

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> .....	V
<b>I Grundlagen</b> .....	1
1 Reelle Zahlen .....	1
1.1 Warum Analysis für Informatiker? .....	1
1.2 Axiomatische Charakterisierung der reellen Zahlen...	4
1.3 Einige nützliche Bezeichnungen .....	6
1.4 Rechenregeln für Suprema .....	7
1.5 Archimedizität der reellen Zahlen .....	8
1.6 Dichtheit der rationalen Zahlen .....	8
1.7 Dezimalzahldarstellung .....	9
1.8 Überabzählbarkeit der reellen Zahlen .....	11
1.9 Algebraische und transzendente Zahlen .....	12
1.10 Berechenbare Zahlen .....	13
2 Ungleichungen: Ein Primer .....	15
2.1 Elementare Ungleichungen .....	15
2.2 Cauchy–Schwarz’sche Ungleichung .....	16
2.3 Euklidische Norm .....	17
Aufgaben .....	19
<b>II Grenzwerte</b> .....	21
3 Folgen .....	21
3.1 Konvergenz von Folgen .....	21
3.2 Beschränktheit konvergenter Folgen .....	23
3.3 Stetigkeit: Rechnen mit Grenzwerten .....	23
3.4 Monotone Folgen .....	25
3.5 Beschränkte Folgen .....	29
3.6 Exponentialfunktion .....	32
3.7 Allgemeine AM-GM-Ungleichung .....	35

3.8	Harmonische Zahlen .....	36
4	Reihen .....	39
4.1	Konvergenz von Reihen .....	39
4.2	Vergleichskriterien .....	40
4.3	Alternierende Reihen .....	42
4.4	Konvergenzbeschleunigung .....	44
4.5	Umordnung .....	45
5	Konsequenzen der Stetigkeit .....	48
5.1	Zwischenwertsatz .....	48
5.2	Existenz von Maximum und Minimum .....	50
5.3	Anwendung: Fundamentalsatz der Algebra .....	51
	Aufgaben .....	54
<b>III</b>	<b>Differentiation</b> .....	57
6	Die Ableitung einer Funktion .....	57
6.1	Begriff der Ableitung .....	57
6.2	Kalkül der Ableitungsregeln .....	61
6.3	Höhere Ableitungen und der Satz von Schwarz .....	65
6.4	Differentiation von Reihen .....	67
6.5	Trigonometrische Funktionen .....	69
7	Anwendungen der Ableitung .....	73
7.1	Kurvendiskussion und Mittelwertsatz .....	73
7.2	Berechnung von Grenzwerten .....	78
7.3	Konvexität und die Jensen'sche Ungleichung .....	81
	Aufgaben .....	85
<b>IV</b>	<b>Integration</b> .....	87
8	Das Integral einer Funktion .....	87
8.1	Begriff des bestimmten Integrals .....	87
8.2	Stammfunktionen und der Hauptsatz .....	92
8.3	Computergestützte symbolische Integration .....	95
8.4	Vertauschung von Integration und Grenzwerten .....	103
9	Anwendungen des Integrals .....	108
9.1	Ungleichungen .....	108
9.2	Abschätzungen von Summen und Reihen .....	109
9.3	Produktdarstellung der Sinusfunktion .....	113
	Aufgaben .....	117
<b>V</b>	<b>Potenzreihen</b> .....	121
10	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen .....	121
10.1	Die Taylor'sche Formel .....	121
10.2	Potenzreihen im Komplexen .....	127
10.3	Kalkül der Potenzreihen .....	129

10.4	Die Bernoulli'schen Zahlen .....	132
11	Erzeugende Funktionen von Zahlenfolgen .....	136
11.1	Beispiel 1: Das Geldwechselproblem .....	136
11.2	Beispiel 2: Alternierende Permutationen .....	139
	Aufgaben .....	143
<b>VI</b>	<b>Differentialgleichungen .....</b>	<b>147</b>
12	Anfangswertprobleme .....	148
12.1	Erste Beispiele: Zurückführung auf Integrale .....	148
12.2	Existenz und Eindeutigkeit .....	151
12.3	Gleichungen höherer Ordnung .....	154
12.4	Computergestützte Lösung: numerisch/symbolisch ..	158
13	Anwendungen von Differentialgleichungen .....	162
13.1	Koeffizientenabschätzung für „arme Leute“ .....	162
13.2	Funktionalgleichungen .....	166
	Aufgaben .....	169
<b>VII</b>	<b>Asymptotik .....</b>	<b>171</b>
14	Zwei asymptotische Tricks .....	172
14.1	Bootstrapping .....	172
14.2	Trading Tails .....	176
15	Euler–Maclaurin'sche Summenformel .....	182
15.1	Der Operatoralkül von Lagrange .....	182
15.2	Die Summenformel mit Restglied .....	186
15.3	Strategien zur Anwendung der Summenformel .....	188
15.4	Harmonische Zahlen und die Euler'sche Konstante ...	189
15.5	Die Stirling'sche Formel .....	192
	Aufgaben .....	195
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>197</b>
	<b>Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>199</b>



<http://www.springer.com/978-3-540-70845-2>

Konkrete Analysis

für Studierende der Informatik

Bornemann, F.

2008, X, 206 S. 26 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-540-70845-2