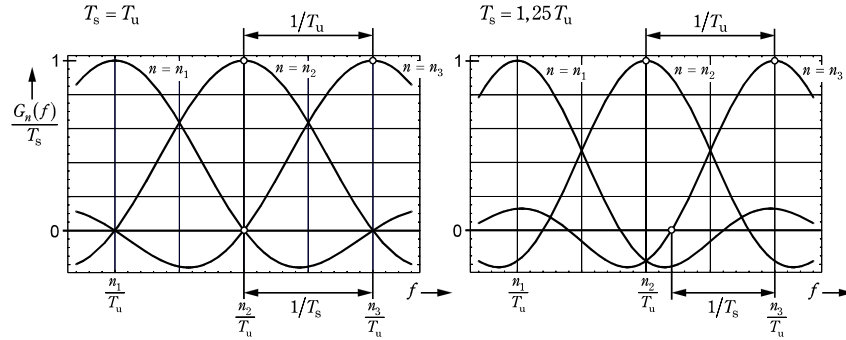


Abb. 8.28. Die Spektren von drei frequenzmäßig benachbarten OFDM-Basisimpulsen, links ohne Schutzintervall, rechts mit Schutzintervall
 $T_g = T_u/4$

Zur Synchronisation der Demodulation und zur laufenden Ausmessung von frequenzselektivem Fading werden dem DVB-T-Empfänger zusammen mit den Daten verschiedene Pilotträger mit erhöhter Amplitude geliefert. Sie liegen teils in allen Symbolen an der gleichen Frequenzposition („continuous pilots“), teils sind sie nach einem bestimmten Schema im Symbol verstreut („scattered pilots“), von Symbol zu Symbol versetzt (Abb. 8.29, [8.13]). Die Piloten haben alle entweder den Nullphasenwinkel 0° oder 180° . Ihre komplexe Amplitude ist

$$c_{p,k} = \pm \frac{4}{3} + j0,$$

wobei p die Frequenzposition des Piloten innerhalb eines Symbols bezeichnet und der Vorzeichenwechsel positionsabhängig durch eine in allen Symbolen gleiche, mit n ablaufende Pseudozufallsfolge gesteuert wird. Im 8K-Modus werden in jedem Symbol 701 Pilotträger übertragen, davon sind 177 kontinuierlich; im 2K-Modus 176 Pilotträger, davon 45 kontinuierliche. Die Pilotträger sollen dem Empfänger eine adaptive Kanalschätzung für jeden Subträger eines Symbols und eine entsprechende Entzerrung im Frequenzbereich ermöglichen. Zusätzlich werden 68 Teilsignale (bei 8K) bzw. 17 Teilsignale (bei 2K) übertragen, die dem Empfänger die benutzten Übertragungsparameter signalisieren sollen. Sie werden als „TPS-Träger“ bezeichnet, TPS = Transmission Parameter Signalling. Sie enthalten parallel alle die gleiche Information und haben die Amplituden $\pm 1 + j0$. Ihre Position ist in Abb. 8.29 grau schattiert dargestellt. In 68 aufeinander folgenden

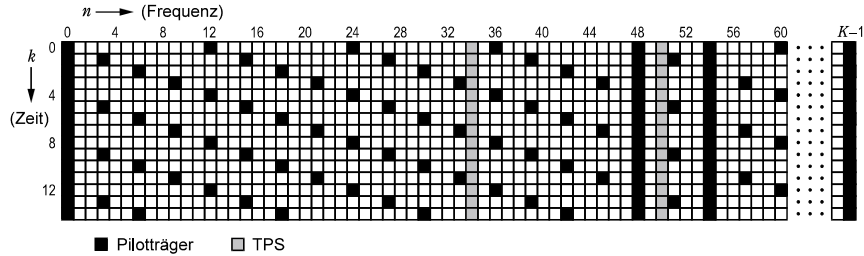


Abb. 8.29. Pilotträger und TPS-Träger in aufeinander folgenden OFDM-Symbolen

Symbolen, durch das Vorzeichen jeweils mit einem Bit in einem Symbol (dort also gleichzeitig 68mal bzw. 17mal vorhanden), wird eine 68-bit-TPS-Information übertragen, gültig für diesen Block von 68 Symbolen. Damit ist eine „Rahmenstruktur“ definiert [8.13].

Jedes OFDM-Symbol nimmt somit beim 8K-Modus $K' = 6817 - 769 = 6048$ QAM-Symbolwerte auf. Die aus dem seriellen Datenstrom durch Gruppierung und Mapping gebildeten QAM-Symbole (s. Abschn. 8.1.4) werden dazu in einem Serien-Parallel-Wandler (Demultiplexer) in Gruppen zu je 6048 gleichzeitig vorhandenen Werten $c_{n,k}$ zusammengefasst, jeweils als die Subsymbole des k -ten OFDM-Symbols. Bei 16-QAM sind damit in der Symboldauer T_s 4×6048 bit zu übertragen, mit $T_g = T_u/4$ und $T_s = 1,25 \cdot 896 \mu s$ also eine Bitrate von 21,6 Mb/s. Bei einer Gesamtbandbreite des OFDM-Signals von $B = K/T_u$ und mit der relativen Schutzintervallgröße $\Delta = T_g/T_u$ ergibt sich allgemein für M -QAM ($M = 2^m$) eine Bruttobitrate (Tabelle 8.2)

$$R_b = m \frac{K'}{K} \frac{B}{1 + \Delta}. \quad (8.120)$$

Da das Verhältnis K'/K beim 8K- und beim 2K-Modus etwa gleich ist (s. oben), nämlich gleich 0,887, ist die Bitrate vom Modus unabhängig. Der Vorteil des 8K-Modus ist das vierfach längere Schutzintervall,

Tabelle 8.2. Bruttobitrate bei 7,61 MHz Bandbreite eines DVB-T-Signals, 8K- oder 2K-Modus, $\Delta = T_g/T_u$

		R_b	
	m	$\Delta = 1/4$	$\Delta = 1/8$
16-QAM	4	21,6 Mb/s	24,0 Mb/s
64-QAM	6	32,4 Mb/s	36,0 Mb/s

der Nachteil des größeren Aufwandes fällt beim heutigen Stand der Halbleiterentwicklung nicht mehr ins Gewicht. Man vergleiche Gl. (8.120) mit der entsprechenden Beziehung für Einträger-QAM, Gl. (8.98). Die OFDM-Bitrate ist bei $\Delta=1/4$ etwas geringer als beim Einträgerverfahren mit dem Rolloff-Faktor $\alpha=0,35$.

Die Einhüllende eines OFDM-Signals hat eine für den Sender unangenehm hohe „Dynamik“; sie sieht auf dem Oszilloskop wie Rauschen aus. Abbildung 8.30 zeigt als Beispiel einen kleinen Ausschnitt des zeitlichen Ablaufs der Amplitude aus einem OFDM-Symbol. Tatsächlich ist das nach dem „zentralen Grenzwertsatz“ der Statistik auch so zu erwarten. Danach ergibt die additive Überlagerung einer großen Zahl von statistisch unabhängigen Zufallssignalen – wie eben der Teilsignale bei OFDM – immer ein Zufallssignal mit mittelwertfreier *Normalverteilung*, unabhängig davon, welche Verteilungsdichtefunktion die Teilsignale aufweisen, wenn die Verteilungen nur alle gleich sind und den Mittelwert Null haben. Die M möglichen komplexen Amplituden $c_{n,k}$ eines Teilsignals n treten über k gleich häufig und mit dem Mittelwert Null auf, ihre Statistik kann durch eine Gleichverteilung beschrieben werden. Eine Ausnahme machen die Pilotsignale und die TPS-Signale, die aber auch alle unter sich eine gleichartige Verteilung besitzen. Der Realteil p und der Imaginärteil q des OFDM-Trägerzeigers z haben daher beide in sehr guter Näherung eine mittelwertfreie Normalverteilung mit gleicher Streuung σ^2 (s. Gl. (8.25)). Diese ist nach Gl. (8.29) gleich der Leistung des OFDM-Signals und damit gleich der Summe der Teilsignalleistungen:

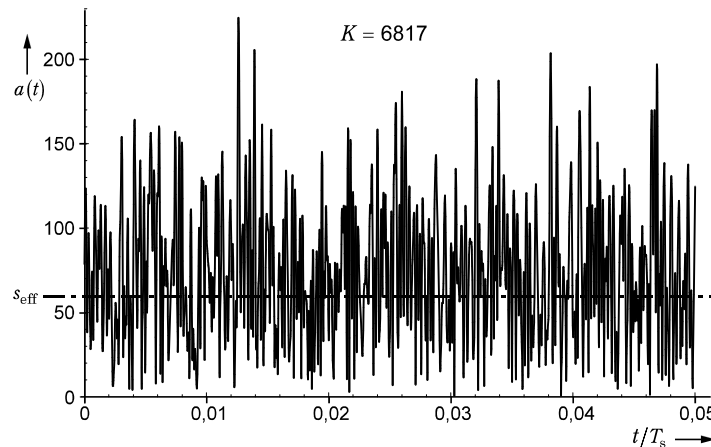


Abb. 8.30. Oszillogramm der Einhüllenden eines OFDM-Signals (Simulation)

$$\sigma^2 = \sum_{n=0}^{K-1} \frac{\overline{|c_{n,k}|^2}^k}{2}. \quad (8.121)$$

Mit der Normierung der Teilsignalamplituden nach Gl. (8.116) und unter Berücksichtigung der höheren Leistungen der kontinuierlichen Pilotsignale und der Teilsignale mit eingelagerten verstreuten Piloten ist diese Gesamtleistung eines OFDM-Signals gleich 3528,3 im 8K-Modus und gleich 882,7 im 2K-Modus. Die Wurzel daraus ist der Effektivwert des Signals, $s_{\text{eff}} = \sigma = 59,4$ bzw. 29,7. Aus den beiden Normalverteilungen von p und q ergibt sich für die Signalamplitude

$$a = \sqrt{p^2 + q^2}$$

eine Verteilungsdichtefunktion nach *Rayleigh*¹ (s. z. B. [8.32])

$$d(a) = \begin{cases} a e^{-a^2/(2\sigma^2)} & \text{für } a \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (8.122)$$

Mit Bezug auf den jeweiligen Effektivwert ist diese Funktion in beiden Betriebsmoden gleich. Sie ist in Abb. 8.31 dargestellt. Abbildung 8.32 zeigt die daraus berechnete Wahrscheinlichkeit² für das Überschreiten eines Amplituden/Effektivwert-Verhältnisses (vgl. Abb. 8.31). Nimmt

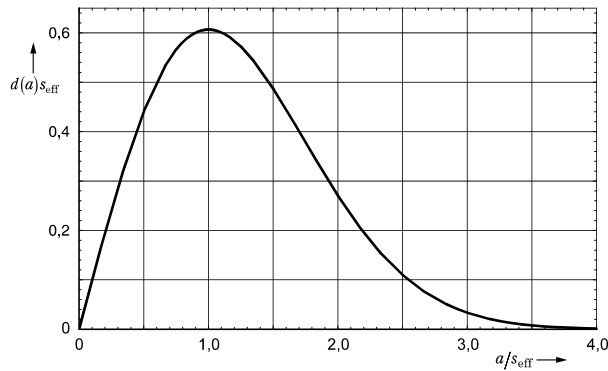


Abb. 8.31. Rayleigh-Verteilungsdichte der OFDM-Signalamplituden

¹ J. W. RAYLEIGH, britischer Physiker, *12. 11. 1842 in Langford, †30. 6. 1919 in Terling Place

² Der Mittelwert des Quadrates der auftretenden Amplituden ist nach Gl. (8.122) $\bar{a}^2 = 2s_{\text{eff}}^2 = 2\sigma^2$. Die Hälfte davon ist gleich der Signalleistung.

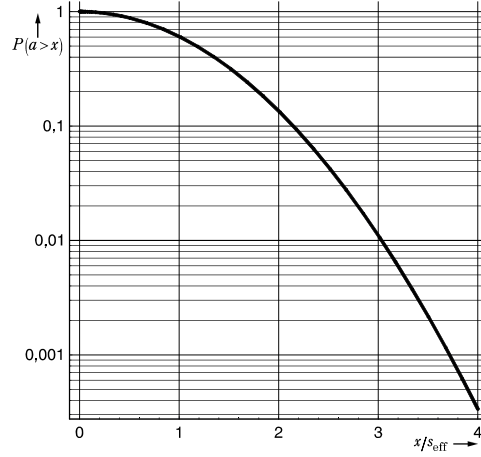


Abb. 8.32. Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten eines Signalamplitudenwertes x bei OFDM

man für das Signal beispielsweise einen Scheitelfaktor (crest factor) a_{\max}/s_{eff} von 3 an, so erkennt man, dass dieser Wert entgegen der Annahme doch in etwa 1 % der Beobachtungszeit überschritten wird. Die hohe Signaldynamik ist ein prinzipieller Nachteil des OFDM-Verfahrens. Da man in der Praxis natürlich keine beliebig große Aussteuerungsreserve („back-off“) des Senders vorhalten kann, werden die selten auftretenden Spitzen abgeschnitten. Die nichtlineare Verzerrung führt zu Bitfehlern im Empfänger, die von den eingesetzten Kanalcodierungsverfahren aufgefangen werden müssen. Der Leistungsverstärker eines OFDM-Senders sollte wenigstens bis 10 dB oberhalb des Effektivwertes linear arbeiten.

Wir wollen jetzt das Leistungsdichtespektrum des OFDM-Signals oder des Trägerzeigers $z(t)$ (Gl. (8.108)) berechnen, indem wir das mit Gl. (8.85) angegebene Verfahren für jedes Teilsignal separat anwenden. Der Basisimpuls eines Teilsignals n (Gl. (8.112)) hat das Spektrum (s. Abb. 8.28)

$$G_n(f) = \frac{\sin \pi(f - \Delta f_n)T_s}{\pi(f - \Delta f_n)} e^{-j\pi(f - \Delta f_n)T_s}, \quad (8.123)$$

und für das Leistungsdichtespektrum von $z_n(t)$ folgt

$$\Psi_{n,zz}(f) = \frac{1}{T_s} |G_n(f)|^2 \sum_m \psi_{n,kk}(m) e^{-2\pi j m f T_s}. \quad (8.124)$$

Die Autokorrelationsfolge der Teilsymbolwerte ist

$$\psi_{n,kk}(m) =_{\text{def}} \frac{1}{2} \overline{c_{n,k} c_{n,k+m}^*} = \begin{cases} \frac{\overline{c_{n,k} c_{n,k}^*}}{2} = \frac{1}{2} & \text{für } m=0 \\ 0 & \text{für } m \neq 0 \end{cases}$$

bei Teilsignalen *ohne* Pilotträger.

Ist dagegen ein kontinuierlicher Pilot vorhanden, so gilt (s. oben) $c_{n,k} = 4/3$ oder $-4/3$ für alle k , also

$$\psi_{n,kk}(m) = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{9} \quad \text{für alle } m.$$

In dem Fall ergibt Gl. (8.124) das Leistungsdichtespektrum

$$\Psi_{n,zz}(f) = \frac{1}{T_s} |G_n(f)|^2 \cdot \frac{8}{9} \sum_m e^{-2\pi j m f T_s} = \frac{1}{T_s^2} |G_n(f)|^2 \cdot \frac{8}{9} \sum_{\mu} \delta\left(f - \frac{\mu}{T_s}\right), \quad (8.125)$$

es besteht nur aus Dirac-Impulsen. Die Integration über f liefert die Spektrallinien mit den Effektivwerten

$$a_{\text{eff}}(\mu) = \frac{\sqrt{8}}{3} \cdot \frac{1}{T_s} \left| G_n\left(\frac{\mu}{T_s}\right) \right| \quad \mu \in \mathbb{Z}.$$

Wenn ein Pilotträger mit der Frequenz Δf_n die Symboldauer T_s mit ganzen Perioden ausfüllt, erhält man, wie erwartet, nur eine Linie, nämlich bei $\mu = \Delta f_n T_s$. Sonst tritt eine Aufspaltung auf mehrere Linien ein.

Teilsignale mit verstreuten Piloten enthalten diese in Zeitabständen von $4T_s$, ansonsten normale Daten (s. Abb. 8.29). So ist hier die Autokorrelationsfolge gegeben durch

$$\psi_{n,kk}(m) = \begin{cases} \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{9} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{9} + \frac{3}{8} & \text{für } m=0 \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{2}{9} & \text{für } m = \pm 4, \pm 8, \pm 12, \dots \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und damit das Leistungsdichtespektrum

$$\begin{aligned} \Psi_{n,zz}(f) &= \frac{1}{T_s} |G_n(f)|^2 \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{9} \sum_m e^{-2\pi j 4 m f T_s} \right) \\ &= \frac{1}{T_s} |G_n(f)|^2 \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{18 T_s} \sum_v \delta\left(f - \frac{v}{4 T_s}\right) \right). \end{aligned} \quad (8.126)$$

Es besteht aus einem kontinuierliche Spektrum wie bei einem reinen Datenteilsignal, jedoch auf 75 % reduziert, das mit einem Linienspektrum überlagert ist bei einem Linienabstand von $1/(4T_s)$. Dieser Fall tritt bei jedem dritten Teilsignal auf (s. Abb. 8.29).

Die Summe der Leistungsdichtespektren aller Teilsignalzeiger ist gleich dem gesuchten Leistungsdichtespektrum des gesamten OFDM-Trägerzeigers,

$$Z_P(f) = \sum_{n=0}^{K-1} \Psi_{n,zz}(f). \quad (8.127)$$

Je nach der Art des Teilsignals n ist hier das Spektrum nach Gl. (8.124) (nur Daten), nach Gl. (8.125) (nur Pilotträger) oder nach Gl. (8.126) (Piloten und Daten) einzusetzen. Das Ergebnis, an der Unterseite des spektralen Bereichs, zeigt Abb. 8.33. An den Stellen der Pilotträgerlinien hat das kontinuierliche Spektrum Einbrüche, aber auch durch die Überlappung der Spektren von Teilsignalen ohne Piloten ergibt sich kein konstanter Verlauf. Dieser würde sich ohne Schutzintervall ausbilden (Teilspektren nach Abb. 8.28 links, quadriert), mit Schutzintervall sind die Teilspektren dazu zu schmal (Abb. 8.28 rechts, quadriert). Man beachte, dass in Abb. 8.33 die Linien mit

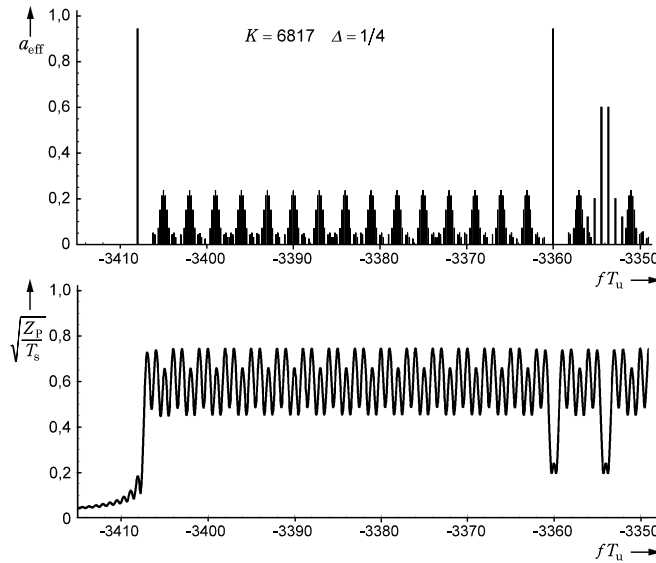


Abb. 8.33. Ausschnitt aus dem Spektrum eines OFDM-Trägerzeigers (8K-Modus, Schutzintervall $T_u/4$). oben: Linienanteil, unten: kontinuierlicher Anteil (Leistungsdichte)

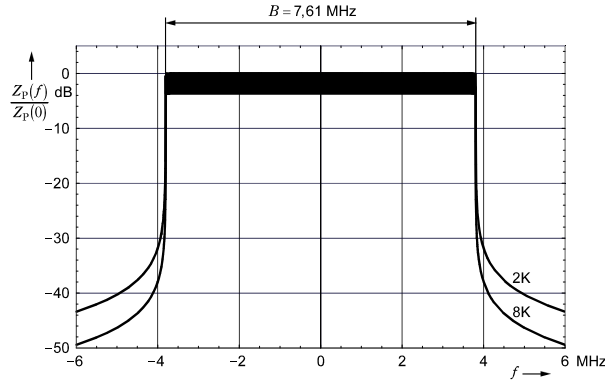


Abb. 8.34. Leistungsdichtespektrum eines DVB-T-Signals in einem 8-MHz-Kanal (Schutzintervall $T_u/4$)

ihrem Effektivwert dargestellt sind und entsprechend das kontinuierliche Spektrum mit der Quadratwurzel aus der Leistungsdichte. Dies entspricht der linearen Anzeige eines Spektralanalysators.

Der gesamte spektrale Bereich ist in Abb. 8.34 dargestellt. Die Frequenzen gelten für $T_u = 896 \mu\text{s}$ im 8K-Modus oder für $224 \mu\text{s}$ im 2K-Modus (wie oben für Tabelle 8.2). Die Berechnung erfolgte nach Gl. (8.127) ohne Berücksichtigung von Pilotsignalen,

$$Z_P(f) \approx \frac{1}{2 T_s} \sum_{n=0}^{K-1} \left(\frac{\sin \pi (f - \Delta f_n) T_s}{\pi (f - \Delta f_n)} \right)^2. \quad (8.127a)$$

Charakteristisch für ein OFDM-Spektrum ist seine nahezu ideal rechteckige Begrenzung auf den Bereich $B = K/T_u$. Der Abfall an den Kanten (die „Schulter“) ist so steil, dass er nur in der logarithmischen Darstellung zu verfolgen ist. Tatsächlich ist in der Praxis die Schulterdämpfung allerdings geringer. Die Ursache dafür sind Nichtlinearitäten, aus denen die Außerbandanteile entstehen.

Das hier vorgestellte Modulationsverfahren erscheint auf den ersten Blick utopisch. Der Sender muss im 8K-Modus 6817 Modulatoren gleichzeitig betreiben (nach Gl. (8.108)), und jeder Empfänger benötigt 6817 synchron arbeitende Demodulatoren (nach Gl. (8.115)). Eine Realisierung ist nun doch möglich geworden – einerseits durch die ehemals unvorstellbare Weiterentwicklung der Hochintegrationstechnik, die zu

sehr komplexen und sehr schnell arbeitenden Halbleiterbausteinen geführt hat, – andererseits durch den FFT-Algorithmus (Fast Fourier Transformation), der eine effiziente Ausführung der Diskreten Fourier-Transformation ermöglicht [8.10]. Denn diese kann, wie wir jetzt zeigen werden, zur Modulation und Demodulation benutzt werden (Vorschlag von Weinstein und Ebert [8.47]).

Ein OFDM-Symbol $z_k(t)$ ($t = kT_s \dots (k+1)T_s$) ist eine Reihendarstellung aus K komplexen e-Funktionen – aus Trägern mit gleichabständigen Frequenzen. Sie haben die Teilsymbolwerte als Koeffizienten:

$$z_k(t) = \sum_{n=0}^{K-1} c_{n,k} \exp \left(2\pi j \left(n - \frac{K-1}{2} \right) \frac{1}{T_u} (t - T_g - kT_s) \right) \quad (8.128)$$

mit $t = kT_s \dots (k+1)T_s$.

Die Diskrete Fourier-Transformation (DFT) ist definiert durch

$$X_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mu=0}^{N-1} x_\mu e^{-2\pi j m\mu/N} \quad m = 0, 1, \dots, N-1. \quad (8.129a)$$

Sie transformiert eine Folge von N komplexen Werten $\{x_\mu\}$, z. B. über N Zeitstellen μ , in eine Folge von N komplexen Werten $\{X_m\}$, z. B. über N Frequenzstellen m .¹ Die Umkehrung, die Inverse Diskrete Fourier-Transformation (IDFT)

$$x_\mu = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{2\pi j m\mu/N} \quad \mu = 0, 1, \dots, N-1 \quad (8.129b)$$

transformiert die Folge $\{X_m\}$ in die Folge $\{x_\mu\}$. Wir vergleichen diese IDFT mit dem OFDM-Symbol nach Gl. (8.128) für $k=0$.

Gemeinsam ist eine diskretisierte Frequenzskala, jedoch ist die Zeit beim OFDM-Symbol eine kontinuierliche Größe. Die IDFT kann aber N Abtastwerte $z_0(\mu \cdot \Delta t + T_g)$ berechnen mit gleichen Zeitabständen

$$\Delta t = \frac{T_u}{N}, \quad (8.130)$$

womit das gesamte Nutzintervall erfasst wird. Allgemein:

¹ Im Gegensatz zur DCT muss eine DFT-Schaltungsrealisierung *zwei* Eingänge zur Aufnahme der Eingangsfolge haben, einen für den Realteil der Daten, den anderen für den Imaginärteil. Ebenso sind zur Abgabe der komplexen Ausgangsfolge zwei Ausgänge erforderlich. Für einen weiteren Vergleich zwischen DCT und DFT s. Abschn. 6.2.1.

$$z_k \left(kT_s + T_g + \mu \frac{T_u}{N} \right) = x_\mu \quad \mu = 0, 1, \dots, N-1. \quad (8.131)$$

Eine Kopie der letzten $N T_g / T_u$ Werte ($\mu = N - N \Delta, \dots, N-2, N-1$) in dieser Folge stellt man dann ihrem Anfang voran, um auch die Abtastwerte des Schutzintervalls zu erhalten („guard insert“).

Eine anschließende Interpolation der Abtastwerte kann den richtigen Verlauf von z_k über das Zeitkontinuum $t = kT_s \dots (k+1)T_s$ liefern, wenn Δt genügend klein gewählt wurde, wenn also das Abtasttheorem eingehalten wurde. Bei der z_k -Bandbreite $B = K/T_u$ muss dazu $\Delta t < T_u/K$ sein und deshalb

$$N > K. \quad (8.132)$$

Die DFT oder die IDFT mit N „Punkten“ erfordern komplexe Multiplikationen mit den N^2 Werten $\exp(2\pi j m \mu / N)$. Bei der FFT wird die Aufgabe zunächst auf zwei Transformationen mit $N/2$ Punkten reduziert, die dann wieder in je zwei Transformationen mit $N/4$ Punkten gespalten werden, und so fort, bis man zur 2-Punkt Transformation kommt. Mit Hinblick auf die FFT-Realisierung sollte deshalb N eine *ganzzahlige Zweierpotenz* sein, $N = 2^r$. Die Anzahl der erforderlichen Multiplikationen verringert sich auf $rN/2$ und die der Additionen auf rN . Für $K = 6817$ ist die nächst größere Zweierpotenz $N = 2^{13} = 8192$. Es wird deshalb eine IDFT mit 8192 Punkten gewählt (8K, $K = 2^{10} = 1024$; daher die Bezeichnung „8K-Modus“). Entsprechend wird für $K = 1705$ beim 2K-Modus $N = 2^{11} = 2048$ verwendet.

Alle N Ausgangswerte der IDFT werden benutzt (Gl. (8.131)), aber von den N Eingangswerten kommen nur K von den Teilsymbolwerten $c_{n,k}$: das OFDM-Symbol enthält nur K Frequenzen, nicht N . Die $N-K$ Eingangswerte, die die IDFT-Schaltung zusätzlich benötigt, müssen als Nullen eingegeben werden. Weiterhin ist zu beachten, wie die IDFT die negativen Frequenzen im OFDM-Symbol realisieren kann. Weil

$$\exp(2\pi j (-m\mu)/N) = \exp(2\pi j (N-m)\mu/N),$$

können die Frequenzen unterhalb von null auch als Frequenzen unterhalb von N generiert werden. Somit ergibt sich folgende Zuordnung der IDFT-Koeffizienten zu den Teilsymbolwerten (ohne Berücksichtigung des Faktors \sqrt{N} , Index k weggelassen):

$$\begin{aligned} X_{n-(K-1)/2} &= c_n \quad \text{für } n = \frac{K-1}{2}, \dots, K-1 \\ X_{N+n-(K-1)/2} &= c_n \quad \text{für } n = 0, \dots, \frac{K-1}{2} - 1 \\ X_m &= 0 \quad \text{für } \frac{K-1}{2} < m < N - \frac{K-1}{2}. \end{aligned}$$

Tabelle 8.3. Zuordnung der K Teilsymbolwerte c_n zu den N Koeffizienten X_m der IDFT

X_0	$c_{(K-1)/2}$
X_1	$c_{(K-1)/2+1}$
\vdots	\vdots
$X_{(K-1)/2}$	c_{K-1}
$X_{(K-1)/2+1}$	0
\vdots	\vdots
$X_{N-(K-1)/2-1}$	0
$X_{N-(K-1)/2}$	c_0
$X_{N-(K-1)/2+1}$	c_1
\vdots	\vdots
X_{N-1}	$c_{(K-1)/2-1}$

Hieraus folgt die Tabelle 8.3. Die Abtastfrequenz

$$f_{\text{CLK}} =_{\text{def}} \frac{1}{\Delta t}$$

ist so zu wählen, dass der Spektralbereich der Breite B ,

$$B = \frac{K}{N} f_{\text{CLK}}, \quad (8.133)$$

in den Übertragungskanal hineinpasst. Für die DVB-T-Übertragung in einem 8 MHz breiten UHF-Kanal (s. Abschn. 8.3.1) ist

$$f_{\text{CLK}} = 64/7 \text{ MHz}$$

festgelegt worden, die Bandbreite ist dann nach Gl. (8.133) $B = 7,6082\dots$ MHz im 8K-Modus und $B = 7,6116\dots$ MHz im 2K-Modus (s. Abb. 8.34). An sich sollte die Bandbreite in beiden Fällen gleich sein, es müsste dazu also $K_{8K} = 4K_{2K}$ sein. Aber K muss auch ungerade sein, und außerdem muss $K-1$ durch 12 ohne Rest teilbar sein wegen der Zwölferperiode des Auftretens der Piloten in einem OFDM-Symbol (Abb. 8.29). Bei $K_{2K} = 1705$ ist also 6820 für K_{8K} nicht zulässig, der nächstgelegene zulässige Wert ist 6817. Durch die Festlegung

Tabelle 8.4. OFDM-Parameter für DVB-T

		K	K'	N	f_{CLK} MHz	T_u μs	$T_{s,1/4}$ μs	$T_{s,1/8}$ μs	Δf kHz	B MHz
8-MHz- Kanäle	8K	6817	6048	8192	64/7	896	1120	1008	1,1161..	7,6083..
	2K	1705	1512	2048	64/7	224	280	252	4,4643..	7,6116..
7-MHz- Kanäle	8K	6817	6048	8192	64/8	1024	1280	1152	0,9766..	6,6572..
	2K	1705	1512	2048	64/8	256	320	288	3,9063..	6,6602..

der Abtastfrequenz als rationale Zahl ist mit Umschalten eines einfachen Frequenzteilers im Verhältnis 7:8 die richtige Abtastfrequenz für 7 MHz breite VHF-Kanäle zu bekommen: $f_{\text{CLK}} = 64/8$ MHz. Zudem ergeben sich immer, weil N jedenfalls durch 64 ohne Rest teilbar ist, ganzzahlige μs -Werte für das Nutzintervall $T_u = N/f_{\text{CLK}}$. Diese OFDM-Parameter sind in der Tabelle 8.4 zusammengestellt.

Das vereinfachte Blockschaltbild des beschriebenen OFDM-Modulators, der die inverse Diskrete Fourier-Transformation einsetzt, zeigt das Abb. 8.35a. Der Demodulator (Abb. 8.35b) macht die Verarbeitungsschritte in umgekehrter Reihenfolge wieder rückgängig. Nach der Heruntersetzung in das Basisband wird durch einen A/D-Wandler die nachfolgende digitale Verarbeitung in dem FFT-Schaltkreis vorbereitet. Die Daten innerhalb des Schutzintervalls werden beseitigt, und aus den Nutzdaten des OFDM-Symbols gewinnt die DFT die komplexen Frequenzkoeffizienten $X_{m,k}$ und damit die Teilsymbolwerte $c_{n,k}$.

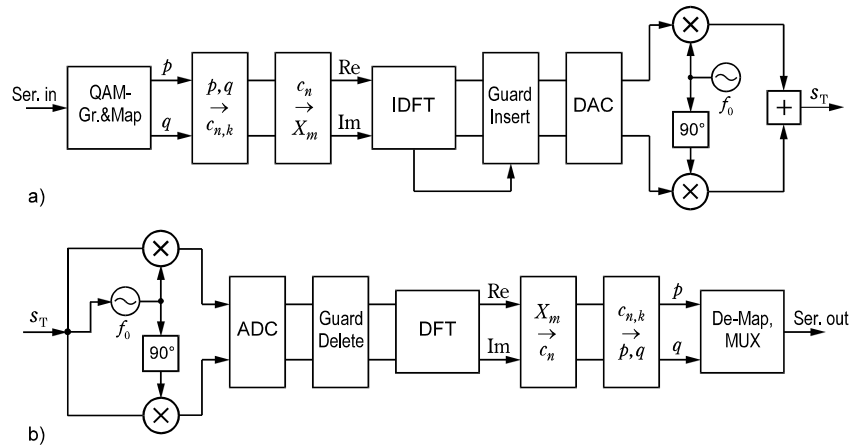


Abb. 8.35. Vereinfachte Blockschaltbilder von Modulator und Demodulator, die die Diskrete Fourier-Transformation für OFDM nutzen

Eine Entzerrung im Frequenzbereich nach der aus den Piloten abgeleiteten adaptiven Kanalschätzung schließt sich an (in Abb. 8.35b nicht enthalten).

Für die terrestrische Übertragung von DVB wird der gleiche doppelte Fehlerschutz wie für die Satellitenübertragung eingesetzt. Nach der Reed-Solomon-Codierung folgt unmittelbar vor dem Modulator der Faltungscodierer. Im Empfänger werden nach der Demodulation die Fehlerkorrektur aus der Faltungsdecodierung (Viterbi-Decoder) und dann die Reed-Solomon-Fehlerkorrektur durchgeführt (s. Abschn. 8.3.1). Diese Kombination aus OFDM und Kanalcodierung wird häufig auch als „COFDM“ bezeichnet (Coded orthogonal frequency-division multiplex).

8.2 Kanalcodierung für digitale Fernsehsignale

Die Übertragung digitaler Daten erfordert eine Anpassung des Codes und der Signalelemente an die Kanaleigenschaften. Wenn beispielsweise kein Gleichstromanteil übertragen werden kann (etwa bei der Magnetbandaufzeichnung), müssen mittelwertfreie Signalelemente gewählt werden, oder die Codierung muss so verändert werden, dass kein Gleichstromanteil entstehen kann („Leitungscodierung“). Wenn keine Basisbandübertragung infrage kommt, ist eine Anpassung an den Übertragungsfrequenzbereich des Kanals durch eine geeignete Modulation eines Trägers notwendig, wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt.

Zur Kanalcodierung zählt aber vor allem der *Fehlerschutz* der Daten vor der Modulation, so dass Übertragungsfehler durch Störungen des Kanals beim Empfang nach der Demodulation (im Kanaldecoder) erkannt und korrigiert werden können. Diese Kanalcodierung im engeren Sinne, so wie sie bei der DVB-Übertragung eingesetzt wird, ist hier das Thema. Es kann nur eine kurze Einführung und Übersicht gegeben werden. Die zugrunde liegende Codierungstheorie ist eine umfangreiche mathematische Disziplin; für ein genaueres Studium muss auf die Spezialliteratur verwiesen werden. Ansätze sind in den Lehrbüchern über digitale Kommunikationstechnik zu finden, eine verhältnismäßig leicht verständliche Einführung z. B. in [8.43].

Der Fehlerschutz wird möglich durch Prüfdaten, die den informationstragenden Daten nach der Quellencodierung hinzugefügt werden. Der Prüfalgorithmus muss dem Empfänger bekannt sein, damit er eventuelle Fehler, die bei der Übertragung entstanden sind, *erkennen* kann und dann möglichst auch *korrigieren* kann. Mit den Prüfdaten wird somit Redundanz hinzugefügt. Die Quellencodierung hingegen

Die Grundlagen der Fernsehtechnik
Systemtheorie und Technik der Bildübertragung
Mahler, G.

2005, IX, 665 S. 366 Abb., 30 Abb. in Farbe., Hardcover
ISBN: 978-3-540-21900-2