

# Inhaltsverzeichnis

---

## Teil I Motivation und Einordnung

---

<b>1</b>	<b>Die Entwicklung des Rechnens</b> . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Numerische Mathematik, Reine Mathematik und Informatik</b> . . . . .	7
2.1	Informatik als die Wissenschaft vom Computer . . . . .	7
2.2	Informatik und Numerik im Wissenschaftlichen Rechnen . . . .	7
2.3	Numerische Methoden in der Informatik . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Benötigtes Grundwissen aus Informatik und Mathematik</b> .	11
3.1	Informatik . . . . .	11
3.2	Einordnung in die Mathematik . . . . .	11
3.3	Beziehung zu anderen natur- und ingenieurwissenschaftlichen Fachgebieten . . . . .	12

---

## Teil II Rechnerarithmetik und Rundungsfehler

---

<b>4</b>	<b>Rundungs- und Rechenfehler</b> . . . . .	15
4.1	Rundungsfehler . . . . .	18
4.2	Rechenfehler . . . . .	19
4.3	Gesamtfehler . . . . .	20
4.4	Analyse weiterer Fehlerquellen . . . . .	21
4.5	Sicherheitsrelevante Entwicklungsprozesse und Standards . . . .	24
<b>5</b>	<b>Zahldarstellung</b> . . . . .	29
5.1	Binärzahlen . . . . .	32
5.2	Addition und Subtraktion von Binärzahlen . . . . .	36
5.3	Multiplikation und Division von Binärzahlen . . . . .	41
5.4	Integer-Zahlen . . . . .	45
5.5	Darstellung reeller Zahlen . . . . .	51
5.5.1	Festkommazahlen . . . . .	51
5.5.2	Intervallarithmetik . . . . .	53
5.5.3	Gleitpunktzahlen . . . . .	56

5.5.4	Rundung von Gleitpunktzahlen .....	62
<b>6</b>	<b>Gleitpunktarithmetik und Fehlerfortpflanzung .....</b>	<b>69</b>
6.1	Realisierung einer Maschinenoperation .....	69
6.2	Rundungsfehleranalyse .....	70
6.3	Auslöschung .....	75
6.4	Zusammenfassung .....	79
<b>7</b>	<b>Kondition und Stabilität .....</b>	<b>81</b>
<b>8</b>	<b>Aufgaben .....</b>	<b>93</b>

---

### Teil III Lineare Gleichungssysteme

---

<b>9</b>	<b>Lösung Linearer Gleichungssysteme.....</b>	<b>101</b>
9.1	Einleitung .....	101
9.2	Auflösen von Dreiecksgleichungssystemen .....	104
9.3	Gauß-Elimination .....	106
9.4	Gauß-Elimination und <i>LU</i> -Zerlegung.....	109
9.5	Kondition eines linearen Gleichungssystems .....	111
9.6	Kosten der Gauß-Elimination .....	113
<b>10</b>	<b>Lineare Ausgleichsrechnung.....</b>	<b>115</b>
10.1	Methode der kleinsten Quadrate.....	115
10.2	<i>QR</i> -Zerlegung.....	119
10.3	Regularisierung .....	124
<b>11</b>	<b>Effiziente Lösung linearer Gleichungssysteme .....</b>	<b>127</b>
11.1	Dünnbesetzte Gleichungssysteme .....	127
11.2	Gleichungssysteme und Computer-Architektur .....	131
<b>12</b>	<b>Anwendungsbeispiele .....</b>	<b>143</b>
12.1	Computertomographie .....	143
12.2	Neuronale Netze.....	146
12.3	Leontief'sches Weltmodell .....	147
<b>13</b>	<b>Aufgaben .....</b>	<b>149</b>

---

### Teil IV Interpolation und Integration

---

<b>14</b>	<b>Interpolation</b> .....	155
14.1	Interpolationsaufgabe .....	155
14.2	Interpolation mit Polynomen .....	157
14.3	Fehler bei der Polynom-Interpolation .....	162
14.4	Newton-Form des Interpolationspolynoms .....	164
14.5	Weitere Interpolationsansätze .....	166
<b>15</b>	<b>Quadratur</b> .....	175
15.1	Einleitung .....	175
15.2	Quadraturregeln aus Flächenbestimmung .....	176
15.3	Regeln aus der Interpolation .....	177
15.4	Gauß-Quadratur .....	179
15.5	Extrapolationsverfahren .....	180
15.6	Adaptive Verfahren .....	182
15.7	Weitere Verfahren .....	184
<b>16</b>	<b>Beispiele</b> .....	187
16.1	Interpolation von Bilddaten .....	187
16.2	Registrierung und Kalibrierung von Bilddaten .....	188
16.3	Gauß'scher Weichzeichner .....	190
16.4	Fuzzy-Steuerung .....	191
<b>17</b>	<b>Aufgaben</b> .....	193

---

## Teil V Die schnelle Fourier-Transformation

---

<b>18</b>	<b>Eigenschaften und Algorithmen</b> .....	199
18.1	Diskrete Fourier-Transformation .....	199
18.2	Schnelle Fourier-Transformation am Beispiel der IDFT .....	201
18.3	FFT-Algorithmus am Beispiel der IDFT .....	203
<b>19</b>	<b>Anwendungen</b> .....	211
19.1	Schnelle Multiplikation von Polynomen .....	211
19.2	Fourier-Analyse der Sonnenfleckenaktivität .....	212
19.3	Bildkompression .....	215
19.3.1	Mathematische Modellierung von Graustufenbildern ..	215
19.3.2	JPEG-Verfahren zur Komprimierung von Bildern .....	215
19.3.3	Cosinus Transformation .....	216
19.3.4	Reduktion auf die bekannte FFT .....	216
19.4	Filter und Bildverarbeitung .....	217
19.5	Wavelets .....	220
<b>20</b>	<b>Aufgaben</b> .....	229

---

**Teil VI Iterative Verfahren**


---

<b>21 Fixpunktgleichungen</b>	233
21.1 Problemstellung	233
21.2 Banach'scher Fixpunktsatz	234
<b>22 Newton-Verfahren zur Nullstellenbestimmung</b>	239
22.1 Beschreibung des Newton-Verfahrens	239
22.2 Weitere Methoden zur Nullstellenbestimmung	241
22.2.1 Sekantenverfahren	241
22.2.2 Bisektionsverfahren	243
22.2.3 Newton-Verfahren für Polynome	245
22.2.4 Newton-Verfahren zur Berechnung eines Minimums	246
<b>23 Iterative Lösung Linearer Gleichungssysteme</b>	249
23.1 Stationäre Methoden	249
23.2 Gradientenverfahren	254
23.3 Vektoriteration	257
<b>24 Anwendungsbeispiele</b>	261
24.1 Iteration und Chaos	261
24.1.1 Logistische Parabel	261
24.1.2 Komplexe Iteration	263
24.1.3 Newton-Iteration und Chaos	264
24.2 Iterative Verfahren in Anwendungen	265
24.2.1 Neuronale Netze und iterative Verfahren	265
24.2.2 Markov-Ketten und stochastische Automaten	266
24.2.3 <i>Data Mining und Information Retrieval</i>	268
<b>25 Aufgaben</b>	273

---

**Teil VII Numerische Behandlung von Differentialgleichungen**


---

<b>26 Gewöhnliche Differentialgleichungen</b>	279
26.1 Numerische Lösungsverfahren	283
26.2 Gewöhnliche Differentialgleichungen höherer Ordnung	288
26.3 Fehleruntersuchung	289
26.4 Anwendungsbeispiele	294
26.4.1 Räuber-Beute-Modell	294
26.4.2 Lorenz-Attraktor	295
26.4.3 Algebraische Differentialgleichungen und Chip-Design	297

<b>27 Partielle Differentialgleichungen</b>	299
27.1 Einleitung	299
27.2 Diskretisierungsmethoden	304
27.2.1 Finite Differenzen	305
27.2.2 Iterative Lösungsverfahren	311
27.2.3 Finite-Element-Diskretisierungen	321
27.3 Weitere Beschleunigungsmethoden	326
27.3.1 Adaptivität	326
27.3.2 Parallelität	328
<b>28 Beispiele</b>	331
28.1 Wetter	331
28.2 Tsunami	336
28.3 Bildverarbeitung und PDE	337
<b>29 Aufgaben</b>	339

---

## Teil VIII Anhang

---

<b>A Werkzeuge aus der Analysis</b>	347
A.1 Taylor-Entwicklung	347
A.2 Landau-Notation	351
<b>B Werkzeuge aus der Linearen Algebra</b>	353
B.1 Vektoren und Matrizen	353
B.2 Normen	355
B.3 Orthogonale Matrizen	358
B.4 Eigenwerte und Singulärwerte	359
B.5 Bestapproximation in der $\ \cdot\ _2$ -Norm	360
<b>C Komplexe Zahlen</b>	363
<b>D Fourier-Entwicklung</b>	367
<b>E Praktische Hinweise</b>	369
E.1 Hinweise zu Übungs- und Programmieraufgaben	369
E.2 Überblick zu Software für numerische Anwendungen	370
E.3 Literaturhinweise	371
<b>Literaturverzeichnis</b>	375
<b>Index</b>	381

Numerische Methoden

Eine Einführung für Informatiker, Naturwissenschaftler,  
Ingenieure und Mathematiker

Huckle, Th.; Schneider, S.

2006, XIII, 385 S., Softcover

ISBN: 978-3-540-30316-9