

Kompression und Unterdrückung von Rauschen

Bis zum heutigen Tage ist die Bildkompression die vielleicht erfolgreichste Anwendung der Wavelets. Sie beruht auf der Feststellung, daß für die meisten Bilder einige große Wavelet-Koeffizienten die „relevanten Informationen“ über das Bild enthalten, während die anderen Koeffizienten sehr klein sind.

Eine analoge Betrachtung ist die theoretische Grundlage, die hinter dem Wavelet-Denoising steht. Orthogonale Wavelets transformieren weißes Rauschen in weißes Rauschen und deswegen verteilt sich das Rauschen gleichmäßig über alle Wavelet-Koeffizienten. Dieser Umstand ermöglicht das Extrahieren der wenigen großen Wavelet-Koeffizienten und eliminiert das meiste Rauschen, indem die kleinen Wavelet-Koeffizienten gleich 0 gesetzt werden.

10.1 Bildkompression

Aus Gründen der Einfachheit arbeiten wir hier nur mit Grauskalen-Bildern $f(x, y)$, wobei $0 < x, y < 1$. Wir setzen $0 \leq f(x, y) \leq 1$ voraus, wobei 0 schwarz und 1 weiß ist. Die Verallgemeinerung auf Farbbilder ist unmittelbar ersichtlich, denn ein Farbbild läßt sich unter Verwendung der standardmäßigen Rot-Grün-Blau-Darstellung durch drei Funktionen $f_r(x, y)$, $f_g(x, y)$ und $f_b(x, y)$ darstellen.

Ein allgemeiner Bildkompressionsalgorithmus besteht aus den drei in Abb. 10.1 dargestellten Teilen: *Bildtransformation*, *Quantisierung* und *Entropie-*

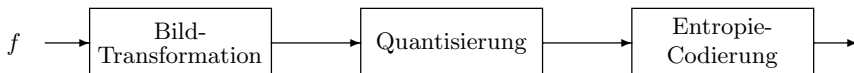


Abb. 10.1. Der allgemeine Bildkompressionsalgorithmus

Codierung. Die Bildtransformation ist im Allgemeinen eine lineare und invertierbare Transformation, die das Bild dekorreliert, um die Kompression zu ermöglichen. Der Quantisierungsschritt bildet die transformierten Koeffizienten in eine kleinere endliche Menge von Werten ab. Das ist derjenige Schritt im Kompressionsalgorithmus, bei dem einige Informationen verlorengehen. Der überwiegende Teil der Kompression erfolgt im Entropie-Codierungsschritt. Zur Rekonstruktion des komprimierten Bildes kehren wir den ganzen Prozeß um (vgl. Abb. 10.2), was zu einer Approximation $\hat{f}$ des ursprünglichen Bildes führt.

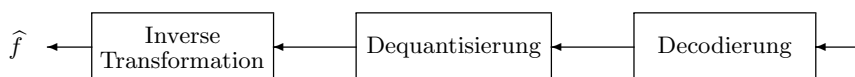


Abb. 10.2. Dekompression

Bildtransformation

Die meisten Bilder haben eine räumliche Korrelation, das heißt, benachbarte Pixel tendieren dazu, ähnliche Grauskalenwerte zu haben. Der Zweck der Bildtransformation besteht darin, diese Redundanz auszunutzen, um eine Kompression zu ermöglichen. Man rufe sich die zweidimensionale Haar-Transformation in Erinnerung, bei der Gruppen von vier Pixelwerten durch ihren Mittelwert und drei Wavelet-Koeffizienten oder „Differenzen“ ersetzt werden. Sind die besagten vier Pixelwerte ähnlich, dann sind die entsprechenden Wavelet-Koeffizienten im Wesentlichen gleich 0. Die Mittelwertbildung und die Differenzenbildung werden mit den Mittelwerten rekursiv wiederholt, um die großskalige Redundanz zu erfassen. Für glatte Bildbereiche haben die meisten Wavelet-Koeffizienten fast den Wert 0. Feinskalen-Wavelet-Koeffizienten werden an den Kanten und in Bereichen mit schnellen Änderungen benötigt. Einige großskalige Koeffizienten sorgen für langsame Änderungen im Bild. Für Bilder mit zu vielen Änderungen enthalten einige Wavelet-Koeffizienten die relevanten Bildinformationen. Für Bilder mit Textur, wie zum Beispiel Fingerabdruck-Bilder, könnte sich eine Wavelet-Paket-Transformation als angemessener erweisen.

Der größte Teil der Kompression erfolgt während der ersten Filterungsschritte der Wavelet-Transformation. Deswegen wird die Filterbank bei der Wavelet-Bildkompression üblicherweise nur einige Male iteriert, etwa vier- oder fünfmal. Man verwendet ein Wavelet, das glatter als das Haar-Wavelet ist, denn die Kompression mit Haar-Wavelets führt zu *Block-Artefakten*; auf dem rekonstruierten Bild treten rechteckige Muster auf. Die Wahl einer opti-

malen Wavelet-Basis ist ein offenes Problem, denn dabei sind viele Aspekte zu berücksichtigen.

Zunächst möchten wir, daß die Synthese-Skalierungsfunktionen und Wavelets glatt sind. Gleichzeitig erhöht sich durch Glattheit die Filterlänge und somit auch die Trägerbreite der Skalierungsfunktionen und Wavelets. Zu lange Synthese-Filter führen zu „ringing“ Artefakten an den Kanten. Darüber hinaus möchten wir, daß alle Filter symmetrisch sind.

Eine weiteres Problem im Zusammenhang mit der Wavelet-Bildkompression sind die *Randartefakte*. Bei der Wavelet-Transformation wird vorausgesetzt, daß $f(x, y)$ auf der ganzen Ebene definiert ist, und deswegen muß das Bild außerhalb der Ränder fortgesetzt werden. In der Praxis gibt es drei Fortsetzungen: Zero-Padding, periodische Fortsetzung oder symmetrische Fortsetzung. Zero-Padding definiert das Bild als 0 außerhalb der Ränder. Nach der Kompression hat das einen „verdunkelnden“ Einfluß auf das Bild nahe des Randes. Die periodische Fortsetzung setzt voraus, daß sich das Bild außerhalb der Ränder periodisch erweitert. Entsprechen die Grauskalenwerte am linken Rand nicht denen am rechten Rand usw., dann induziert die periodische Fortsetzung Unstetigkeiten an den Rändern und das führt seinerseits erneut zu Kompressionsartefakten.

Allgemein besteht die beste Methode in der Verwendung einer symmetrischen Fortsetzung, die zu einer stetigen Fortsetzung an den Rändern führt, wobei keine Kompressionsartefakte auftreten. Eine symmetrische Fortsetzung erfordert symmetrische Filter. Eine alternative Methode ist die Verwendung des sogenannten randkorrigierten Wavelets. Wir setzen die Diskussion des Randproblems in Kapitel 15 fort.

Eine weitere mögliche Bildtransformation ist die klassische Fourier-Transformation. Ist das Signal glatt, dann klingen die Fourier-Koeffizienten sehr schnell in Richtung hoher Frequenzen ab und das Bild läßt sich unter Verwendung einer recht kleinen Anzahl von Niederfrequenz-Koeffizienten darstellen. Jedoch führt das Vorhandensein einer einzigen Kante dazu, daß die Fourier-Koeffizienten sehr langsam abklingen und es ist keine Kompression mehr möglich. Dieser Umstand läßt sich durch Verwendung einer gefensterten Fourier-Transformation umgehen. Hierbei handelt es sich im Wesentlichen um den JPEG-Algorithmus, bei dem das Bild in Blöcke von 8×8 Pixel aufgeteilt wird und auf jeden Block eine Kosinus-Transformation angewendet wird. Bei Blöcken ohne Kanten sind die Hochfrequenz-Koeffizienten fast 0.

Bei hohen Kompressionsverhältnissen treten Block-Artefakte im JPEG-Algorithmus auf, das heißt, die 8×8 Blöcke werden im rekonstruierten Bild sichtbar. Mit geeignet gewählten Wavelets funktioniert die Wavelet-Bildkompression besser. Bei moderaten Kompressionsverhältnissen, zum Beispiel 1 : 10, läßt sich die Performance von JPEG mit der Performance von Wavelets vergleichen.

Wavelets mit Anwendungen in Signal- und
Bildverarbeitung

Bergh, J.; Ekstedt, F.; Lindberg, M.

2007, XII, 207 S. 85 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-540-49011-1