
Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
1 Mathematische Voraussetzungen	1
1.1 Voraussetzungen über Maß- und Integrationstheorie	1
1.2 Voraussetzungen über Wahrscheinlichkeitstheorie	10
2 Prozesse und Wiener-Integrale	15
2.1 Stochastische Prozesse	15
2.2 Brownsche Bewegungen	21
2.3 Vorbereitung: Konvergenz im p-ten Mittel	26
2.4 Konstruktion des Wiener-Integrals	29
2.5 Wiener-Integrale als stetige Prozesse	34
3 Anwendung: Lineare stochastische Differentialgleichungen .	41
3.1 Motivation: Die Langevin-Gleichung	41
3.2 Lineare Systeme mit additivem Rauschen	43
3.3 Stationäre Lösungen	52
3.4 Physikalische Brownsche Bewegungen	56
4 Itô-Integrale	63
4.1 Das Itô-Integral für Treppenprozesse	63
4.2 Das Itô-Integral für L^2 -Prozesse	66
4.3 Vorbereitung: Stochastische Konvergenz	70
4.4 Approximationen pfadweiser L^p -Prozesse	74
4.5 Das Itô-Integral für pfadweise L^2 -Prozesse	78
5 Der Itôsche Differentialkalkül	83
5.1 Itô-Integrale als stetige Prozesse	83
5.2 Die Kettenregel für Itô-Prozesse (Itô-Formel)	88
5.3 Produktregel und quadratische Variation	96
5.4 Höhere Momente von Itô-Integralen	100

6 Anwendung: Stochastische Differentialgleichungen	103
6.1 Motivation, Definition und Beispiele	103
6.2 Lineare Gleichungen mit multiplikativem Rauschen	106
6.3 Existenz und Eindeutigkeit	109
6.4 Qualitative Eigenschaften der Lösungen	114
7 Martingale	119
7.1 Vorbereitung: Bedingte Erwartungswerte	119
7.2 Maximalungleichungen für Submartingale	128
7.3 Stopp- und Optionszeiten	134
7.4 Gestoppte Prozesse und Optional Sampling	140
8 Darstellung Brownscher Martingale durch Itô-Integrale	149
8.1 Das Itô-Integral als L^2 -Martingal	149
8.2 Exponentielle Supermartingale	151
8.3 Vorbereitung: Charakteristische Funktionen	154
8.4 L^p -Funktionale stochastischer Prozesse	161
8.5 Itô's Integraldarstellungssatz	168
9 Itô-Integrale als zeittransformierte Brownsche Bewegungen	171
9.1 Lévy's Charakterisierungssatz	171
9.2 Rechtsstetigkeit Brownscher Filtrationen	179
9.3 Itô-Integrale mit Stoppzeiten als Grenzen	181
9.4 Gestoppte Brownsche Bewegungen	185
9.5 Zeittransformierte Prozesse	190
10 Exponentielle Martingale	195
10.1 Die Novikov-Bedingung	195
10.2 Der Satz von Girsanov	201
11 Anwendung: Stetige Optionspreistheorie	207
11.1 Selbstfinanzierende Handelsstrategien	207
11.2 Wertpapierkurse und Vermögensprozesse	210
11.3 Markt-Vollständigkeit und Arbitrage-Freiheit	215
11.4 Optionsbewertung	221
11.5 Das Black-Scholes-Modell	225
Lösungen der nummerierten Aufgaben	233
Häufige Bezeichnungen und Abkürzungen	237
Literatur	241
Sachverzeichnis	245



<http://www.springer.com/978-3-540-25392-1>

Der Itô-Kalkül
Einführung und Anwendungen
Deck, Th.
2006, VIII, 248 S., Softcover
ISBN: 978-3-540-25392-1