
Inhaltsverzeichnis

Teil I Turbulente Strömung und Verbrennung

1	Einleitung	3
1.1	Bemerkungen zur Verbrennungssimulation	5
1.1.1	Brutto-Reaktionen und Flame-Sheet-Modell	6
1.1.2	Eddy-Breakup- und Eddy-Dissipation-Modell	6
1.1.3	Chemisches Gleichgewicht	6
1.1.4	Tabellierungstechniken	7
1.2	Zu diesem Buch	9
2	Grundlagen der Verbrennung	11
2.1	Bilanzgleichungen reaktiver Strömungen	11
2.1.1	Wahl des Gleichungssystems	14
2.1.2	Vernachlässigung unbedeutender Terme	16
2.1.3	Kompressibilität	17
2.2	Thermodynamische Beziehung	19
2.3	Diffusiver Transport	20
2.4	Stoffwerte	23
2.4.1	Reine Stoffe	24
2.4.2	Gasgemische	24
2.5	Chemische Kinetik	25
2.5.1	Chemische Umsatzraten	25
2.5.2	Reaktionsmechanismen	30
3	Grundlagen turbulenter Strömungen	35
3.1	Ursachen und Auswirkungen der Turbulenz	35
3.1.1	Energiekaskade	36
3.1.2	Kleinste turbulente Strukturen	37
3.2	Zerlegung fluktuierender Größen	39
3.2.1	Reynolds-Zerlegung	39
3.2.2	Favre-Zerlegung	39

3.3	Mittelung fluktuierender Größen	40
3.3.1	Zeitliche Mittelung	40
3.3.2	Ensemble-Mittelung	41
3.4	Mittelung der Bilanzgleichungen	42
4	Grundlagen der PDF-Verfahren	43
4.1	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	44
4.1.1	Erwartungswerte und höhere Momente	47
4.1.2	Rand-PDF und bedingte PDF	49
4.1.3	Momentane PDF	51
4.1.4	Favre-gemittelte PDF	52
4.2	Massendichtefunktion	54
4.3	Lagrange'sche Formulierung	55
4.3.1	Konditionierte Lagrange-PDF	56
4.3.2	Momentane Lagrange-PDF	56
4.4	Diskrete Darstellung einer PDF/MDF	57
4.4.1	Diskrete PDF	57
4.4.2	Diskrete MDF	58
4.5	Intermittenz und PDF-Strukturen	59

Teil II Momentenverfahren

5	Erste Momente	65
5.1	Bilanzgleichungen erster Momente	65
5.2	Schließungsproblem für den chemischen Quellterm	67
6	Zweite Momente	71
6.1	Reynolds-Komponentenfluss	72
6.1.1	Direkte Modellierung	72
6.1.2	Transportgleichung	73
6.2	Molekulare Diffusion	75
6.3	Reynolds-Spannungen	75
6.3.1	Direkte Modellierung	76
6.3.2	Transportgleichung	78
6.4	Mittlerer Spannungstensor	79
6.5	Reynolds-Energiefluss	80
6.5.1	Direkte Modellierung	80
6.5.2	Transportgleichung	80
6.6	Molekulare Diffusion und turbulenter Transport	81
6.7	Mittlerer Energiefluss	82
6.8	Turbulenzmodellierung	82
6.8.1	Turbulente kinetische Energie	85
6.8.2	Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie	86
6.9	Varianz der Temperatur	88

6.9.1	Direkte Modellierung	88
6.9.2	Transportgleichung	88
6.10	Varianz einer Energievariable	90
6.10.1	Modellierung und geschlossene Transportgleichung	91
6.10.2	Zusammenhang zwischen Temperatur- und Energievarianz	93
6.10.3	Wahl der Energievarianz-Variable	95
6.11	Varianzen und Kovarianzen der Komponenten	96
6.11.1	Direkte Modellierung	96
6.11.2	Transportgleichung	97
6.12	Summe der Komponentenvarianzen	99
6.13	Temperatur-Komponenten-Korrelationen	101
6.13.1	Direkte Modellierung	101
6.13.2	Transportgleichung	101
7	Gemittelte Transportgleichungen	103

Teil III Assumed-PDF-Verfahren

8	Mathematische Beschreibung einer assumed-PDF	107
8.1	Eindimensionale stetige Gleichverteilung	109
8.2	Einfache ein- und zweidimensionale Verteilungen	113
8.3	Verbund-PDF aus Delta-Funktionen	114
8.4	Gauß-PDF	114
8.4.1	Eindimensionale Gauß-PDF	115
8.4.2	Mehrdimensionale Gauß-PDF	117
8.5	Beta-PDF	118
8.5.1	Eindimensionale Beta-PDF	119
8.5.2	Mehrdimensionale Beta-PDF	122
8.5.3	Vereinfachte Massenanteil-Beta-PDF	122
8.5.4	Vereinfachte Komponentendichten-Beta-PDF	127
8.5.5	Vereinfachte Molanteil-Beta-PDF	128
8.6	Verbund-PDF aller Quelltermvariablen	128
8.6.1	Statistische Unabhängigkeit aller Variablen	129
8.6.2	Statistische Unabhängigkeit von Gruppen von Variablen	129
9	Statistisch optimale Verteilungen	133
9.1	Entropie einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	133
9.1.1	PDF inerter Zufallsvariablen	137
9.1.2	PDF reagierender Zufallsvariablen	141

10	Berechnung mittlerer Quellterme	143
10.1	Geschwindigkeitskoeffizienten	143
10.1.1	Berechnungsmethoden	145
10.2	Komponentenproduktionsterm	147
10.3	Temperatur- und Energievarianz-Produktionsterm	150
10.4	Komponentenvarianz-Produktionsterm	151
10.5	Untersuchung des assumed-PDF-Ansatzes	153
10.5.1	Einfluss der Temperatur-PDF	153
10.5.2	Einfluss der Komponenten-PDF	155
10.5.3	Anwendungsbeispiel	159
10.6	Temperatur-Komponenten-Korrelationen	164
10.6.1	Modellierung der Korrelationskoeffizienten	165

Teil IV Transportgleichungs-PDF-Verfahren

11	Herleitung der PDF-Transportgleichung	171
11.1	Allgemeines Vorgehen	172
11.2	Geschwindigkeits-PDF	174
11.3	Thermochemische PDF	176
11.3.1	Kompressible Strömung	181
11.4	Verbund-PDF skalarer und vektorieller Größen	183
11.5	Verbund-MDF skalarer und vektorieller Größen	185
11.6	Zusammenhänge mit Gleichungen erster Momente	185
11.6.1	Transportgleichungen erster Momente	186
11.6.2	Transportgleichungen zweiter Momente	187
12	Modellierung ungeschlossener Terme	189
12.1	Konditionierte Beschleunigung	189
12.2	Turbulente Konvektion	190
12.3	Turbulente Mischung	191
12.3.1	Modellierung des turbulenten Mischungsterms	194
12.3.2	IEM-Modell	195
12.3.3	Curl-Modell	196
12.3.4	Testfall zu Mischungsmodellen	198
13	Lösung der PDF-Transportgleichung	201
13.1	Partikelverfahren	201
13.2	Operator-Splitting	202
13.3	Chemische Reaktionen	203
13.4	Euler-PDF-Verfahren	204
13.4.1	Transport im physikalischen Raum	206
13.4.2	Hybrid-Verfahren	208
13.5	Lagrange-PDF-Verfahren	209
13.5.1	Lagrange'sche Partikelverfahren	209

13.5.2 Stochastische Modellierung	210
13.5.3 Thermochemische Lagrange-MDF	213
13.5.4 Lagrange-MDF des Geschwindigkeitsvektors und thermochemischer Skalare	214
13.5.5 Allgemeine Aspekte Lagrange'scher PDF-Verfahren	215

Teil V Numerische Lösungsverfahren

14 Homogene Reaktionssysteme	219
14.1 Sonderfälle homogener Reaktionssysteme	220
14.2 Physikalische Ursache steifer Gleichungssysteme	221
14.3 Zeitskalen linearer Gleichungssysteme	222
14.3.1 Allgemeines lineares Problem	223
14.3.2 Präkonditionierung	224
14.4 Zeitskalen nichtlinearer Gleichungssysteme	225
14.5 Definition von Steifigkeit	226
14.6 Eigenwerte von Verbrennungsgleichungssystemen	227
14.7 Numerische Stabilität	229
14.7.1 Modellgleichungen und Modellgleichungssysteme	229
14.7.2 Definition numerischer Stabilität	231
14.7.3 Stabilitätsanalysen	231
14.7.4 Konvergenzvoraussetzungen	232
14.8 Ein- und Mehrschrittverfahren	233
14.8.1 Stabilität von Ein- und Mehrschrittverfahren	234
14.8.2 Stabilitätseigenschaften ausgewählter Verfahren	236
14.9 Zeitintegration des Verbrennungsgleichungssystems	239
15 Mehrdimensionale Verbrennungssimulationen	243
15.1 Räumliche Diskretisierung	243
15.1.1 Finite-Differenzen-Verfahren	244
15.1.2 Finite-Volumen-Verfahren	244
15.2 Zeitliche Diskretisierung	245
15.2.1 Das Newton-Raphson-Verfahren	245
15.2.2 Linearisierung	246
15.3 Punkt-implizite Verfahren	247
15.3.1 Punkt-implizites Euler-Verfahren	247
15.3.2 Punkt-semi-implizites Euler-Verfahren	248
15.4 Implizite Einschrittverfahren	249
15.4.1 Implizites Euler-Verfahren	249
15.4.2 Semi-implizites Euler-Verfahren	250
15.5 Implizite Mehrschritt-Verfahren	250
15.5.1 Implizite BDF-Verfahren	250
15.5.2 Semi-implizite BDF-Verfahren	252
15.6 Stabilisierung von Verbrennungssimulationen	252

15.6.1	Eigenwerte mit positiven Realteilen	253
15.6.2	Fehler bei stark nichtlinearen Prozessen	254
16	Verbrennungs-Jacobi-Matrizen	257
16.1	Analytische Quellterm-Jacobi-Matrix	257
16.2	Numerische Quellterm-Jacobi-Matrix	258
16.3	Vereinfachte Quellterm-Jacobi-Matrizen	260
16.3.1	Untere Dreiecksmatrix	260
16.3.2	Diagonalmatrizen	261
17	Konvergenzverhalten iterativer Verfahren	263
17.1	Grundlagen iterativer Verfahren	263
17.1.1	Sternnotation	264
17.1.2	Matrixnotation	265
17.2	Fourier-Analyse	267
17.2.1	Grundlagen der Fourier-Analyse	267
17.2.2	Eindimensionale Fourier-Reihe	268
17.2.3	Zweidimensionale Fourier-Reihe	270
17.2.4	Verstärkungsfaktor und Dämpfungseigenschaften	271
17.3	Wärmeleitgleichung	272
17.3.1	Testfall und Modellgleichung	273
17.3.2	Punkt-Jacobi-Verfahren	274
17.3.3	Explizites Euler-Verfahren	279
17.3.4	Punkt-Gauß-Seidel-Verfahren	280
17.3.5	Linien-Gauß-Seidel-Verfahren	281
17.4	Konvektions-Diffusionsgleichung	284
17.4.1	Modellgleichung und Diskretisierung	285
17.4.2	Punkt-Gauß-Seidel-Verfahren	286
17.4.3	Linien-Gauß-Seidel-Verfahren	290

Teil VI Mehrgitterverfahren

18	Grundlagen der Mehrgittertechnik	293
18.1	Fehlerdämpfung	294
18.1.1	Unterteilung der Fehlermoden	296
18.1.2	Glättung hochfrequenter Fehlermoden	296
18.1.3	Glättung niederfrequenter Fehlermoden	297
18.1.4	Transfer von Fehlermoden	298
18.2	Lineare Probleme	300
18.2.1	Grobgitterkorrektur und Zweigitterverfahren	300
18.2.2	Mehrgitterverfahren	303
18.2.3	Mehrgitterzyklen	304
18.2.4	Aufwand und Bewertung	306
18.2.5	Testfall	307

18.3 Nichtlineare Probleme	309
18.3.1 FAS-Grobgitterkorrektur und FAS-Zweigitterverfahren ..	309
18.3.2 FAS-Mehrgitterverfahren	311
18.4 Grobgitterbildung	312
18.4.1 Voll-Vergrößerung	313
18.4.2 Semi-Vergrößerung	315
18.5 Transferoperatoren	317
18.5.1 Restriktion	317
18.5.2 Prolongation	319
18.6 Lokale Fourier-Analyse	320
18.6.1 Zusammenfallen von Fehlermoden	321
18.6.2 Zweigitteranalyse	322
18.7 Testfälle	327
19 Praktische Anwendungen	329
19.1 Überschallströmungen mit Verdichtungsstößen	331
19.1.1 Auf Charakteristiken basierende Transferoperatoren ..	332
19.1.2 Vereinfachte Aufwind-Transferoperatoren	335
19.1.3 Residuumsabhängige Restriktion	335
19.1.4 Dämpfung des restringierten Defekts	335
19.2 Nichtlineare Quellterme in Turbulenzmodellen	341
19.2.1 Low-Reynolds-Number- q - ω -Turbulenzmodell	341
19.3 Chemische Quellterme	346
19.3.1 Zeitschrittbeschränkung aus der Chemie	347
19.3.2 Differenzen zwischen dem Fein- und Grobgitterproblem	348
19.3.3 Fehler ist auf dem groben Gitter nicht darstellbar	350
19.3.4 Lokales Dämpfen des restringierten Defekts	352
19.3.5 Filterung und lokales Dämpfen des Defekts	356
Anhang	359
A.1 Reaktionsmechanismen	359
A.1.1 Wasserstoff-Luft-Verbrennung	359
A.1.2 Methan-Luft-Verbrennung	360
A.2 Herleitung von Transportgleichungen	362
A.2.1 Varianz der thermischen Energie	362
A.2.2 Summe der Massenanteilvarianzen	364
A.3 Quellterm-Jacobi-Matrizen	365
A.3.1 Laminare Verbrennung	365
A.3.2 Assumed PDF-Modellierung	368
Literaturverzeichnis	375
Index	389

<http://www.springer.com/978-3-540-23337-4>

Numerische Verbrennungssimulation
Effiziente numerische Simulation turbulenter
Verbrennung

Gerlinger, P.

2005, XXIV, 395 S., Hardcover

ISBN: 978-3-540-23337-4