

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Historische und experimentelle Grundlagen</b>	<b>1</b>
1.1 Einleitung und Überblick	1
1.2 Historisch grundlegende Experimente und Erkenntnisse	3
1.2.1 Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen	3
1.2.2 Welleneigenschaften von Teilchen, Beugung von Materiestrahlen	7
1.2.3 Diskrete Zustände	8
<b>2. Wellenfunktion und Schrödinger-Gleichung</b>	<b>13</b>
2.1 Die Wellenfunktion und ihre Wahrscheinlichkeitsinterpretation	13
2.2 Schrödinger-Gleichung für freie Teilchen	15
2.3 Superposition von ebenen Wellen	16
2.4 Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Impulsmessung	19
2.4.1 Veranschaulichung der Unschärferelation	21
2.4.2 Impuls im Ortsraum	22
2.4.3 Operatoren und Skalarprodukt	23
2.5 Korrespondenzprinzip und Schrödinger-Gleichung	26
2.5.1 Korrespondenzprinzip	26
2.5.2 Postulate der Quantentheorie	28
2.5.3 Mehrteilchensysteme	28
2.6 Das Ehrenfestsche Theorem	29
2.7 Die Kontinuitätsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte	31
2.8 Stationäre Lösungen der Schrödinger-Gleichung, Eigenwertgleichungen	32
2.8.1 Stationäre Zustände	32
2.8.2 Eigenwertgleichungen	33
2.8.3 Entwicklung nach stationären Zuständen	36
2.9 Physikalische Bedeutung der Eigenwerte eines Operators	36
2.9.1 Einige wahrscheinlichkeitstheoretische Begriffe	36
2.9.2 Anwendung auf Operatoren mit diskreten Eigenwerten	38
2.9.3 Anwendung auf Operatoren mit kontinuierlichem Spektrum	39
2.9.4 Axiome der Quantentheorie	41

2.10	Ergänzungen .....	42
2.10.1	Das allgemeine Wellenpaket .....	42
2.10.2	Bemerkung zur Normierbarkeit der Kontinuumszustände .....	44
	Aufgaben .....	45
<b>3.</b>	<b>Eindimensionale Probleme .....</b>	<b>47</b>
3.1	Der harmonische Oszillator .....	47
3.1.1	Algebraische Methode .....	48
3.1.2	Die Hermite-Polynome .....	52
3.1.3	Die Nullpunktsenergie .....	54
3.1.4	Kohärente Zustände .....	56
3.2	Potentialstufen .....	57
3.2.1	Stetigkeit von $\psi(x)$ und $\psi'(x)$ für stückweise stetiges Potential .....	58
3.2.2	Die Potentialstufe .....	58
3.3	Tunneleffekt, Potentialschwelle .....	63
3.3.1	Die Potentialschwelle .....	63
3.3.2	Kontinuierliche Potentialberge .....	67
3.3.3	Anwendungsbeispiel: Der $\alpha$ -Zerfall .....	67
3.4	Potentialtopf .....	70
3.4.1	Gerade Symmetrie .....	72
3.4.2	Ungerade Symmetrie .....	73
3.5	Symmetrieeigenschaften .....	76
3.5.1	Parität .....	76
3.5.2	Konjugation .....	77
3.6	Allgemeine Diskussion der eindimensionalen Schrödinger-Gleichung .....	77
3.7	Potentialtopf, Resonanzen .....	81
3.7.1	Analytische Eigenschaften des Transmissionskoeffizienten .....	83
3.7.2	Bewegung eines Wellenpaketes in der Nähe einer Resonanz .....	87
	Aufgaben .....	92
<b>4.</b>	<b>Unschärferelation .....</b>	<b>99</b>
4.1	Heisenbergsche Unschärferelation .....	99
4.1.1	Schwarzsche Ungleichung .....	99
4.1.2	Allgemeine Unschärferelationen .....	99
4.2	Energie-Zeit-Unschärfe .....	101
4.2.1	Durchgangsdauer und Energieunschärfe .....	101
4.2.2	Dauer einer Energiemessung und Energieunschärfe .....	102
4.2.3	Lebensdauer und Energieunschärfe .....	103
4.3	Gemeinsame Eigenfunktionen von kommutierenden Operatoren .....	104
	Aufgaben .....	107

<b>5. Der Drehimpuls</b>	109
5.1 Vertauschungsrelationen, Drehungen	109
5.2 Eigenwerte von Drehimpulsoperatoren	112
5.3 Bahndrehimpuls in Polarkoordinaten	114
Aufgaben	120
<b>6. Zentralpotential I</b>	121
6.1 Kugelkoordinaten	121
6.2 Bindungszustände in drei Dimensionen	124
6.3 Coulomb-Potential	126
6.4 Das Zweikörperproblem	140
Aufgaben	142
<b>7. Bewegung im elektromagnetischen Feld</b>	145
7.1 Der Hamilton-Operator	145
7.2 Konstantes Magnetfeld $\mathbf{B}$	146
7.3 Normaler Zeeman-Effekt	147
7.4 Kanonischer und kinetischer Impuls, Eichtransformation	149
7.4.1 Kanonischer und kinetischer Impuls	149
7.4.2 Änderung der Wellenfunktion bei einer Eichtransformation	149
7.5 Aharonov-Bohm-Effekt	151
7.5.1 Wellenfunktion im magnetfeldfreien Gebiet	151
7.5.2 Aharonov-Bohm-Interferenzexperiment	152
7.6 Flußquantisierung in Supraleitern	155
7.7 Freie Elektronen im Magnetfeld	156
Aufgaben	158
<b>8. Operatoren, Matrizen, Zustandsvektoren</b>	161
8.1 Matrizen, Vektoren und unitäre Transformationen	161
8.2 Zustandsvektoren und Dirac-Notation	166
8.3 Axiome der Quantenmechanik	172
8.3.1 Ortsdarstellung	173
8.3.2 Impulsdarstellung	173
8.3.3 Darstellung bezüglich eines diskreten Basissystems	174
8.4 Mehrdimensionale Systeme und Vielteilchensysteme	175
8.5 Schrödinger-, Heisenberg- und Wechselwirkungs-Darstellung	176
8.5.1 Schrödinger-Darstellung	176
8.5.2 Heisenberg-Darstellung	176
8.5.3 Wechselwirkungsdarstellung (Dirac-Darstellung)	179
8.6 Bewegung eines freien Elektrons im Magnetfeld	179
Aufgaben	183

<b>9. Spin</b>	185
9.1 Experimentelle Entdeckung	
des inneren Drehimpulses	185
9.1.1 „Normaler“ Zeeman-Effekt	185
9.1.2 Stern-Gerlach-Experiment	185
9.2 Mathematische Formulierung für Spin $1/2$	187
9.3 Eigenschaften der Pauli-Matrizen	188
9.4 Zustände, Spinoren	189
9.5 Magnetisches Moment	190
9.6 Räumliche Freiheitsgrade und Spin	191
Aufgaben	193
<b>10. Addition von Drehimpulsen</b>	195
10.1 Problemstellung	195
10.2 Addition von Spin $1/2$ -Operatoren	196
10.3 Bahndrehimpuls und Spin $1/2$	198
10.4 Allgemeiner Fall	200
Aufgaben	203
<b>11. Näherungsmethoden für stationäre Zustände</b>	205
11.1 Zeitunabhängige Störungstheorie (Rayleigh-Schrödinger)	205
11.1.1 Nicht entartete Störungstheorie	206
11.1.2 Störungstheorie für entartete Zustände	208
11.2 Variationsprinzip	209
11.3 WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin)-Methode	210
11.4 Brillouin-Wigner-Störungstheorie	213
Aufgaben	214
<b>12. Relativistische Korrekturen</b>	217
12.1 Relativistische kinetische Energie	217
12.2 Spin-Bahn-Kopplung	219
12.3 Darwin-Term	221
12.4 Weitere Korrekturen	224
12.4.1 Lamb-Verschiebung	224
12.4.2 Hyperfeinstruktur	224
Aufgaben	227
<b>13. Atome mit mehreren Elektronen</b>	229
13.1 Identische Teilchen	229
13.1.1 Bosonen und Fermionen	229
13.1.2 Nicht wechselwirkende Teilchen	232
13.2 Helium	235
13.2.1 Vernachlässigung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung	236

13.2.2	Energieverschiebung durch die abstoßende Elektron-Elektron-Wechselwirkung .....	238
13.2.3	Variationsmethode .....	242
13.3	Hartree- und Hartree-Fock-Näherung (Selbstkonsistente Felder) .....	244
13.3.1	Hartree-Näherung .....	244
13.3.2	Hartree-Fock-Näherung .....	247
13.4	Thomas-Fermi-Methode .....	249
13.5	Atomaufbau und Hundsche Regeln .....	254
	Aufgaben .....	260
<b>14.</b>	<b>Zeeman-Effekt und Stark-Effekt .....</b>	<b>263</b>
14.1	Wasserstoffatom im Magnetfeld .....	263
14.1.1	Schwaches Feld .....	264
14.1.2	Starkes Feld, Paschen-Back-Effekt .....	264
14.1.3	Zeeman-Effekt für beliebiges Magnetfeld .....	265
14.2	Mehrelektronenatome .....	268
14.2.1	Schwaches Magnetfeld .....	268
14.2.2	Starkes Magnetfeld, Paschen-Back-Effekt .....	270
14.3	Stark-Effekt .....	270
14.3.1	Energieverschiebung des Grundzustandes .....	271
14.3.2	Angeregte Zustände .....	271
	Aufgaben .....	274
<b>15.</b>	<b>Moleküle .....</b>	<b>275</b>
15.1	Qualitative Überlegungen .....	275
15.2	Born-Oppenheimer-Näherung .....	277
15.3	Das $\text{H}_2^+$ -Molekül .....	280
15.4	Das Wasserstoffmolekül $\text{H}_2$ .....	282
15.5	Energieniveaus eines zweiatomigen Moleküls: Schwingungs- und Rotationsniveaus .....	286
15.6	Van-der-Waals-Kraft .....	288
	Aufgaben .....	291
<b>16.</b>	<b>Zeitabhängige Phänomene .....</b>	<b>293</b>
16.1	Heisenberg-Darstellung für einen zeitabhängigen Hamilton-Operator .....	293
16.2	Sudden Approximation (Plötzliche Parameteränderung) .....	295
16.3	Zeitabhängige Störungstheorie .....	296
16.3.1	Störungsentwicklung .....	296
16.3.2	Übergänge 1. Ordnung .....	298
16.3.3	Übergänge in ein kontinuierliches Spektrum, Goldene Regel .....	299
16.3.4	Periodische Störung .....	301

16.4	Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld . . . . .	302
16.4.1	Hamilton-Operator . . . . .	302
16.4.2	Quantisierung des Strahlungsfeldes . . . . .	303
16.4.3	Spontane Emission . . . . .	306
16.4.4	Elektrische Dipolübergänge (E1) . . . . .	307
16.4.5	Auswahlregeln für Elektrische Dipol-(E1)-Übergänge . . . . .	308
16.4.6	Die Lebensdauer für Elektrische Dipolübergänge . . .	311
16.4.7	Elektrische Quadrupol- und Magnetische Dipolübergänge . . . . .	312
16.4.8	Absorption und stimulierte Emission . . . . .	314
	Aufgaben . . . . .	315
<b>17.</b>	<b>Zentralpotential II</b> . . . . .	<b>319</b>
17.1	Schrödinger-Gleichung für sphärisch symmetrisches Kastenpotential . . . . .	319
17.2	Sphärische Bessel-Funktionen . . . . .	320
17.3	Bindungszustände des sphärischen Potentialtopfes . . . . .	322
17.4	Grenzfall eines tiefen Potentialtopfes . . . . .	324
17.5	Kontinuumslösungen für den Potentialtopf . . . . .	326
17.6	Entwicklung von ebenen Wellen nach Kugelfunktionen . . . .	327
	Aufgaben . . . . .	330
<b>18.</b>	<b>Streutheorie</b> . . . . .	<b>333</b>
18.1	Streuung eines Wellenpaketes und stationäre Zustände . . . .	334
18.1.1	Wellenpaket . . . . .	334
18.1.2	Formale Lösung der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung . . . . .	334
18.1.3	Asymptotisches Verhalten des Wellenpakets . . . . .	336
18.2	Streuquerschnitt (Wirkungsquerschnitt) . . . . .	338
18.3	Partialwellen . . . . .	339
18.4	Optisches Theorem . . . . .	343
18.5	Bornsche Näherung . . . . .	345
18.6	Inelastische Streuung . . . . .	347
18.7	Streuphasen . . . . .	349
18.8	Resonanz-Streuung am Potentialtopf . . . . .	351
18.9	Niederenergie- <i>s</i> -Wellen-Streuung, Streulänge . . . . .	355
18.10	Streuung für hohe Energien . . . . .	358
18.11	Ergänzende Bemerkungen . . . . .	359
18.11.1	Transformation in das Laborsystem . . . . .	359
18.11.2	Coulomb-Potential . . . . .	360
	Aufgaben . . . . .	361

<b>19. Supersymmetrische Quantentheorie</b> .....	363
19.1 Verallgemeinerte Leiteroperatoren .....	363
19.2 Beispiele .....	366
19.2.1 Reflexionsfreie Potentiale .....	366
19.2.2 $\delta$ -Funktion .....	368
19.2.3 Harmonischer Oszillator .....	369
19.2.4 Coulomb-Potential .....	369
19.3 Ergänzungen .....	372
Aufgaben .....	374
<b>20. Zustand und Meßprozeß in der Quantenmechanik</b> .....	375
20.1 Der quantenmechanische Zustand, Kausalität und Determinismus .....	375
20.2 Die Dichtematrix .....	377
20.2.1 Dichtematrix für reine und gemischte Gesamtheiten	377
20.2.2 Von-Neumann-Gleichung .....	382
20.2.3 Spin 1/2-Systeme .....	383
20.3 Der Meßvorgang .....	386
20.3.1 Der Stern-Gerlach-Versuch .....	386
20.3.2 Quasiklassische Lösung .....	387
20.3.3 Stern-Gerlach-Versuch als idealisierter Meßvorgang	388
20.3.4 Allgemeines Experiment und Kopplung an die Umgebung .....	390
20.3.5 Der Einfluß einer Beobachtung auf die Zeitentwicklung .....	393
20.3.6 Phasenrelationen beim Stern-Gerlach-Experiment ..	396
20.4 EPR-Argument, Versteckte Parameter, Bellsche Ungleichung .....	397
20.4.1 EPR-(Einstein, Podolsky, Rosen)-Argument .....	397
20.4.2 Bellsche Ungleichung .....	399
Aufgaben .....	403
<b>Anhang</b> .....	405
A. Mathematische Hilfsmittel zur Lösung linearer Differentialgleichungen .....	405
A.1 Fourier-Transformation .....	405
A.2 Delta-Funktion und Distributionen .....	405
A.3 Greensche Funktionen .....	410
B. Kanonischer und kinetischer Impuls .....	412
C. Algebraische Bestimmung der Bahndrehimpulseigenfunktionen .....	413
D. Tabellen und Periodensystem .....	418
<b>Index</b> .....	423

<http://www.springer.com/978-3-540-73674-5>

Quantenmechanik (QM I)

Eine Einführung

Schwabl, F.

2007, XVI, 430 S. 123 Abb. Mit 127 Übungsaufgaben.,

Softcover

ISBN: 978-3-540-73674-5