

3.3

Lebensdauerberechnung anhand der Kerbgrundbeanspruchung

3.3.1

Dehnungskontrollierte Wöhler-Versuche

Die Ausführungen im Abschn. 2.1 galten Wöhler-Versuchen, bei denen die Belastung bzw. die daraus zu berechnende Nennspannung vorgegeben ist. Sie können deshalb als spannungskontrollierte Wöhler-Versuche bezeichnet werden.

Versuche im Zeitfestigkeitsbereich führten jedoch zu der Erkenntnis, dass am Ausgangspunkt eines Schwinganrisses nicht nur eine der Spannungsamplitude proportionale elastische Dehnungsamplitude auftritt, sondern dass die dort örtlich wirkende Gesamt-Dehnungsamplitude einen beachtlichen plastischen Dehnungsanteil enthält. Im Kurzzeitfestigkeitsbereich ist vorrangig der plastische Dehnungsanteil schwingfestigkeitsbestimmend [246–249].

Zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve

Der im Wöhlerversuch bestehende Zusammenhang zwischen der örtlich auftretenden elastisch-plastischen Gesamt-Dehnungsamplitude und der Spannungsamplitude lässt sich am ungekerbten Prüfstab ermitteln, wenn dieser einer vorgegebenen axialen Wechseldehnung unterworfen wird. Bei derartigen dehnungskontrollierten Wöhler-Versuchen wird zusätzlich auch noch die sich einstellende Prüfkraft gemessen, um daraus die im Prüfquerschnitt wirkende Spannungsamplitude bestimmen und die sich ergebende Spannungs-Dehnungs-Hystereseschleife aufzeichnen zu können, Abb. 3.3–1.

Abb. 3.3–1. Hystereseschleife der Spannung und Dehnung und zugehörige Bezeichnungen

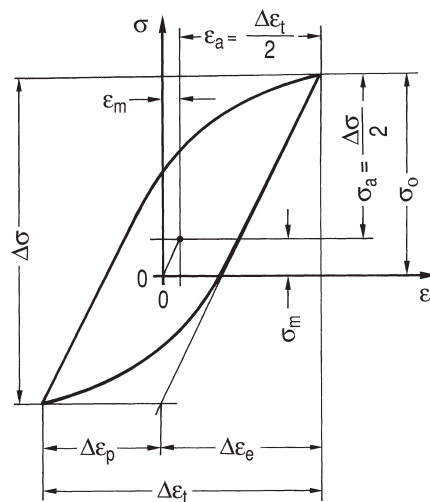
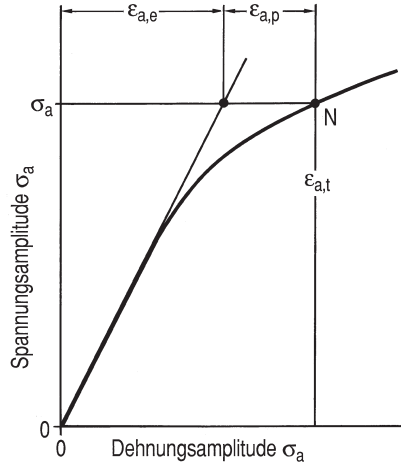


Abb. 3.3–2. Zyklische Spannungs-Dehnungs-Schaubild



Aus der Spannungsamplitude und dem Elastizitätsmodul folgt die elastische Dehnungsamplitude $\varepsilon_{a,e}$ zu

$$\varepsilon_{a,e} = \sigma_a / E. \quad (3.3-1)$$

Sie wird von der vorgegebenen Gesamtdehnungsamplitude $\varepsilon_{a,t}$ subtrahiert, um die plastische Dehnungsamplitude $\varepsilon_{a,p}$ zu erhalten als

$$\varepsilon_{a,p} = \varepsilon_{a,t} - \varepsilon_{a,e}, \quad (3.3-2)$$

gemäß der unterstellten Beziehung

$$\varepsilon_{a,t} = \varepsilon_{a,e} + \varepsilon_{a,p}. \quad (3.3-3)$$

Der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung stellt sich als Spannungs-Dehnungs-Schaubild dar, Abb. 3.3–2. Als zyklisches Spannungs-Dehnungs-Schaubild bezeichnet es den Zusammenhang zwischen den Amplituden der Spannung und der Dehnung unter einer zyklischen Beanspruchung im Wöhler-Versuch, Abb. 3.3–1, im Unterschied zum zügigen Spannungs-Dehnungs-Schaubild, das im Zugversuch erhalten wird, Abb. 3.3–3.

Dieser Unterschied ist nicht allein begrifflicher Art, sondern auch werkstoffabhängig ausgeprägt. Die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve liegt für Werkstoffe, die sich unter der zyklischen Beanspruchung entfestigen, unterhalb, für Werkstoffe, die sich zyklisch verfestigen, oberhalb der zügigen Spannungs-Dehnungs-Kurve. Nur für zyklisch stabile Werkstoffe, die sich also weder verfestigen noch entfestigen, stimmen die zyklische und die zügige Spannungs-Dehnungs-Kurve überein, Abb. 3.3–3.

Ein Unterschied der zügigen und zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve bedeutet, dass sich das elastisch-plastische Werkstoff-Verhalten im Wöhler-Versuch unter der einwirkenden Schwingbeanspruchung verändert [250,

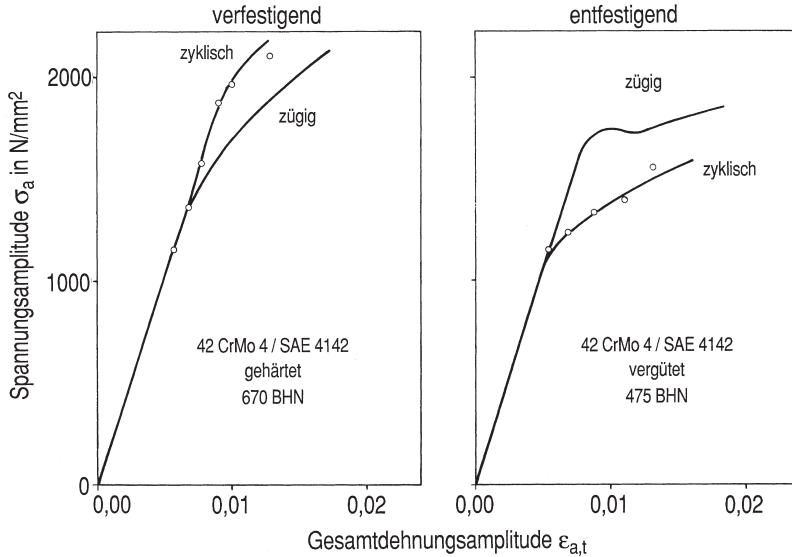


Abb. 3.3–3. Zügige und zyklische Spannungs-Dehnungskurve bei zyklisch ver- oder entfestigendem Werkstoffverhalten, nach Landgraf, aus [251]

251]. Abbildung 3.3–4 veranschaulicht diesen Sachverhalt für normalgeglühten Stahl 42CrMo4 mit einem markanten Anstieg der plastischen Dehnungsamplitude innerhalb der ersten 10 bis 1000 Schwingspiele, obwohl die Spannungsamplitude über die insgesamt ertragene Zahl der Schwingspiele konstant gehalten wurde, Abb. 3.3–4a, bzw. mit einem Abfall der Spannungsamplitude bei konstant gehaltener Gesamt-Dehnungsamplitude, Abb. 3.3–4b. Über die verbleibende Mehrzahl der ertragenen Schwingspiele zeigt der so entfestigte Werkstoffzustand sodann ein annähernd zyklisch stabiles Verhalten.

Für das punktweise Auftragen der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve ist für solche Fälle per Konvention festgelegt, dass die Spannungs- und Dehnungsamplituden bei der halben Anriss-Schwingspielzahl herangezogen werden, Abb. 3.3–4. Sie gelten dann gewissermaßen als Mittelwerte für die gesamte Lebensdauer, die sich allerdings in Abb. 3.3–4 logarithmisch stark verzerrt darstellt. Was in diesem Zusammenhang als schwingenspielzahlbestimmender Anriss gelten soll, entbehrt bislang noch einer einheitlichen Festlegung. Im dehnungskontrollierten Wöhlerversuch ist die Lebensdauerspanne zwischen makroskopischem Anriss und Bruch wegen des ungekerbten Prüfstabs relativ kurz. Und für diese kurze Lebensdauerspanne verliert schließlich auch die gemessene Dehnung ihre Bedeutung als Beanspruchungskennwert.

Um die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve schneller und weniger aufwendig als punktweise durch dehnungskontrollierte Wöhler-Versuche zu bestimmen, gibt es den Incremental-Step-Test [252], bei dem die Dehnungsam-

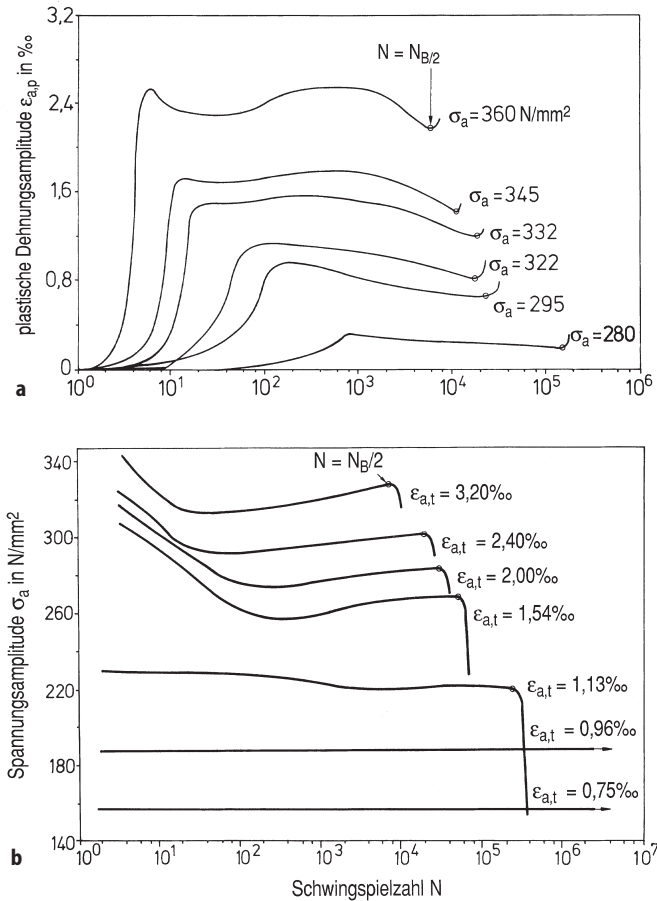


Abb. 3.3–4a, b. Zyklisch instabiles Werkstoffverhalten **a** im spannungskontrollierten, **b** im dehnungskontrollierten Wöhler-Versuch [251]

plitude stufenweise bis zu einem festzulegenden Größtwert gesteigert und stufenweise wieder vermindert wird, Abb. 3.3–5. Dabei vollziehen sich etwaige Ver- oder Entfestigungen des Werkstoffs in ähnlicher, aber nicht unbedingt gleicher Weise wie im Wöhler-Versuch. Nach zwei oder drei Auf-Ab-Folgen dieser Art liefern die Umkehrpunkte der Beanspruchung eine weitgehend stabilisierte zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve, die sich in etwa mit derjenigen deckt, die sich aus Wöhler-Versuchen ergibt.

Dehnungs-Wöhlerlinie

Für die Dehnungs-Wöhlerlinie, Abb. 3.3–6, werden die zyklisch stabilisierten oder die bei den halben Anriss-Schwingungszahlen bestimmten Amplituden der Gesamtdehnung, der elastischen Dehnung und der plastischen Dehnung

Abb. 3.3–5. Bestimmen der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve im Incremental-Step-Test

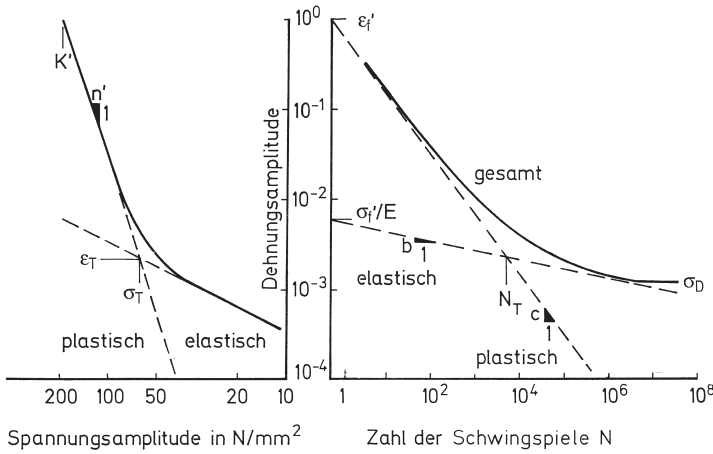
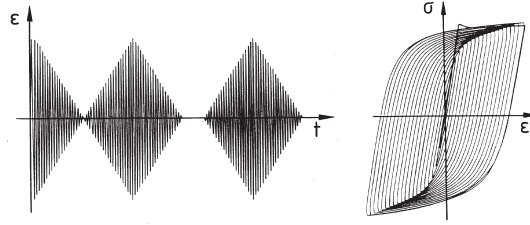


Abb. 3.3–6. Dehnungs-Wöhlerlinie und zugehörige Bezeichnungen

über der bis zum Schwinganriss ertragenen Zahl der Schwingspiele N aufgetragen. Wie die richtungsweisenden Arbeiten von Coffin [253], Manson [254] und Morrow [255] zeigen, lassen sich die Linien der elastischen und der plastischen Dehnungsamplituden bei doppellogarithmischem Maßstab in guter Näherung als Geraden darstellen und wie folgt beschreiben:

$$\varepsilon_{a,e} = (\sigma_f' / E) \cdot (2N)^b = (2^b \cdot \sigma_f' / E) \cdot N^b, \quad (3.3-4)$$

$$\varepsilon_{a,p} = \varepsilon_f' \cdot (2N)^c = (2^c \cdot \varepsilon_f') \cdot N^c \quad (3.3-5)$$

Für die Gesamt-Dehnungsamplitude gilt damit nach Gl. (3.3–3):

$$\varepsilon_{a,t} = (\sigma_f' / E) \cdot (2N)^b + \varepsilon_f' \cdot (2N)^c = (2^b \cdot \sigma_f' / E) \cdot N^b + (2^c \cdot \varepsilon_f') \cdot N^c. \quad (3.3-6)$$

(Die heute nach wie vor noch gängige Schreibweise der Formeln mit einer Abhängigkeit der Dehnungsamplituden von $(2N)$ anstatt von N ist ein traditionelles Relikt, entstanden aus einer anfänglichen, sich aber nicht erfüllenden Erwartung, dass die Kennwerte σ_f' und ε_f' für $N = 1/2$ unmittelbar aus dem Zugversuch entnommen werden könnten. Sie ist vor allem deshalb nicht

mehr abänderbar, weil im Schrifttum alle Zahlenangaben für die Kennwerte σ'_f und ε'_f für diese Schreibweise gelten. Bei der alternativ angeführten und gleichwertigen Schreibweise mit N sind deshalb die Kennwerte σ'_f und ε'_f mit den Faktoren 2^b bzw. 2^c verknüpft.)

Eine direkte Querbeziehung besteht zwischen dem Diagramm der Dehnungs-Wöhlerlinie, Abb. 3.3–6, und dem zyklischen Spannungs-Dehnungs-Schaubild, Abb. 3.3–2: Ein vertikaler Schnitt im Diagramm der Dehnungs-Wöhlerlinie findet seine Entsprechung in einem horizontalen Schnitt im Spannungs-Dehnungs-Schaubild. Wird in diesem horizontalen Schnitt an der Spannungs-Dehnungs-Kurve die ertragbare Anriss-Schwingenspielzahl N als Parameter angeschrieben, Abb. 3.3–2, so enthalten das Spannungs-Dehnungs-Schaubild und das Diagramm der Dehnungs-Wöhlerlinie eine absolut und vollständig gleiche Information. Denn durch Zusammenfassen von Gl. (3.3–1) bis Gl. (3.3–6) ergibt sich als Gleichung der Spannungs-Dehnungs-Kurve die Ramberg-Osgood-Beziehung [195A]

$$\varepsilon_{a,t} = (\sigma_a / E) + (\sigma_a / K')^{1/n'} \quad (3.3-7)$$

mit

$$n' = b / c, \quad (3.3-8)$$

$$K' = \sigma'_f \cdot \varepsilon'^{-n'}_f \quad (3.3-9)$$

und

$$\varepsilon_{a,p} = (\sigma_a / K')^{1/n'}. \quad (3.3-10)$$

Für die Konstante K' , die anschaulich die Spannungsamplitude für eine plastische Dehnungsamplitude von 100 % bedeutet, lässt sich auch schreiben

$$K' = \sigma'_{0,2} \cdot 0,002^{-n'}, \quad (3.3-11)$$

wenn, entsprechend zur zügigen Streckgrenze, mit $\sigma'_{0,2}$ ein sogenannter zyklischer Streckgrenzenwert für eine plastische Dehnungsamplitude von 0,2 % definiert wird. Es gilt dann auch statt Gl. (3.3–7) und Gl. (3.3–10)

$$\varepsilon_{a,t} = (\sigma_a / E) + 0,002 \cdot (\sigma_a / \sigma'_{0,2})^{1/n'}, \quad (3.3-12)$$

$$\varepsilon_{a,p} = 0,002 \cdot (\sigma_a / \sigma'_{0,2})^{1/n'}. \quad (3.3-13)$$

Bezogene Darstellung mit N_T , ε_T und σ_T

Ein anderer, sinnfälliger Bezugswert ist mit der Schwingenspielzahl N_T , dem sogenannten Transition-Life, und mit den zugehörigen Werten ε_T und σ_T gegeben [257], Abb. 3.3–6. Es gilt

$$\varepsilon_p = \varepsilon_e = \varepsilon_T = \sigma_T / E \quad \text{für} \quad N = N_T, \quad (3.3-14)$$

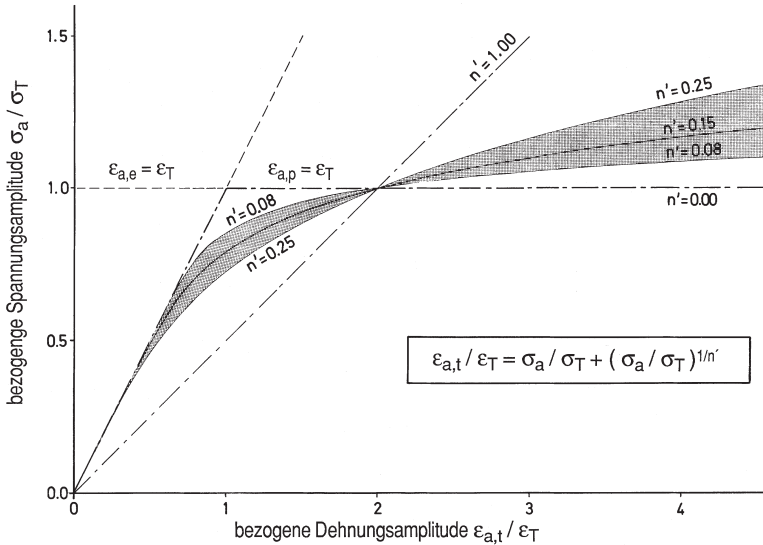


Abb. 3.3-7. Bezogene Darstellung der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve und Variationsbereich des zyklischen Verfestigungsexponenten n'

Die vorstehenden Gleichungen lassen sich damit auf eine bezogene Form wie folgt umschreiben [258]: Für die Spannungs-Dehnungs-Kurve Gl. (3.3-7) ergibt sich

$$(\varepsilon_t / \varepsilon_T) = (\sigma / \sigma_T) + (\sigma / \sigma_T)^{1/n'}, \quad (3.3-15)$$

und für die Dehnungs-Wöhlerlinie Gl. (3.3-6)

$$(\varepsilon_{a,t} / \varepsilon_T) = (N / N_T)^b + (N / N_T)^c. \quad (3.3-16)$$

Für die Schwingenspielzahl N_T gilt

$$N_T = 0,5 \cdot [\sigma'_f / (E \cdot \varepsilon'_f)]^{1/(c-b)} \quad (3.3-17)$$

Für die Umrechnung zwischen σ_T und $\sigma'_{0,2}$ gilt

$$\sigma_T = \sigma'_{0,2} \cdot [\sigma'_{0,2} / (0,002 \cdot E)]^{n'/(1-n')}. \quad (3.3-18)$$

Bei dieser Schreibweise genügen fünf Kennwerte, um das zyklische Werkstoffverhalten mittels der angegebenen Beziehungen zu kennzeichnen: Der Elastizitätsmodul E , die Exponenten b und c , der Dehnungswert ε_T und die Schwingenspielzahl N_T , Abb. 3.3-7.

Verlauf der Dehnungs-Wöhlerlinien bei hohen Schwingenspielzahlen

Ein Übergang von der Zeit- in die Dauerfestigkeit, wie er sich aus Versuchen ergibt, ist mit den vorstehenden Gleichungen der Dehnungs-Wöhlerlinie Gl.

(3.3–4) bis Gl. (3.3–6) noch nicht berücksichtigt. Dazu bietet sich an, als weiteren Kennwert die Grenzwahrscheinlichkeit N_D einzuführen, bei der die Dehnungs-Wöhlerlinien in die Horizontale abknicken. Es gilt dementsprechend:

$$\varepsilon_{a,e} = (\sigma_a / E) = (2^b \cdot \sigma'_f / E) \cdot N^b, \quad \text{für } N \leq N_D \quad (3.3-19)$$

$$\varepsilon_{a,e} = \varepsilon_{D,e} = (\sigma_D / E) = (2^b \cdot \sigma'_f / E) \cdot N_D^b = \text{konst}, \quad \text{für } N \geq N_D \quad (3.3-20)$$

$$\varepsilon_{a,p} = (2^c \cdot \varepsilon'_f) \cdot N^c, \quad \text{für } N \leq N_D \quad (3.3-21)$$

$$\varepsilon_{a,p} = \varepsilon_{D,p} = (2^c \cdot \varepsilon'_f) \cdot N_D^c = \text{konst}, \quad \text{für } N \geq N_D \quad (3.3-22)$$

$$\varepsilon_{a,t} = (2^b \cdot \sigma'_f / E) \cdot N^b + (2^c \cdot \varepsilon'_f) \cdot N^c, \quad \text{für } N \leq N_D \quad (3.3-23)$$

$$\varepsilon_{a,t} = \varepsilon_D = (2^b \cdot \sigma'_f / E) \cdot N_D^b + (2^c \cdot \varepsilon'_f) \cdot N_D^c = \text{konst.} \quad \text{für } N \geq N_D \quad (3.3-24)$$

Zudem bezeichnen dann σ_D die Dauerfestigkeit als Spannungsamplitude, sowie $\varepsilon_{D,e}$, $\varepsilon_{D,p}$ und ε_D die Dauerfestigkeit als elastische, plastische bzw. Gesamt-Dehnungsamplitude.

Weiterhin zeigt sich bei Versuchen, dass die Wöhlerlinien der elastischen und der plastischen Dehnungsamplituden bei doppellogarithmischer Auftragung nicht immer als Geraden darstellbar sind, wie es mit Gl. (3.3–4) und Gl. (3.3–5) unterstellt wird. Klee [259] hat deshalb diese Gleichungen um die Grenzwerte σ_L und ε_L der elastischen und der plastischen Dehnungsamplituden erweitert. Diese gestatten, den Verlauf der Wöhlerlinien bei hohen Schwahrscheinlichkeiten anzupassen:

$$\varepsilon_{a,e} = (2^b \cdot \sigma'_f / E) \cdot N^b + (\sigma_L / E), \quad (3.3-25)$$

$$\varepsilon_{a,p} = (2^c \cdot \varepsilon'_f) \cdot N^c + \varepsilon_L. \quad (3.3-26)$$

Meist kann $\sigma_L = 0$ gesetzt werden. Für den Grenzwert ε_L kommen Werte $\varepsilon_L > 0$ oder auch $\varepsilon_L < 0$ in Betracht, Abb. 3.3–8. Gleichung (3.3–26) ist dann nur gültig bis zu einer Schwahrscheinlichkeit $N = N_D$; für $\varepsilon_L < 0$ ist Gl. (3.3–26) aber allenfalls gültig bis zu einer Schwahrscheinlichkeit N_L , bei der die plastische Dehnungsamplitude auf $\varepsilon_{a,p} = 0$ abgefallen ist:

$$N_L = (1/2) \cdot (-\varepsilon_L / \varepsilon'_f)^{1/c} < N_D. \quad (3.3-27)$$

Für die Gleichung der Spannungs-Dehnungs-Kurve folgt

$$\varepsilon_{a,t} = (\sigma_a / E) + (\sigma_a / K')^{1/n'} + \varepsilon_L. \quad (3.3-28)$$

Für $\varepsilon_L < 0$ ist sie in dieser Form allerdings nur gültig für Spannungsamplituden

$$\sigma_a \geq K' \cdot (-\varepsilon_L)^{n'}, \quad (3.3-29)$$

bei kleineren Spannungsamplituden gilt hingegen die elastische Gerade

$$\varepsilon_{a,t} = (\sigma_a / E). \quad (3.3-30)$$

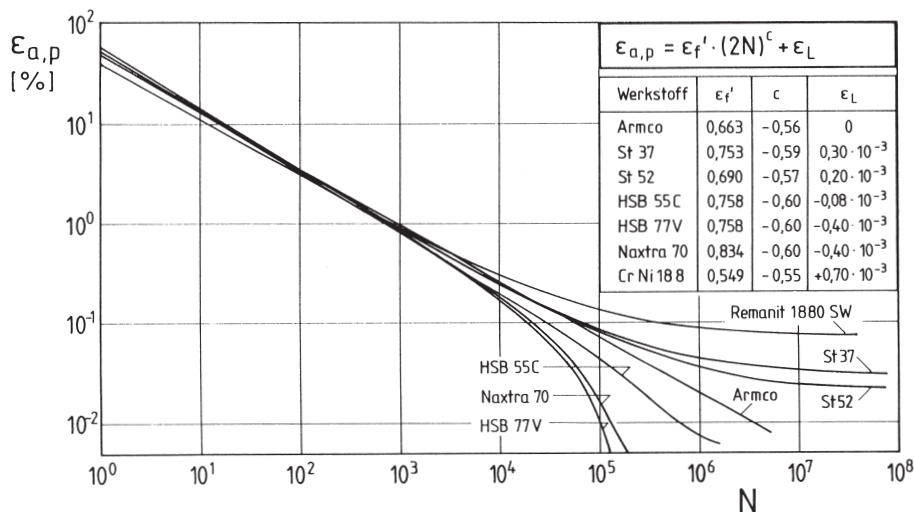


Abb. 3.3-8. Wöhlerlinien der plastischen Dehnungsamplituden, bei großen Schwingspielzahlen beschrieben mit dem Grenzwert ϵ_L , nach Klee [259]

Im übrigen veranschaulicht Abb. 3.3-8 auch noch eine allgemeine Feststellung von Coffin [253], dass eine plastische Dehnungsamplitude $\epsilon_{ap} = 1\%$ von nahezu allen Metallen etwa mit $N = 1000$ Schwingspielen ertragen wird.

Einfluss der Mitteldehnung und Mittelspannung

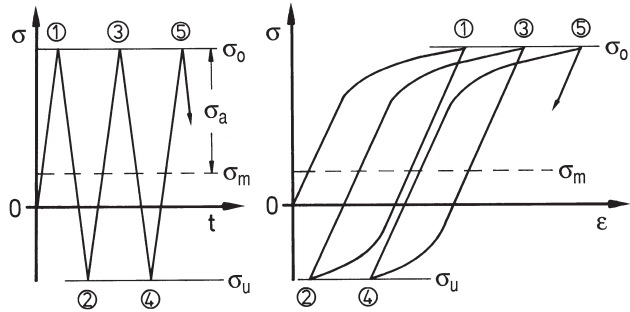
Untersuchungen zum Einfluss einer von Null verschiedenen Mitteldehnung oder Mittelspannung an ungekerbten Prüfstäben sind mit Schwierigkeiten verbunden, Abb. 3.3-9.

Bei spannungskontrollierten Versuchen mit Mittelspannung tritt bei ungekerbten Prüfstäben unter Umständen ein haltloses zyklisches Kriechen auf, was in einem erweiterten Haigh-Schaubild dargestellt werden kann [250, 251], Abb. 3.3-10. Bei dehnungskontrollierten Versuchen mit einer von Null verschiedenen Mitteldehnung kommt es zu einer Mittelspannungsrelaxation auf einen amplitudenabhängig sich stabilisierenden Wert der Mittelspannung; für ihn kann nach [260] geschrieben werden, Abb. 3.3-11b:

$$\sigma_m = \sigma_{m0} / [1 + (1 + (\epsilon_a / \epsilon_{m0})^d)]. \tag{3.3-31}$$

Die Form des zyklischen Spannungs-Dehnungs-Schaubildes wird unter diesen Umständen zwar nicht verändert [261], doch muss der sich ergebende, kombinierte Mittelspannungs- und Mitteldehnungs-Einfluss auf die ertragbare Dehnungsamplitude berücksichtigt werden. Dies kann nach einem Vorschlag von Smith, Watson und Topper [262] durch einen Schädigungs-

spannungskontrolliert:
zyklisches Kriechen



dehnungskontrolliert:
zyklische Mittel-
spannungsrelaxation

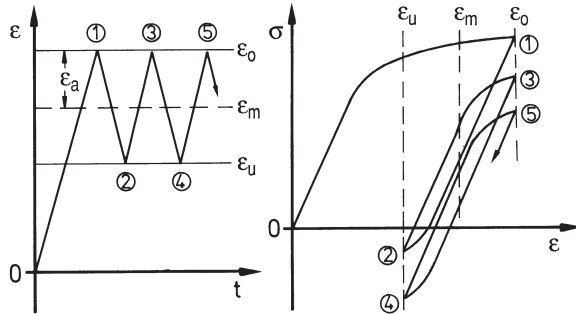


Abb. 3.3–9. Zyklisches Kriechen und zyklische Mittelspannungsrelaxation

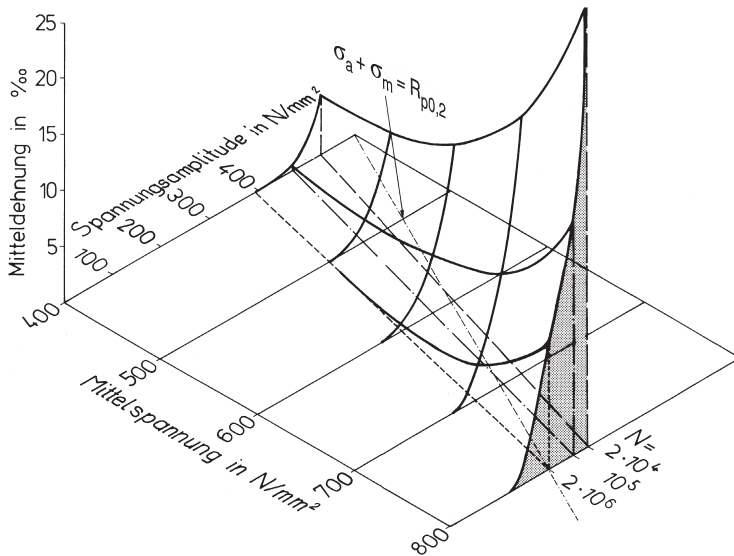


Abb. 3.3–10. Um die Kriechdehnung erweitertes Haigh-Schaubild für den ungekerbten, axialbeanspruchten Stab aus vergütetem Stahl 42 CrMo4 mit $R_m = 1120 \text{ N/mm}^2$ [251]

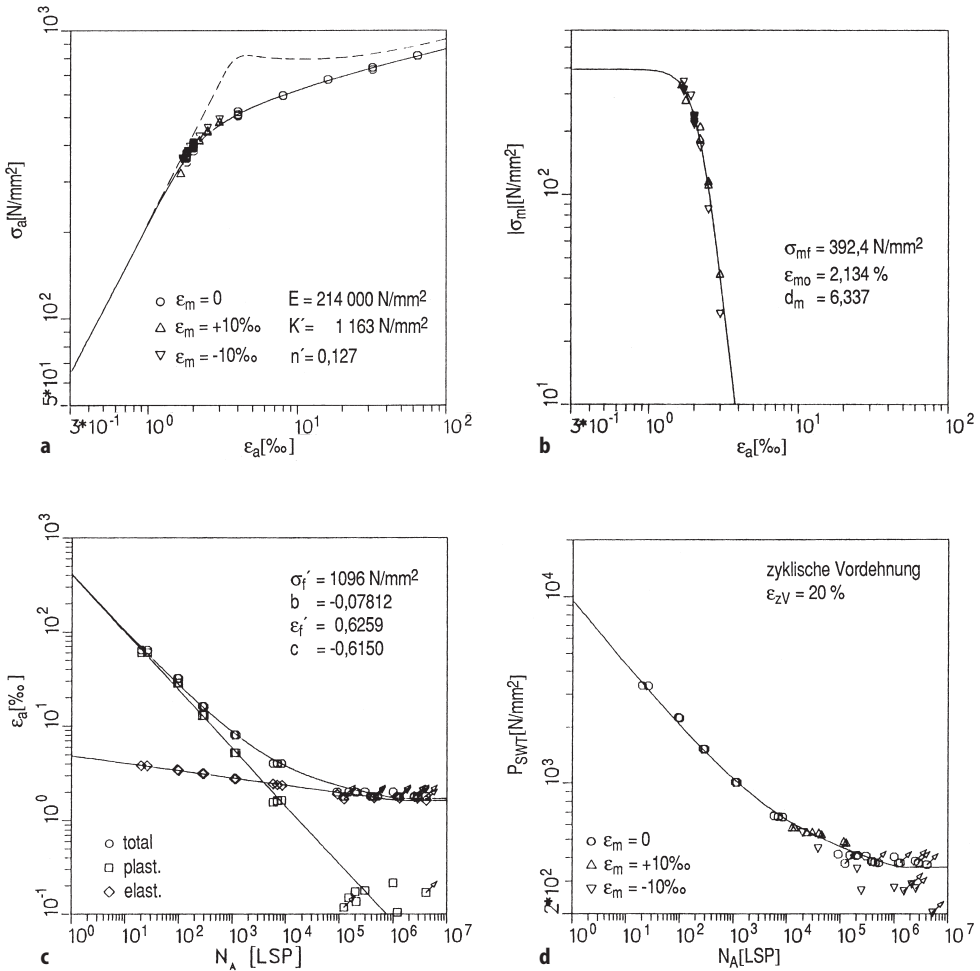


Abb. 3.3–11a–d. Vollständiger Datensatz für Stahl St E 690 [260]; **a** zyklische Spannungs-Dehnungskurve, **b** Mittelspannungskurve, **c** Dehnungs-Wöhlerlinie, **d** Schädigungsparameter-Wöhlerlinie

parameter geschehen, der sich aus der Hystereseschleife, Abb. 3.3–1, bestimmt als

$$P_{SWT} = \sqrt{\sigma_o \cdot \varepsilon_{a,t} \cdot E} . \quad (3.3-32)$$

Wird er der Auftragung einer Schädigungsparameter-Wöhlerlinie zugrunde gelegt, so sollten die Versuchspunkte für unterschiedliche Mitteldehnungen näherungsweise in einem Streuband zusammenfallen, Abb. 3.3–1d. Durch Einsetzen in Gl. (3.3–32) ergibt sich mit $\sigma_o = \sigma_a$ für $R = -1$ und $\sigma_a = E \cdot \varepsilon_{a,e}$

mit $\varepsilon_{a,e}$ nach Gl. (3.3–4) sowie $\varepsilon_a = \varepsilon_{a,t}$ nach Gl. (3.3–6) als Gleichung dieser Schädigungsparameter-Wöhlerlinie

$$P_{SWT} = [\sigma_f'^2 \cdot (2N)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot (2N)^{(b+c)}]^{1/2}. \quad (3.3-33)$$

Auf andere Definitionen eines Schädigungsparameters wird im Abschn. 3.3.5 eingegangen.

Erfassen der Streuung

Auch Ergebnisse aus dehnungskontrollierten Wöhler-Versuchen weisen Streuungen auf. Insofern sind die vorstehenden Gleichungen der Dehnungs-Wöhlerlinien und der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve genau genommen als eine im Mittel zutreffende Beschreibung dieser streuenden Versuchsergebnisse, also als Gleichungen für eine Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}} = 50\%$ zu verstehen.

Um darüber hinaus die Streuung zu erfassen, wird unterstellt, dass die elastischen und die plastischen Dehnungsamplituden für eine konstante Schwingspielzahl nach einer logarithmischen Normalverteilung streuen, und dass die Streubreite über den gesamten Schwingspielzahlbereich gleich bleibt. Wegen der geltenden Potenzansätze sind dann auch die Schwingspielzahlen für konstante Dehnungsamplituden logarithmisch normalverteilt, und wegen des Zusammenhangs zwischen Dehnungs-Wöhlerlinie und zyklischer Spannungs-Dehnungs-Kurve gilt auch für sie eine schwingspielzahl-unabhängige Normalverteilung zwischen den Spannungsamplituden und Dehnungsamplituden. Die betreffenden Werte der Standardabweichung s_e , s_p , s_t und s_c werden im Zuge der Auswertung bei den jeweiligen Regressionsanalysen erhalten [263]. Sie gehen in Form eines Faktors $10^{u \cdot s}$ in die Gleichungen für $\varepsilon_{a,e}$, $\varepsilon_{a,p}$ und $\varepsilon_{a,t}$ ein, wobei sich u abhängig von der gewünschten Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ nach Tabelle 5.1–1 z.B. mit $u = +1,28$ für $P_{\bar{u}} = 10\%$ oder $u = -1,28$ für $P_{\bar{u}} = 90\%$ ergibt.

Entsprechend Gl. (3.3–4) bis Gl. (3.3–7) gilt dann beispielsweise, Abb. 3.3–12:

$$\varepsilon_{a,e} = (\sigma_f' / E) \cdot (2N)^b \cdot 10^{u \cdot s_e}, \quad (3.3-34)$$

$$\varepsilon_{a,p} = \varepsilon_f' \cdot (2N)^c \cdot 10^{u \cdot s_p}, \quad (3.3-35)$$

$$\varepsilon_{a,t} = [(\sigma_f' / E) \cdot (2N)^b + \varepsilon_f' \cdot (2N)^c] \cdot 10^{u \cdot s_t}, \quad (3.3-36)$$

$$\varepsilon_{a,t} = (\sigma_a / E) + (\sigma_a / K')^{1/n'} \cdot 10^{u \cdot s_c}. \quad (3.3-37)$$

Mit s_t ist in Gl. (3.3–36) für die Wöhlerlinie der Gesamt-Dehnung eine über der Schwingspielzahl gleichbleibende Breite des Streubandes vorgegeben, die aus einer gesonderten Auswertung bestimmt werden muss, denn andernfalls würde sich aus der Zusammenfassung von Gl. (3.3–34) und Gl. (3.3–35) entsprechend Abb. 3.3–12 eine über die Schwingspielzahl veränderliche Streu-

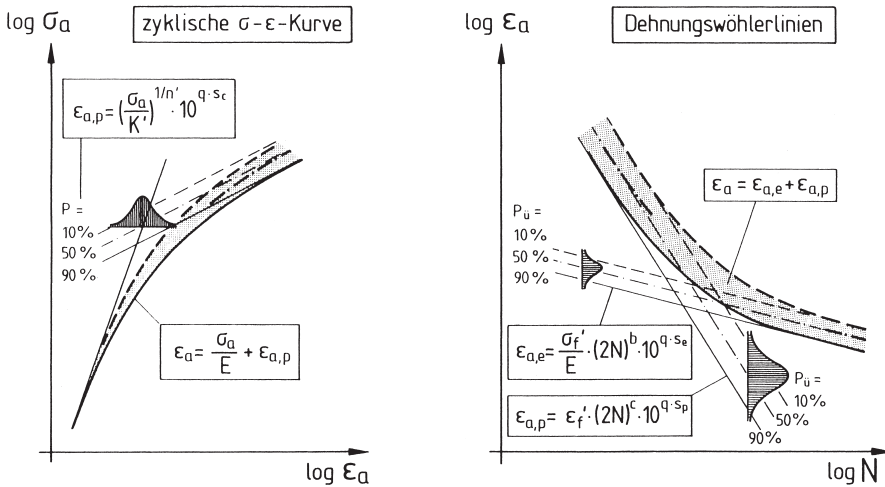


Abb. 3.3–12. Streuungsbehaftete zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve und Dehnungswöhlerlinie, nach Seeger [263]

breite ergeben, die entsprechend (3.3–38) zu Komplikationen bei der beabsichtigten Anwendung führen würde:

$$\epsilon_{a,t} = (2^b \cdot \sigma_f' / E) \cdot N^b \cdot 10^{u \cdot s_e} + (2^c \cdot \epsilon_f') \cdot N^c \cdot 10^{u \cdot s_p}. \quad (3.3-38)$$

Selbst in der Datensammlung von Boller und Seeger gibt es kaum Datensätze, die eine gediegene statistische Auswertung dieser Art gestatten. Zumeist ist die Anzahl der typischerweise nur 5 bis 10 Versuche je Versuchsreihe zu gering. Die Standardabweichung wird dann in aller Regel unterschätzt. Bislang können deshalb auch noch keine Erfahrungswerte für Standardabweichungen bei Dehnungswöhlerlinien genannt werden.

Kennwerte des zyklischen Werkstoff-Verhaltens

Eine Sammlung der vorliegenden Daten und Kennwerte aus dehnungskontrollierten Wöhler-Versuchen findet man bei Boller und Seeger [264], mit einer Ergänzung bei Bäumel und Seeger [265]. Auch Formeln wurden vorgeschlagen, um die Kennwerte zu den vorstehenden Beziehungen abzuschätzen [194, A201], Tabelle 3.3–1.

Bereits mit der 1965 veröffentlichten „Method of Universal Slopes“ wurde von Manson [254] aufgezeigt, dass für die elastische und die plastische Linie typische Neigungsexponenten b und c gelten. Die für alle Arten metallischer Werkstoffe anwendbaren Schätzformeln erfuhren sodann mit den 1988 veröffentlichten „Modified Universal Slopes Equations“ nach Muralidharan und Manson [266] eine Verbesserung durch Änderung der Neigungsexponenten auf $b = -0,09$ und $c = -0,56$ sowie durch Änderung der Schätzformel für ϵ_f' .

Tabelle 3.3-1. Schätzformeln für die Kennwerte der Dehnungswöhlerlinien von metallischen Werkstoffen, gültig für den zyklisch stabilisierten Zustand bzw. für die halbe Anriss-Schwingspielzahl und $P_{it} = 50\%$, Abb. 3.3-6

Method of Universal Slopes nach Manson [254] für alle metallische Werkstoffe	Modified Universal Slopes Equation nach Muralidharan u. Manson [266] für alle metallische Werkstoffe	Uniform Material Law nach Bäumel jr. u. Seeger [265] für unlegierte und schwach legierte Stähle	für Aluminium- und Titanlegierungen
$\sigma'_f = 1,90 \cdot R_m$ $b = -0,12$ $\epsilon'_f = 0,76 \cdot D^{0,6}$ $c = -0,6$	$\sigma'_f = 0,623 \cdot R_m^{0,832} \cdot E^{0,168}$ $b = -0,09$ $\epsilon'_f = 0,0196 \cdot D^{0,156} \cdot (R_m/E)^{-0,53}$ $c = -0,56$	$\sigma'_f = 1,50 \cdot R_m$ $b = -0,087$ $\epsilon'_f = 0,59 \cdot \psi$ $c = -0,58$ $\sigma_D = 0,45 \cdot R_m$ $\epsilon_D = 0,45 \cdot R_m/E + 1,95 \cdot 10^{-4} \cdot \psi$ $N_D = 5 \cdot 10^5$	$\sigma'_f = 1,67 \cdot R_m$ $b = -0,095$ $\epsilon'_f = 0,35$ $c = -0,69$ $\sigma_D = 0,42 \cdot R_m$ $\epsilon_D = 0,42 \cdot R_m/E$ $N_D = 1 \cdot 10^6$ $K' = 1,61 \cdot R_m$ $n' = 0,11$

$D = -\ln(1 - Z)$ mit $Z = \text{Brucheinschnürung}$; $\psi = 1,0$ für $R_m \leq 630 \text{ N/mm}^2$; $\psi = 1,375 - 125,0 \cdot R_m/E$ für $R_m > 630 \text{ N/mm}^2$.

Diese Neigungsexponenten unterscheiden sich nur wenig von den Neigungsexponenten $b = -0,087$ bzw. $b = -0,095$ und $c = -0,58$ bzw. $c = -0,69$, wie sie mit dem „Universal Material Law“ (UML) von Bäumel und Seeger [265] für Stähle bzw. Aluminiumlegierungen und Titanlegierungen abgeleitet wurden, Tabelle 3.3–1.

Bei der Auswertung einzelner Versuchsreihen werden hingegen Werte für die elastische Linie zwischen $b = -0,05$ und $-0,12$ und für die plastische Linie zwischen $c = -0,5$ und $-0,7$ gefunden [257]; ein Wert $c = -0,5$ wurde seinerzeit von Coffin [253] als allgemeingültig genannt. So belegt zwar die Auswertung nach dem UML, dass je nach Art des Werkstoffs gewisse Unterschiede in den Neigungsexponenten b und c bestehen, aber wegen der meist kleinen Anzahl streuender Einzelversuche dürften die vorstehenden, in [257] genannten beachtlichen Schwankungsbreiten zu einem erheblichen Teil zufallsbedingt sein. Diese Einschätzung wird u. a. durch folgendes Beispiel belegt:

In der Datensammlung von Boller und Seeger [264] befinden sich mehrere Datensätze für den Stahl Ck45 (bzw. SAE 1045), die hinsichtlich der daraus abgeleiteten Kennwerte alles andere als vergleichbar sind, Tabelle 3.3–2. Wie sich die Abweichungen erklären lassen, ist den Angaben zu den einzelnen Versuchsreihen nicht zu entnehmen. Zu fragen ist, welcher Datensatz im konkreten Anwendungsfall als der zutreffende angesehen werden darf. Und welche Kennwerte würden sich bei einer weiteren Versuchsreihe ergeben?

Tabelle 3.3–2. Zyklische Kennwerte für den Stahl Ck45 (SAE 1045), wie sie für vergleichbare Versuchsreihen der Datensammlung von Boller und Seeger [264] zu entnehmen sind, im Vergleich zu den Kennwerten nach dem UML [265]

In [201] auf Seite	Zahl der Versuche	R_m	σ_f'	b	ε_f'	c
316	13	678	519	- 0,044	0,124	- 0,424
298	5	680	2581	- 0,202	396,6	- 1,222
295	9	680	1243	- 0,129	45,60	- 1,020
286	6	680	2621	- 0,210	46 593	- 1,753
289	9	680	1199	- 0,117	5,000	- 0,770
341	8	705	695	- 0,062	0,132	- 0,419
	UML	680	1020	- 0,087	0,970	- 0,580
319	15	790	987	- 0,083	0,994	- 0,715
322	28	790	1405	- 0,110	0,6065	- 0,545
329	7	790	767	- 0,064	0,135	- 0,426
332	7	790	606	- 0,035	0,025	- 0,282
	UML	790	1185	- 0,087	0,905	- 0,580
326	7	915	2350	- 0,148	0,447	- 0,561
335	5	915	2022	- 0,151	0,517	- 0,631
	UML	915	1373	- 0,087	0,830	- 0,580

Die vielfach vertretende Auffassung, dass Kennwerte aus eigens durchgeführten Versuchen die größere Verlässlichkeit hätten, erweist sich damit als durchaus fragwürdig.

Vielmehr sind für Stähle bzw. für Aluminium- und Titanlegierungen die verlässlicheren Kennwerte doch wohl den Schätzformeln des UML zu entnehmen, die die Gesamtheit der gesammelten und ausgewerteten Daten im statistischen Mittel zutreffend modellieren. Zusätzlich werden mit ihnen auch noch Schätzformeln für die Dauerfestigkeit und für die zyklische Spannungs-Dehnungskurve angegeben. Mit 2530 Einzelwerten für 290 Versuchsreihen aus der Datensammlung von Boller und Seeger [264] haben sie eine bestmögliche statistische Belegung mit entsprechenden Angaben zu den Streugrenzen. Nach Abb. 3.3–13 korrelieren die Versuchsdaten mit den Schätzformeln in einem erstaunlich engen Streuband, wohingegen sich für die gleichen Versuchsdaten mit den „Modified Universal Slopes Equations“ deutliche und mit den „Universal Slopes Equations“ schon beachtliche Abweichungen ergeben. Dieser Befund mag insofern verwundern, als beim UML im Wesentlichen allein eine werkstoffspezifische Abhängigkeit der Kenngrößen von der Zugfestigkeit R_m zugrunde liegt, wenn von der nur geringen Variationsbreite durch den E -Modul abgesehen wird.

So wie in Abb. 3.3–13a liegen alle 2530 Versuchspunkte auch bei den Wöhlerlinien für die elastischen, plastischen und Gesamt-Dehnungsamplituden sowie bei der Schädigungsparameter-Wöhlerlinie für P_{SWT} und bei der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve in relativ engen und statistisch durch die Linien für $P_{\bar{u}} = 90\%$, 50% und 10% beschriebenen Streubereichen, Tabelle 3.3–3. In etwa betragen die entsprechenden Streuspannen in Beanspruchungsrichtung bei den Dehnungs-Wöhlerlinien für Stahl $T_\epsilon = 1:1,80$, bei den Dehnungs-Wöhlerlinien für Aluminium- und Titan-Legierungen $T_\epsilon = 1:1,95$, bei den Schädigungsparameter-Wöhlerlinien $T_\epsilon = 1:1,55$ und bei den zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurven $T_\epsilon = 1:1,40$ für Stahl und $T_\epsilon = 1:1,50$ für die Aluminium- und Titan-Legierungen. Diese Streuspannen sind weitaus größer als sich aus den Daten für die einzelnen Wöhlerlinien und in Analogie z. B. aus Abb. 2.1–20 abschätzen lässt, was übereinstimmend mit Tabelle 3.3–2 besagt, dass die 290 einzelnen Versuchsreihen untereinander eine recht erhebliche Streuung zeigen.

Innerhalb der Streubänder werden alle systematischen Einflüsse des Werkstoffs aus seiner Zusammensetzung, Gefügestruktur, Reinheit und Halbzeugfertigung wie auch alle Streueinflüsse aus der Versuchstechnik abgedeckt. Insofern weist die häufig geäußerte Ansicht, dass eine Lebensdauersteigerung allein durch die Wahl eines geeigneteren Stahles mit anderer Zusammensetzung zu erreichen sei, eine nur eingeschränkte Gültigkeit auf. Von den zyklischen Kennwerten her ist eine systematisch zu belegende Möglichkeit der Lebensdauersteigerung nur in einer Erhöhung der Zugfestigkeit zu sehen; sie ist allerdings je nach chemischer Zusammensetzung des Werkstoffs und wegen seiner zu fordernden Zähigkeit und Bearbeitbarkeit begrenzt.

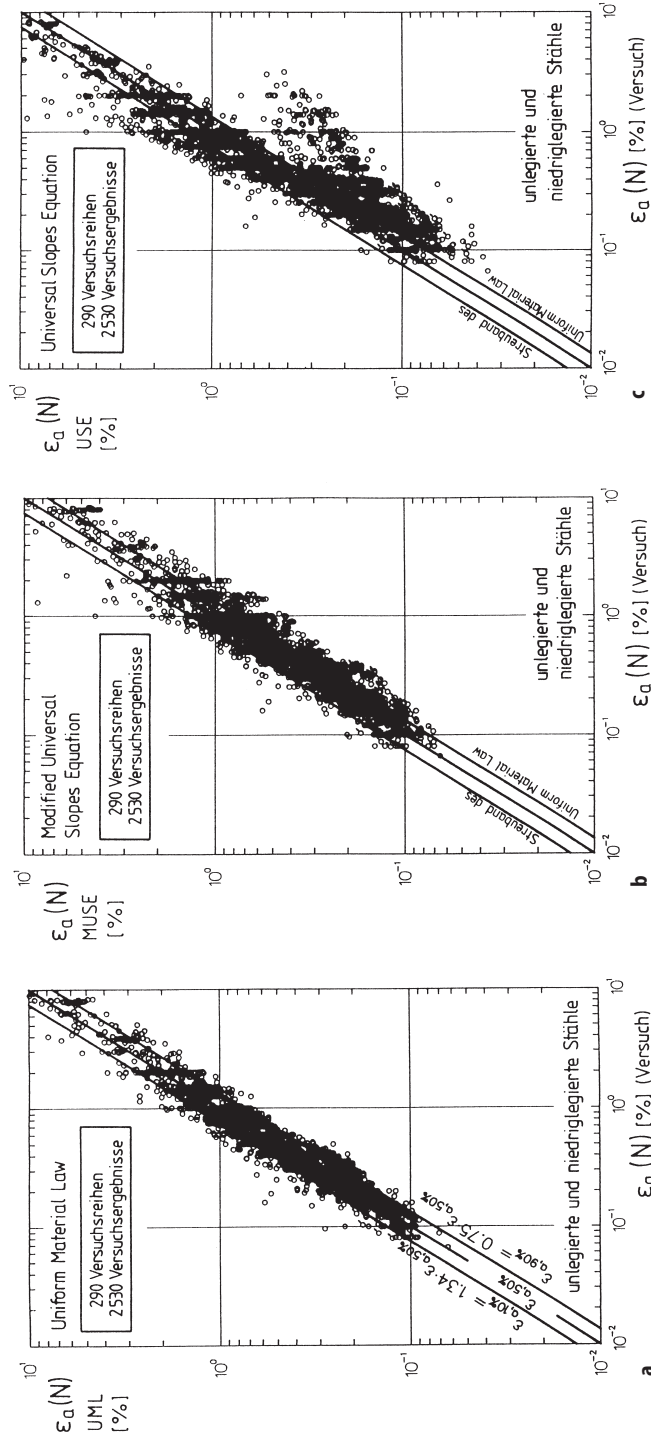


Abb. 3.3–13 a–c. Überprüfung der Schätzformeln für die Dehnungs-Wöhlerlinie mit Versuchsergebnissen aus der Datensammlung von Boller und Seeger [264]; a Universal Material Law, b Modified Universal Slopes Equation, c Universal Slopes Equation; nach Bäumel und Seeger [265]

Tabelle 3.3-3. Schätzformeln für die Dehnungs-Wöhlerlinie, die Schädigungsparameter-Wöhlerlinie und die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve nach den Auswertungen für das Uniform Material Law mit den zugehörigen Streubändern, jeweils bezeichnet durch die Linien für $P_{\bar{u}} = 90\%$, 50% und 10% Überlebenswahrscheinlichkeit [265]

Unlegierte und schwachlegierte Stähle		Aluminiumlegierungen und Titanlegierungen
Dehnungs-Wöhlerlinie:		
$P_{\bar{u}} = 90\%$	$\epsilon_{a,t} = 0,75 \cdot$	Dehnungs-Wöhlerlinie:
$P_{\bar{u}} = 50\%$	$\epsilon_{a,t} = 1,00 \cdot [(1,50 \cdot R_m / E) \cdot (2N)^{-0,087} + (0,59 \cdot \Psi) \cdot (2N)^{-0,58}]$	$\epsilon_{a,t} = 0,72 \cdot$
$P_{\bar{u}} = 10\%$	$\epsilon_{a,t} = 1,34 \cdot$	$\epsilon_{a,t} = 1,00 \cdot [(1,67 \cdot R_m / E) \cdot (2N)^{-0,095} + 0,35 \cdot (2N)^{-0,69}]$
Schädigungsparameter-Wöhlerlinie:		
$P_{\bar{u}} = 90\%$	$P_{SWT} = 0,80 \cdot$	Schädigungsparameter-Wöhlerlinie:
$P_{\bar{u}} = 50\%$	$P_{SWT} = 1,00 \cdot [(1,5 \cdot R_m)^2 \cdot (2N)^{-0,174} + (0,885 \cdot R_m \cdot \Psi) \cdot (2N)^{-0,667}]^{1/2}$	$P_{SWT} = 0,80 \cdot$
$P_{\bar{u}} = 10\%$	$P_{SWT} = 1,24 \cdot$	$P_{SWT} = 1,00 \cdot [(1,67 \cdot R_m)^2 \cdot (2N)^{-0,190} + (0,5845 \cdot R_m) \cdot (2N)^{-0,785}]^{1/2}$
Zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve:		
$P_{\bar{u}} = 90\%$	$\epsilon_{a,t} = (\sigma_d / E) + (\sigma_a / 1,95 \cdot R_m)^{1/0,15}$	Zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve:
$P_{\bar{u}} = 50\%$	$\epsilon_{a,t} = (\sigma_d / E) + (\sigma_a / 1,65 \cdot R_m)^{1/0,15}$	$\epsilon_{a,t} = (\sigma_d / E) + (\sigma_a / 1,97 \cdot R_m)^{1/0,11}$
$P_{\bar{u}} = 10\%$	$\epsilon_{a,t} = (\sigma_d / E) + (\sigma_a / 1,40 \cdot R_m)^{1/0,15}$	$\epsilon_{a,t} = (\sigma_d / E) + (\sigma_a / 1,61 \cdot R_m)^{1/0,11}$

$\Psi = 1,0$ für $R_m \leq 70 \text{ N/mm}^2$; $\Psi = 1,375 - 125,0 \cdot R_m / E$ für $R_m > 70 \text{ N/mm}^2$.

Nicht zuletzt bedeutet das UML unter Hinweis auf die Ausführungen im Abschn. 3.3.8 auch eine Bestätigung für das im Abschn. 2.1.7 dargelegte Konzept der normierten Wöhlerlinien, wenngleich folgende Abweichungen zu den Kennwerten der Wöhlerlinie der elastischen Dehnungsamplituden angeführt werden müssen, für die über den E-Modul eine Querbeziehung zur normierten Wöhlerlinie des ungekerbten Stabes nach Abb. 2.1–17 besteht [258]. Als Beziehung zwischen den betreffenden Neigungsexponenten gilt

$$b = -1/k. \quad (3.3-39)$$

Dem Wert $b = -0,087$ für Stähle würde bei der normierten Wöhlerlinie ein Neigungsexponent $k = 11,5$ entsprechen gegenüber dem Wert $k = 15$, wie er für Abb. 2.1–17 angegeben ist. Zudem besteht eine Abweichung hinsichtlich der Schwingspielzahl am Abknickpunkt der Wöhlerlinie, die für Stähle nach dem UML mit $N_D = 5 \cdot 10^5$, hingegen nach Abb. 2.1–17 mit $N_D = 1 \cdot 10^6$ anzusetzen ist. Während die Abweichungen zwischen b und k praktisch nicht sehr ins Gewicht fallen dürften, ist hingegen die zutreffende Abschätzung des Abknickpunktes, und damit zusammenhängend auch der Dauerfestigkeit, für das Ergebnis einer Schädigungs-Rechnung in aller Regel von großer Bedeutung. In dieser Frage sollte eine eindeutige Präferenz für den experimentell weitaus breiter abgesicherten Wert $N_D = 1 \cdot 10^6$ der normierten Wöhlerlinie gesehen werden, was dann jedoch beim UML auch eine Korrektur für die Kennwerte der Dauerfestigkeit erfordert.

3.3.2

Experimentell ermittelte Kerbgrundbeanspruchung und Lebensdauer

Für einen Betriebsfestigkeits-Nachweis nach dem sogenannten Kerbgrund-Konzept wird von der Annahme ausgegangen, dass die am ungekerbten Stab gewonnene Dehnungs-Wöhlerlinie herangezogen werden kann, um die Lebensdauer von gekerbten Bauteilen anhand der ermittelten elastisch-plastischen Kerbgrundbeanspruchung durch eine Schädigungsakkumulations-Rechnung zu bestimmen.

Um die Praktikabilität dieses Konzeptes zu bestätigen, bietet sich eine experimentelle Ermittlung und Simulation der Kerbgrundbeanspruchung bei dünnen Kerbscheiben an, denn im Kerbgrund dünner Kerbscheiben liegt, ebenso wie am ungekerbten Stab, ein einachsiger Spannungszustand vor.

Begleitproben-Versuch

Bei dem Begleitproben-Versuch (Companion Specimen Test) [267], Abb. 3.3–14, wird die interessierende Beanspruchungs-Zeit-Funktion $S(t)$ als Kraft bzw. Nennspannung an der Kerbscheibe vorgegeben und die Kerbgrunddeh-

Betriebsfestigkeit

Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung

Haibach, E.

2006, XIV, 759 S., Hardcover

ISBN: 978-3-540-29363-7