

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1	Ereignis und Wahrscheinlichkeit . . . . .	3
1.1.1	Ereignisraum . . . . .	3
1.1.1.1	Elementarereignis . . . . .	3
1.1.1.2	Ereignisse . . . . .	4
1.1.1.3	Ereignisraum . . . . .	6
1.1.2	Wahrscheinlichkeit . . . . .	9
1.1.2.1	Relative Häufigkeit . . . . .	9
1.1.2.2	Wahrscheinlichkeit . . . . .	10
1.1.2.3	Rechenregeln . . . . .	11
1.1.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	13
1.1.3.1	Bedingte relative Häufigkeit . . . . .	13
1.1.3.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	13
1.1.3.3	Unabhängige Ereignisse . . . . .	14
1.1.4	Aufgaben zum Abschnitt 1.1 . . . . .	15
1.2	Zufallsgrößen . . . . .	17
1.2.1	Eindimensionale Zufallsgrößen . . . . .	17
1.2.1.1	Messbare Abbildungen . . . . .	17
1.2.1.2	Verteilungsfunktion . . . . .	19
1.2.1.3	Verteilung . . . . .	21
1.2.1.4	Dichtefunktion . . . . .	24
1.2.2	Mehrdimensionale Zufallsgrößen . . . . .	26
1.2.2.1	Verteilungsfunktion . . . . .	26
1.2.2.2	Verteilung . . . . .	29
1.2.2.3	Dichtefunktion . . . . .	30
1.2.3	Bedingte Verteilungen . . . . .	32
1.2.3.1	Randverteilungsfunktion . . . . .	32
1.2.3.2	Bedingte Verteilungsfunktion . . . . .	33
1.2.3.3	Unabhängige Zufallsgrößen . . . . .	36
1.2.4	Momente . . . . .	37
1.2.4.1	Erwartungswert . . . . .	37
1.2.4.2	Varianz . . . . .	39
1.2.4.3	Kovarianz . . . . .	40
1.2.4.4	Charakteristische Funktion . . . . .	43
1.2.5	Aufgaben zum Abschnitt 1.2 . . . . .	45

1.3	Zufällige Prozesse . . . . .	48
1.3.1	Definition und Eigenschaften . . . . .	48
1.3.1.1	Prozess und Realisierung . . . . .	48
1.3.1.2	Verteilungsfunktion und Verteilung . . . . .	53
1.3.1.3	Vektorprozesse . . . . .	56
1.3.1.4	Momente . . . . .	58
1.3.2	Spezielle Prozesse . . . . .	61
1.3.2.1	Stationäre Prozesse . . . . .	61
1.3.2.2	Markovsche Prozesse . . . . .	66
1.3.2.3	Gaußsche Prozesse . . . . .	68
1.3.3	Aufgaben zum Abschnitt 1.3 . . . . .	70
<b>2</b>	<b>Statische Systeme</b>	<b>73</b>
2.1	Abbildungen von Zufallsgrößen . . . . .	73
2.1.1	Determinierte statische Systeme . . . . .	73
2.1.1.1	Determinierte Zufallsgrößen-Abbildung . . . . .	73
2.1.1.2	Verteilungs- und Dichtefunktion am Systemausgang . . . . .	74
2.1.1.3	Erwartungswert am Systemausgang . . . . .	79
2.1.2	Stochastische statische Systeme . . . . .	80
2.1.2.1	Stochastische Zufallsgrößen-Abbildung . . . . .	80
2.1.2.2	Systemmodell . . . . .	82
2.1.2.3	Bedingter Erwartungswert . . . . .	84
2.1.3	Aufgaben zum Abschnitt 2.1 . . . . .	86
2.2	Abbildungen zufälliger Prozesse . . . . .	88
2.2.1	Prozessabbildungen statischer Systeme . . . . .	88
2.2.1.1	Determinierte Prozessabbildung . . . . .	88
2.2.1.2	Transformation der Dichtefunktion . . . . .	90
2.2.1.3	Korrelationsfunktion am Systemausgang . . . . .	95
2.2.2	Stochastische Prozessabbildung . . . . .	95
2.2.3	Aufgaben zum Abschnitt 2.2 . . . . .	97
<b>3</b>	<b>Dynamische Systeme mit kontinuierlicher Zeit</b>	<b>101</b>
3.1	Analysis zufälliger Prozesse . . . . .	101
3.1.1	Stetigkeit zufälliger Prozesse . . . . .	101
3.1.1.1	Konvergenz im quadratischen Mittel . . . . .	101
3.1.1.2	Stetigkeit im quadratischen Mittel . . . . .	104
3.1.2	Ableitung und Integral . . . . .	106
3.1.2.1	Differenziation im quadratischen Mittel . . . . .	106
3.1.2.2	Integration im quadratischen Mittel . . . . .	108
3.1.3	Aufgaben zum Abschnitt 3.1 . . . . .	110
3.2	Determinierte lineare Systeme . . . . .	111
3.2.1	Prozessabbildungen determinierter linearer Systeme . . . . .	111
3.2.1.1	Zustandsgleichungen . . . . .	111
3.2.1.2	Stationäre Prozesse . . . . .	117
3.2.1.3	Stationäre Gaußprozesse . . . . .	123

3.2.2	Anwendungen stationärer Prozesse . . . . .	126
3.2.2.1	Ergodizität . . . . .	126
3.2.2.2	Messschaltungen . . . . .	127
3.2.2.3	Rauschanalyse . . . . .	129
3.2.2.4	Optimalfilter . . . . .	136
3.2.3	Aufgaben zum Abschnitt 3.2 . . . . .	143
<b>4</b>	<b>Dynamische Systeme mit diskreter Zeit</b>	<b>147</b>
4.1	Zufällige Prozesse mit diskreter Zeit . . . . .	147
4.1.1	Definition und Eigenschaften . . . . .	147
4.1.1.1	Prozess und Klassifizierung . . . . .	147
4.1.1.2	Momente zeitdiskreter Prozesse . . . . .	149
4.1.2	Stationäre zeitdiskrete Prozesse . . . . .	150
4.1.2.1	Korrelationsfolge . . . . .	150
4.1.2.2	Leistungsdichtespektrum . . . . .	151
4.1.3	Aufgaben zum Abschnitt 4.1 . . . . .	155
4.2	Determinierte lineare Systeme . . . . .	155
4.2.1	Zeitvariables und zeitinvariantes System . . . . .	155
4.2.1.1	Zeitvariables System . . . . .	155
4.2.1.2	Zeitinvariantes System . . . . .	160
4.2.2	Anwendungen stationärer zeitdiskreter Prozesse . . . . .	164
4.2.2.1	Quantisierungsrauschen . . . . .	164
4.2.2.2	Vorgeschriebene Korrelationsfolge . . . . .	166
4.2.3	Aufgaben zum Abschnitt 4.2 . . . . .	167
4.3	Stochastische Automaten . . . . .	169
4.3.1	Automatenbedingung und stochastischer Operator . . . . .	169
4.3.1.1	Automatenklassen . . . . .	169
4.3.1.2	Stochastischer Operator . . . . .	171
4.3.2	Automatendarstellung . . . . .	173
4.3.2.1	Überführungs- und Ergebnisfunktion . . . . .	173
4.3.2.2	Verhaltensfunktion . . . . .	175
4.3.2.3	Matrixdarstellung . . . . .	178
4.3.3	Aufgaben zum Abschnitt 4.3 . . . . .	180
<b>5</b>	<b>Lösungen zu den Übungsaufgaben</b>	<b>181</b>
5.1	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.1 . . . . .	181
5.2	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.2 . . . . .	182
5.3	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.3 . . . . .	189
5.4	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 2.1 . . . . .	191
5.5	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 2.2 . . . . .	194
5.6	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 3.1 . . . . .	198
5.7	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 3.2 . . . . .	200
5.8	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.1 . . . . .	206
5.9	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.2 . . . . .	207
5.10	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.3 . . . . .	210

Literaturverzeichnis	213
Index	215



<http://www.springer.com/978-3-540-29225-8>

Stochastische Systeme  
Wunsch, G.; Schreiber, H.  
2006, XIV, 218 S., Softcover  
ISBN: 978-3-540-29225-8