

des *zeitdiskreten Ersatzkanals* interessiert ist (dies wird in Kap. 6 behandelt), dann lässt sich die Messung im rauschfreien Fall auch exakt durchführen.

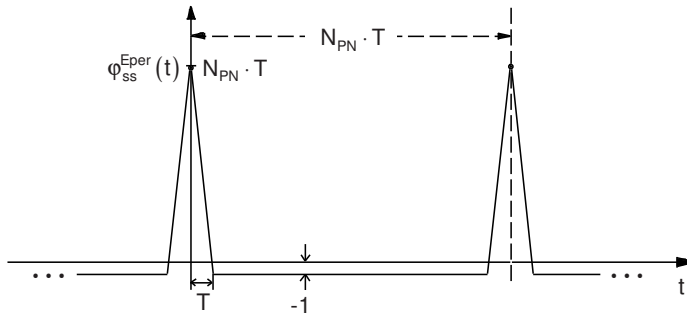


Abb. 5.8. Periodische AKF einer PN-Folge mit rect-Subimpulsen

Die zunächst angenommene unendliche periodische Wiederholung braucht man praktisch nur so oft vornehmen, dass sich die gewünschte Stoßantwort innerhalb eines Messfensters befindet. Praktisch werden neben PN-Folgen auch solche verwendet, die innerhalb dieses Messfensters einen idealen Verlauf der AKF besitzen. Die lineare Interpolation, die in dem Verlauf von $\varphi_{ss}^{Eper}(t)$ in Abb. 5.8 zu erkennen ist, hat ihre Ursache in dem als Beispiel gewählten rect-Elementarsignal. Andere Elementarsignale sind jedoch auch möglich und in der Praxis üblich (z. B. „Raised Cosine“, s. Kap. 3).◀

5.2 Zeitvariante und stochastisch-zeitvariante Kanäle, Fading

Durch die zunehmende Bedeutung von Mobilfunksystemen und anderen drahtlosen Übertragungssystemen sind Funkkanäle immer mehr in den Vordergrund gerückt. In der Regel liegt bei Funkkanälen eine Mehrwegeausbreitung vor, d. h. das Sendesignal gelangt über mehrere Wege vom Sender zum Empfänger. Wegen der Mobilität kommt aber noch ein weiterer Effekt ins Spiel, die *Zeitvarianz*. Sie bedeutet, dass die Mehrwege-Stoßantworten nicht immer gleich bleiben, sie verändern sich vielmehr mit der Bewegung von Sendern und/oder Empfängern. Zur Beschreibung dieser Zeitabhängigkeit ist eine zweite Zeitvariable erforderlich.

5.2.1 Zeitvariante Stoßantwort

Betrachtet werden soll zunächst das einfachste *zeitvariante System* $s(t) \rightarrow g(t)$, der *Multiplizierer* – s. Abb. 5.9. Dabei soll gelten, dass zwischen $a(t)$ und $s(t)$

keine Abhängigkeit besteht. Die durch $a(t)$ gegebene Zeitvarianz des Systemverhaltens ist offensichtlich. Je nach Art der Signale $s(t)$ und $a(t)$ kann $g(t)$ determiniert oder stochastisch sein. Ist $a(t)$ ein stochastisches Signal, d. h. als Musterfunktion eines stochastischen Prozesses aufzufassen, dann gehört der Multiplizierer zur Klasse der *stochastisch-zeitvarianten Systeme*. In diesem Fall ist – unabhängig davon, ob $s(t)$ stochastisch oder determiniert ist – $g(t)$ ebenfalls Musterfunktion eines stochastischen Prozesses.

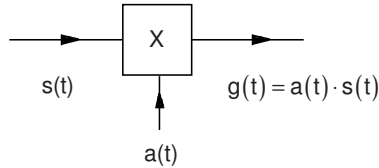


Abb. 5.9. Der Multiplizierer als einfachstes zeitvariantes System

Das nun betrachtete zweite Beispiel, das *zeitvariante Transversalfilter*, stellt eine Verallgemeinerung des Multiplizierers-Systems dar. Es soll dazu dienen, allgemeine zeitvariante Systeme einführen und verstehen zu können. Abbildung 5.10 zeigt, wie bei diesem speziellen zeitvarianten System zeitverzögerte Versionen des Eingangssignals mit *Gewichtsfaktoren* multipliziert und aufsummiert werden.

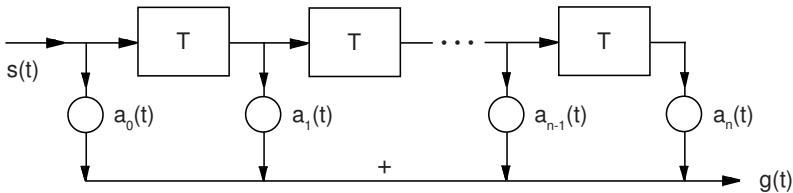


Abb. 5.10. Zeitvariantes Transversalfilter

Die Zeitvarianz kommt dadurch zum Ausdruck, dass sich die Gewichtsfaktoren zeitlich ändern. Der zuvor kurz betrachtete Multiplizierer ist hier mehrfach vorhanden – das Signal $x(t)$ von zuvor entspricht jetzt den zeitlich veränderlichen Gewichtsfaktoren $a_i(t)$. Das Ausgangssignal dieses Systems lässt sich sofort angeben:

$$g(t) = \sum_i a_i(t) s(t - iT). \quad (5.10)$$

Hier treten die zuvor bereits erwähnten zwei verschiedenartigen Zeiten auf. Neben der Zeit t , die auch als *absolute Zeit* bezeichnet wird, ist dies die *Ver-*

zögerungszeit $\tau = iT$. Die Verzögerungszeit τ kann in diesem Beispiel nur diskrete Werte annehmen. Lässt man bei konstanter Gesamtlaufzeit nT die Zahl der Koeffizienten $a_i(t)$ und die Zahl der Laufzeitglieder gegen unendlich streben, dann erreicht man, dass τ kontinuierlich wird und alle reellen Zahlenwerte annehmen kann. Jedes $a_i(t)$, das nun besser als $a(\tau, t)$ geschrieben wird, trägt einen infinitesimalen Anteil zum Ausgangssignal $g(t)$ bei. Für das Ausgangssignal folgt somit die Integraldarstellung

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau, t) s(t - \tau) d\tau. \quad (5.11)$$

Hierbei tritt die Verzögerungszeit als Integrationsvariable auf, weshalb sie manchmal auch *Integrationszeit* genannt wird. Gleichung (5.11) soll nun mit Hilfe von drei Spezialfällen interpretiert werden.

Spezialfall 1: zeitinvariantes Transversalfilter

Für das Ausgangssignal gilt:

$$g(t) = \sum_i a_i s(t - iT). \quad (5.12)$$

Wählt man

$$a(\tau, t) = \sum_i a_i \delta(\tau - iT) \quad (5.13)$$

dann folgt für $g(t)$ nach (5.11):

$$\begin{aligned} g(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_i a_i \delta(\tau - iT) s(t - \tau) d\tau \\ &= \sum_i a_i \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - iT) s(t - \tau) d\tau \\ &= \sum_i a_i s(t - iT). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Der letzte Schritt in dieser Gleichung, der zum erwarteten Ergebnis führt, beruht auf der Definition des Diracstoßes bzw. auf der Siebeigenschaft – s. Kap. 1. ◀

Spezialfall 2: zeitvariantes Transversalfilter

Das Ausgangssignal berechnet sich wieder nach (5.11). Macht man für $a(\tau, t)$ hier den Ansatz

$$a(\tau, t) = \sum_i a_i(t) \delta(\tau - iT) \quad (5.15)$$

dann ergibt sich in ähnlicher Weise wie beim zeitinvarianten Transversalfilter das gewünschte Ergebnis, s. (5.10):

$$\begin{aligned}
g(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_i a_i(t) \delta(\tau - iT) s(t - \tau) d\tau \\
&= \sum_i a_i(t) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - iT) s(t - \tau) d\tau \\
&= \sum_i a_i(t) s(t - iT).
\end{aligned} \tag{5.16}$$

Spezialfall 3: Multiplizierer

Der Multiplizierer kann nun auch als zeitvariantes Transversalfilter mit einem Koeffizienten aufgefasst werden, d. h.

$$g(t) = a_0(t) s(t). \tag{5.17}$$

Mit dem hier zweckmäßigen Ansatz

$$a(\tau, t) = a_0(t) \delta(\tau) \tag{5.18}$$

lässt sich wiederum mit (5.11) das Ausgangssignal $g(t)$ berechnen:

$$\begin{aligned}
g(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} a_0(t) \delta(\tau) s(t - \tau) d\tau \\
&= a_0(t) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) s(t - \tau) d\tau \\
&= a_0(t) s(t).
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Die Ansätze für $a(\tau, t)$ sind bei diesen drei Spezialfällen bereits in Kenntnis des resultierenden Ergebnisses gewählt worden. Verdeutlicht werden sollte damit, dass es zweckmäßig ist, die Funktion $a(\tau, t)$ als *zeitvariante Stoßantwort* des Systems $s(t) \rightarrow g(t)$ zu bezeichnen. t ist die *absolute Zeit*, τ die *Verzögerungszeit* oder *Integrationszeit*. In Anlehnung an die bei zeitinvarianten Systemen benutzte Schreibweise soll statt $a(\tau, t)$ von nun an $h(\tau, t)$ verwendet werden. Gleichung (5.11) schreibt sich damit wie folgt:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) s(t - \tau) d\tau. \tag{5.20}$$

Diese Gleichung stellt offenbar die Verallgemeinerung des Faltungsintegrals dar – s. Kap. 1. Eine symbolische Schreibweise mit dem Faltungsstern (*) – wie bei zeitinvarianten Systemen üblich – soll hier nicht mehr verwendet werden, weil dies zu Missverständnissen bei der Integrationsvariablen führen kann. Für die Stoßantwort eines LTI-Systems sind nun als Spezialfall mehrere Schreibweisen denkbar:

$$\text{LTI: } h(\tau, t) = h(\tau, t_0) = h(\tau, \tau) = h(\tau, 0) = h(\tau). \tag{5.21}$$

$h(\tau)$ ist hierbei als Abkürzung zu verstehen. Im Gegensatz zu der bei LTI-Systemen eingeführten Schreibweise steht jetzt aber im Argument der Stoßantwort nicht die absolute Zeit t sondern die Verzögerungs- oder Integrationszeit τ . In ein Faltungsintegral ist $h(\tau)$ somit direkt einzusetzen:

$$\text{LTI: } g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s(t - \tau) d\tau. \quad (5.22)$$

In diesem Spezialfall kann natürlich wieder der Faltungsstern verwendet werden, d. h.:

$$\text{LTI: } g(t) = h(t) * s(t). \quad (5.23)$$

Zu beachten ist bei (5.23) der symbolische Wechsel der Zeitvariablen, der in den vorangegangenen Kapiteln in der gleichen Weise auftrat.

In Abb. 5.11 ist die *zeitvariante Faltungsoperation* nach (5.20) bildlich dargestellt. Zu sehen sind Schnitte für $t = \text{konst.}$ durch eine als Beispiel angenommene zeitvariante Stoßantwort $h(\tau, t)$ zusammen mit dem für das jeweilige t geltende verschobene Eingangssignal.

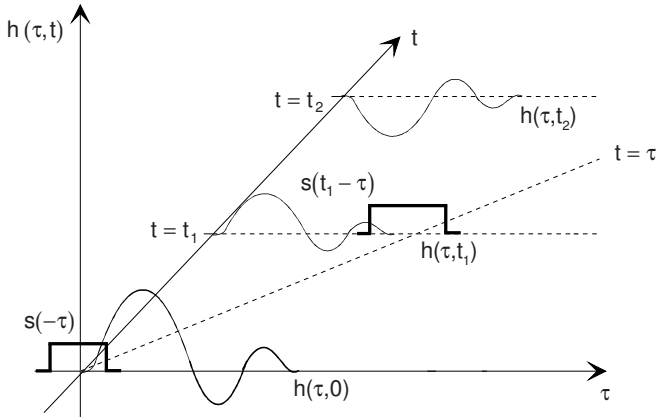


Abb. 5.11. Veranschaulichung der zeitvarianten Faltungsoperation

Der Einfachheit wegen ist in diesem Beispiel ein rect-Verlauf für $s(t)$ angenommen. Die gezeichneten Funktionen müssen entsprechend (5.20) multipliziert werden, anschließend erfolgt die Integration über τ . Im Gegensatz zur zeitinvarianten Faltungsoperation muss hier für jedes t eine andere Stoßantwort herangezogen werden. Das Eingangssignal verschiebt sich somit auf einer 45-Grad-Linie durch die τ - t -Ebene. Die Verzögerungszeit τ und die absolute Zeit t laufen bei der Faltungsoperation gleichzeitig. Legt man einen Diracstoß an den Eingang eines derartigen zeitvarianten Systems, dann ergibt sich folgendes Ausgangssignal:

$$\begin{aligned}
g(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) \delta(t - \tau) d\tau \\
&= h(t, t).
\end{aligned} \tag{5.24}$$

Verzögert man den Diracstoß am Eingang um eine Zeit t_0 , dann gilt:

$$\begin{aligned}
g(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) \delta(t - t_0 - \tau) d\tau \\
&= h(t - t_0, t).
\end{aligned} \tag{5.25}$$

Diese beiden Gleichungen beschreiben Schnitte unter 45 Grad durch die Funktion $h(\tau, t)$ und gleichzeitig eine Messvorschrift zur näherungsweisen Bestimmung von $h(\tau, t)$. Mit genügend vielen „Stützfunktionen“ $h(t - t_i, t)$ lässt sich die gesamte Funktion hinreichend genau bestimmen. In praktischen Anwendungen liegt meist ein extremer Sonderfall vor: die zeitliche Variation der Stoßantworten (in t -Richtung!) geht nur sehr langsam vor sich. So ist die Zeitskala in τ -Richtung beim digitalen Mobilfunk in μs , während die t -Skala zweckmäßigerweise in ms betrachtet wird, um Änderungen in t -Richtung zu erkennen. Das bedeutet, dass während der zeitvarianten Faltungsoperation näherungsweise eine zeitlich nicht veränderliche Stoßantwort vorliegt. Die zeitvariante Faltungsoperation entspricht dann mit dieser momentan vorliegenden Stoßantwort der zeitinvarianten Faltungsoperation von früher. Man spricht in diesem Fall auch von *langsam zeitvarianten Systemen* und bezeichnet $h(t - t_i, t) = h_{t_i}(t)$ als *Kurzzeitstoßantwort* zum Zeitpunkt t_i .

5.2.2 Zeitvariante Übertragungsfunktion

Der vorherige Abschnitt hat verdeutlicht, dass die Verzögerungszeit τ der Zeit entspricht, die zuvor bei zeitinvarianten Systemen mit t bezeichnet wurde. Die *zeitvariante Übertragungsfunktion* wird deshalb zweckmäßig als Fouriertransformierte bezüglich τ definiert:

$$\begin{aligned}
h(\tau, t) \overset{\tau}{\circlearrowright} H(f, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \\
H(f, t) \overset{f}{\bullet\rightarrow} h(\tau, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f, t) e^{j2\pi f\tau} df.
\end{aligned} \tag{5.26}$$

Abbildung 5.12 zeigt ein einfaches Beispiel für einen zeitvarianten Übertragungskanal. Es knüpft an die zuvor behandelte Zweiwegeausbreitung an. Das Sendesignal gelangt hier ebenfalls über zwei Wege zum Empfänger, jedoch bewegt sich der Reflektor jetzt. Diese Bewegung verursacht die Zeitvarianz dieses Kanals.

Der Einfachheit wegen soll die Bewegung als gleichförmig angenommen werden. Die Laufzeiten sollen so groß sein, dass Änderungen der Laufzeit des



<http://www.springer.com/978-3-540-21400-7>

Informationsübertragung
Grundlagen der Kommunikationstechnik
Lindner, J.
2005, XV, 474 S., Softcover
ISBN: 978-3-540-21400-7