
Table des matières

1	Introduction	1
2	Points fixes	5
2.1	Introduction	5
2.2	Le théorème des applications contractantes	6
2.2.1	Enoncé du théorème	6
2.2.2	Comment vérifier l'hypothèse de contraction ?	8
2.2.3	Méthode des approximations successives et calcul approché	8
2.2.4	Convergence quadratique	10
2.3	Classification des points fixes : définitions	12
2.3.1	Les sous-espaces contractés et dilatés	14
2.3.2	Exemple : les endomorphismes diagonalisables	15
2.3.3	Exemple : les endomorphismes du plan	16
2.4	Endomorphismes contractants, dilatants et hyperboliques	17
2.4.1	Spectre d'un opérateur	17
2.4.2	Rayon spectral	18
2.4.3	Spectre d'un endomorphisme réel	19
2.4.4	Endomorphismes contractants	20
2.4.5	Endomorphismes dilatants	21
2.4.6	Endomorphismes hyperboliques	22
2.5	Le cas non linéaire : le théorème de Grobman-Hartman	24
2.6	Les variétés stables et instables	33
2.6.1	Définition des ensembles stables et instables	33
2.6.2	Le théorème de la variété stable locale	33
2.6.3	Démonstration du théorème de la variété stable	36
2.7	Exemples	47
2.7.1	Calcul de l'inverse d'un nombre	47
2.7.2	Calcul des racines carrées	47
2.7.3	Le problème restreint des trois corps	48
2.7.4	Proies et prédateurs	52

2.8	Les structures topologiques quotient	53
2.9	Exemple : valeurs propres et méthode de la puissance	56
2.10	Exemple : calcul simultané des valeurs propres par l'algorithme QR	58
2.10.1	Les décompositions QR et de Choleski	59
2.10.2	La décomposition de Schur	61
2.10.3	La variété des drapeaux	61
2.10.4	La structure topologique de la variété des drapeaux.....	62
2.10.5	L'action de A sur la variété des drapeaux.....	63
2.10.6	L'algorithme QR de Francis	65
2.10.7	L'algorithme LR de Rutishauser	66
2.10.8	L'algorithme Cholesky de Wilkinson	67
2.11	Exemple : calcul de sous-espaces invariants	67
2.11.1	La variété de Grassmann	68
2.11.2	La grassmannienne en tant qu'espace topologique	68
2.11.3	L'action de A sur la grassmannienne	70
2.12	Angles entre sous-espaces d'un espace hermitien	71
3	La méthode de Newton	75
3.1	Introduction	75
3.2	La théorie de Kantorovitch	77
3.3	La théorie alpha de Smale	82
3.4	Exemples	91
3.4.1	Calcul des racines carrées.....	91
3.4.2	Equations du second degré	92
3.4.3	Equations du troisième degré	93
3.4.4	Comment calculer toutes les racines d'un polynôme ? ..	93
3.4.5	La méthode de Weierstrass pour le calcul simultané des racines d'un polynôme	94
3.4.6	Le problème symétrique des valeurs propres.....	98
3.4.7	L'équation de Riccati algébrique.....	101
3.4.8	Sur la séparation des racines d'un système	104
3.4.9	Séparation des racines via le théorème de Rouché.....	105
3.4.10	Une version quantitative du théorème des fonctions implicites.....	108
4	La méthode de Newton pour des systèmes sous-déterminés	111
4.1	Introduction	111
4.2	Inverses généralisés	112
4.3	Paramétrer une sous-variété	114
4.4	La méthode de Newton dans le cas surjectif.....	120
4.5	Le cas des espaces euclidiens	126

4.6	Exemple : la fonction d'évaluation	130
4.7	Exemple : le problème symétrique des valeurs propres	139
5	La méthode de Newton-Gauss	
	pour des systèmes sur-déterminés	145
5.1	Introduction	145
5.2	Premières propriétés de la méthode de Newton-Gauss	146
5.2.1	L'inverse de Moore-Penrose pour des opérateurs injectifs	146
5.2.2	L'opérateur de Newton-Gauss et ses points fixes	149
5.3	Théorèmes de convergence pour la méthode de Newton-Gauss	152
5.3.1	Enoncé des résultats principaux	153
5.3.2	Démonstration des résultats principaux : lemmes préliminaires	155
5.3.3	Démonstration du Théorème 167	159
5.3.4	Démonstration du Théorème 168	160
5.3.5	Démonstration du Théorème 169	160
5.4	Exemples	162
5.4.1	Le calcul de racines multiples de polynômes	162
5.4.2	Les triangulations géodésiques	163
5.4.3	Reconstruction de molécules	164
5.4.4	Des octaèdres dont les longueurs des arêtes sont données	165
5.4.5	Moindres carrés totaux	168
5.4.6	Moindres carrés avec contraintes	174
6	Appendices	177
6.1	Calcul différentiel sur les espaces de Banach	177
6.1.1	Dérivée d'une application	177
6.1.2	Dérivée seconde	178
6.1.3	Dérivée d'ordre p	178
6.1.4	Norme de la dérivée p -ième d'une application vectorielle	179
6.1.5	Inégalité des accroissements finis	179
6.1.6	La formule de Taylor : reste de Lagrange	179
6.1.7	La formule de Taylor : reste intégral	180
6.2	Calcul différentiel sur les espaces de Hilbert	180
6.3	Calcul différentiel sur les espaces euclidiens	180
6.3.1	La structure euclidienne	181
6.3.2	Dérivée d'une application scalaire	181
6.3.3	Dérivée d'une application vectorielle	181
6.3.4	Dérivée p -ième d'une application scalaire	182
6.3.5	Dérivée p -ième d'une application vectorielle	182
6.3.6	Dérivées secondes : cas scalaire	182
6.3.7	Dérivées secondes : cas vectoriel	183

XII Table des matières

6.3.8	Etude d'un exemple : le problème symétrique des valeurs propres	183
6.4	Fonctions analytiques	183
6.5	Sous-variétés différentiables	184
6.6	Opérateurs linéaires bornés	190
Références		191
Index		195

Points fixes, zéros et la méthode de Newton

Dedieu, J.-P.

2006, XII, 196 p. 7 ill., Softcover

ISBN: 978-3-540-30995-6