

2.2 Zweipolnabbildung mit Impedanzkonvertern

2.2.1 Impedanzkonverter

Das Prinzip der bisher diskutierten Methoden, das Übertragungsverhalten passiver *RLC*-Filterschaltungen zweiten Grades nachzubilden, bestand darin, einen Verstärker mit einer speziellen *RC*-Rückkopplung auszustatten und so ein konjugiert-komplexes Polpaar zu erzeugen.

Im Gegensatz dazu sollen jetzt die Möglichkeiten untersucht werden, unter Beibehaltung der klassischen passiven *RLC*-Kettenleiterstruktur (s. Abschn. 1.5.6) die Spule als Bauelement durch eine elektronische Schaltung zu ersetzen, wobei die herausragenden Empfindlichkeitseigenschaften der Originalschaltung erhalten bleiben. Zur Anwendung kommen dabei aktive Schaltungen, die als *Impedanzkonverter* bezeichnet werden, s. Abb. 2.2.

Die Konverterwirkung besteht darin, eine ausgangsseitige Lastimpedanz $\underline{Z}_L$ in eine komplexe Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E = k \underline{Z}_L$ zu transformieren. Der Konversionsfaktor k kann dabei eine Konstante (positiv/negativ) oder auch eine frequenzabhängige Größe sein.

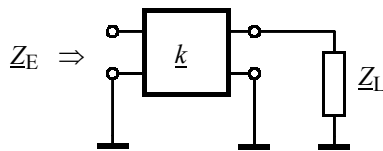


Abb. 2.2 Prinzip der Impedanzkonversion

Es sind deshalb folgende Fälle zu unterscheiden:

- **Positiv-Impedanzkonverter (PIC):** k konstant und positiv.
Der PIC hat für die Filtertechnik keine besondere Bedeutung.
- **Negativ-Impedanzkonverter (NIC):** k konstant und negativ.

Der NIC invertiert das Vorzeichen einer Lastimpedanz, wodurch z. B. eine negative Widerstandscharakteristik erzeugt werden kann, um passive *RC*-Schaltungen zu entdämpfen – mit dem Ziel, konjugiert-komplexe Pole mit Polgüten $Q_p > 0,5$ zu ermöglichen. Die Fachliteratur enthält verschiedene Vorschläge für reine NIC-Filter, die jedoch in der Filterpraxis keine besondere Bedeutung erlangt haben (hoher Schaltungsaufwand bei großer Toleranzempfindlichkeit).

Eine gewisse Bedeutung hat der NIC aber als Bestandteil von Integratorschaltungen. Wird ein einfacher *RC*-Tiefpass mit dem negativen NIC-Eingangswiderstand belastet, wird der Tiefpass entdämpft und kann bei einer bestimmten Dimensionierung zu einem nichtinvertierenden Integrator entarten. Integrierende Schaltungen dieser Art werden z. B. in Filterstrukturen eingesetzt, die in Abschn. 4.6 diskutiert werden.

- **Allgemeiner Impedanzkonverter (GIC):** $\underline{k} = k(j\omega)$.

Der allgemeine Impedanzkonverter (Generalized Impedance Converter, GIC) mit einem frequenzabhängigen Konversionsfaktor $\underline{k}(j\omega)$ ist von überaus großer Bedeutung für die aktive Filtertechnik, da nur so die konkurrenzlos günstigen Toleranzeigenschaften passiver RLC -Kettenleiterstrukturen auf die aktiven (spulenlosen) Schaltungen übertragen werden können. Dafür existieren zwei unterschiedliche Entwurfsstrategien, die in den nachfolgenden Abschnitten beschrieben werden:

1. Nachbildung der Frequenzeigenschaften einer Induktivität L ,
2. Anwendung einer speziellen Impedanztransformation auf alle Bauelemente einer dimensionierten passiven RLC -Struktur unter Beibehaltung der ursprünglichen Übertragungseigenschaften.

2.2.2 Elektronische Nachbildung von Induktivitäten

Einschränkend soll zunächst erwähnt werden, dass die GIC-Technik mit vertretbarem Aufwand nur einseitig geerdete Spulen simulieren kann. Obwohl schaltungstechnisch möglich, wird diese Methode bei „schwimmenden“ Spulen (im Längszweig der passiven Abzweigschaltung) wegen des vergleichsweise hohen Schaltungsaufwandes i. a. nicht angewendet – zumal mit der FDNR-Technik (Abschn. 2.2.3) eine attraktive Alternative dazu besteht.

Deshalb wird die Methode der elektronischen L -Nachbildung primär auf passive Hochpassfilter in spulensarmer Abzweigstruktur angewendet, die mittels Tiefpass-Hochpass-Transformation aus einem spulenreichen Referenztiefpass in T-Struktur, Abb. 1.19(a), abgeleitet worden sind. Demgegenüber weisen passive Tiefpässe und Bandpässe in klassischer Abzweigstruktur immer auch Spulen in den nicht geerdeten Längszweigen auf.

Eine Ausnahme stellt in diesem Zusammenhang der für die Praxis wichtige Spezialfall eines passiven Bandpassgrundgliedes zweiten Grades mit Parallelresonanzkreis dar. Die elektronische Nachbildung der in diesem Fall geerdeten Spule führt auf eine äußerst leistungsfähige Schaltung, die durch Serienschaltung mit weiteren Stufen nach dem Prinzip der Kaskadentechnik zu Bandpässen höherer Ordnung erweitert werden kann, s. Abschn. 4.4.

Konversionsfaktor

Aus der Konvertergleichung

$$\underline{Z}_E = \underline{k}(j\omega) \cdot \underline{Z}_L \quad (2.12)$$

lassen sich die Anforderungen an die Funktion $\underline{k}(j\omega)$ für eine induktive Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E$ sofort angeben mit

$$\begin{aligned} Z_L &= R_L, \\ \underline{Z}_E &= j\omega L, \\ \underline{k}(j\omega) &= j\omega L / R_L = j\omega\tau. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Die Zeitkonstante τ , deren Wert durch die zu simulierende Induktivität L und einen frei wählbaren Widerstand R_L festgelegt ist, kann in der Aktivschaltung dann durch eine entsprechende RC -Kombination erzeugt werden.

Zusammenfassung: Filterentwurf mit Induktivitätsnachbildung

Der Entwurf aktiver Hochpässe nach der Methode der L -Simulation besteht aus folgenden drei Schritten:

1. Festlegung (Grad, Charakteristik) eines dimensionierten spulenreichen Bezugstiefpasses in T-Struktur, z. B. über Filtersoftware oder normierte Tiefpassstabellen (Saal u. Entenmann 1988; Williams u. Taylor 2006).
2. Überführung in eine spulename Hochpassschaltung durch Anwendung der Tiefpass-Hochpass-Transformation nach Abschn. 1.5.6.
3. Elektronische Nachbildung jeder Induktivität mit einer GIC-Einheit (Schaltungstechnik dazu in Abschn. 3.2.2).

2.2.3 FDNR-Technik

Das Prinzip dieses Entwurfsverfahrens besteht darin, auf alle Bauelemente einer passiven und dimensionierten RLC -Abzweigschaltung eine spezielle Impedanztransformation (Bruton-Transformation) anzuwenden, wobei insbesondere die Induktivitäten in Widerstände übergehen.

2.2.3.1 Die Bruton-Transformation

Das unter diesem Namen bekannt gewordene Verfahren (Bruton 1969) besteht darin, die Systemfunktion $\underline{H}(s)$ einer passiven RLC -Filterschaltung mit einem dimensionslosen Faktor $(s\tau_N)^{-1}$ zu erweitern. Die Zeitkonstante τ_N ist dabei eine reine Normierungsgröße, deren Wert unter praktischen Aspekten gewählt werden kann (s. Beispiel in Tabelle 2.1).

Die Frequenzcharakteristik der Funktion $\underline{H}(s)$ wird durch die Erweiterung nicht verändert. Durchaus verändert haben sich jedoch die einzelnen Impedanzen im Zähler und Nenner, die jetzt jeweils neuen Bauelementen zugeordnet werden können. Dabei entsteht ein in passiver Form nicht bekanntes „künstliches“ Bauelement, das in ganz ähnlicher Weise wie eine Induktivität mit einer GIC-Schaltung realisiert werden kann. Das Verfahren soll anhand eines Beispiels erläutert werden.

Beispiel

Der RLC -Tiefpass in Abb. 2.3 wird der Bruton-Transformation unterzogen, um ihn dann in GIC-Technik aktiv realisieren zu können. Die zugehörige Systemfunktion kann aus Abschn. 1.1, Gl. (1.20), übernommen werden:

$$\underline{H}(s) = \frac{1/sC}{R + 1/sC + sL}. \quad (2.14)$$

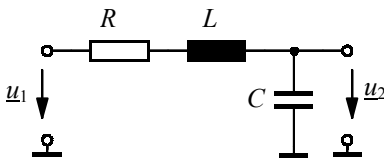


Abb. 2.3 RLC-Tiefpass

Werden Zähler und Nenner von Gl. (2.14) mit $(s\tau_N)^{-1}$ multipliziert, erhält man die neue Systemfunktion

$$\underline{H}(s) = \frac{\frac{1}{s^2\tau_N C}}{\frac{R}{s\tau_N} + \frac{1}{s^2\tau_N C} + \frac{L}{\tau_N}}, \quad (2.15)$$

und nach dem Übergang $s \rightarrow j\omega$ die Übertragungsfunktion

$$\underline{A}(j\omega) = \frac{\frac{1}{-\omega^2\tau_N C}}{\frac{R}{j\omega\tau_N} + \frac{1}{-\omega^2\tau_N C} + \frac{L}{\tau_N}}. \quad (2.16)$$

Es muss erwähnt werden, dass die Erweiterung der Funktion mit $(s\tau)^{-1}$ nur erlaubt ist unter der Voraussetzung $s \neq 0$. Das Verhalten der realen Schaltung an der Stelle $\omega=0$ erfordert daher eine gesonderte Betrachtung (s. dazu Abschn. 2.2.3.2). ■

Interpretation der Impedanzen

Die einzelnen Zähler- und Nennerelemente von Gl. (2.15), die auch nach Multiplikation mit dem dimensionsfreien Faktor weiterhin Impedanzen darstellen, werden nun einer neuen Interpretation unterzogen. Zu diesem Zweck werden die beiden Funktionen Gln. (2.14) und (2.15) gliedweise miteinander verglichen. Auf diese Weise kann die durch die Bruton-Transformation – symbolisiert hier durch einen Pfeil – veränderte Frequenzcharakteristik der drei Impedanzen neu gedeutet werden:

$$R \xrightarrow{(s\tau_N)^{-1}} \frac{R}{s\tau_N} = \frac{1}{s(\tau_N/R)} = \frac{1}{sC^*} \quad (\text{kapazitiv}), \quad (2.17)$$

$$sL \xrightarrow{(s\tau_N)^{-1}} \frac{L}{\tau_N} = R^* \quad (\text{nicht frequenzabhängig, reell}), \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{sC} \xrightarrow{(s\tau_N)^{-1}} \frac{1}{s^2\tau_N C} = \frac{1}{s^2 D^*} \quad (\text{frequenzabhängig, reell}). \quad (2.19)$$

Durch diese Transformation ist also der Widerstand R der passiven Ausgangsschaltung in eine kapazitive Impedanz C^* und die induktive Impedanz sL in einen Ohmwiderstand R^* überführt worden. Aus der kapazitiven Impedanz $1/sC$ ist dabei ein neuartiges Element D^* entstanden, dessen Impedanz eine quadratische Frequenzabhängigkeit aufweist. Die Gln. (2.17) bis (2.19) führen direkt zu den Zusammenhängen

$$R \rightarrow C^* = \frac{\tau_N}{R}, \quad L \rightarrow R^* = \frac{L}{\tau_N}, \quad C \rightarrow D^* = \tau_N C. \quad (2.20)$$

und zu der äquivalenten Schaltungsanordnung in Abb. 2.4. Man beachte das neue Symbolsymbol für das Element D^* .

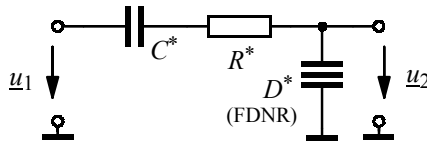


Abb. 2.4 Bruton-transformierter Tiefpass nach Abb. 2.3

2.2.3.2 Realisierungspraxis

Ein – beispielsweise mittels Filterkatalog oder Filtersoftware – dimensionierter RLC -Referenz Tiefpass beliebigen Grades kann nach Anwendung der Bruton-Transformation spulenlos nachgebildet werden, ohne dass die Übertragungsfunktion bekannt sein muss. Durch die Transformationsbeziehungen, Gl. (2.20), wird jedes Bauelement der Transformation separat unterzogen. Ergeben sich dabei für die Elemente R^* und C^* keine sinnvollen Werte, so wurde die Normierungsgröße τ_N ungünstig gewählt. Es hat sich aber gezeigt, dass durch eine weitere Impedanzskalierung – d. h. Multiplikation aller Impedanzen mit einem Faktor K – eine Verlagerung in eine technisch sinnvolle Größenordnung immer möglich ist.

Die auf diese Weise aus Abb. 2.3 entstandene Schaltungsanordnung in Abb. 2.4 weist das Übertragungsverhalten der passiven Ausgangsschaltung auf – allerdings nicht bei der Frequenz $f=0$. Diese bei der Erzeugung von Gl. (2.15) bereits erwähnte Einschränkung wird schaltungsmäßig hier verdeutlicht durch den Kondensator C^* im Längszweig, dessen Impedanz für Signalanteile im Bereich von $f=0$ sehr große Werte annimmt und damit die Filterfunktion stört.

Im vorliegenden Fall kann ein korrektes Tiefpassverhalten durch einen zusätzlichen Widerstand R_P parallel zu C^* sichergestellt werden. Dabei muss R_P so ausgelegt sein, dass er das Übertragungsverhalten im Bereich um $f=0$ zwar korrigiert, andererseits aber auch – mindestens bis zum Bereich der Polfrequenz ω_p – möglichst wenig verfälscht. Aus diesen Forderungen ergeben sich für R_P zwei Randbedingungen, die beide gleichzeitig und ausreichend gut erfüllt sein sollten:

$$R_P \gg R^* \quad \text{und} \quad R_P \gg 1/\omega_p C^*. \quad (2.21)$$

Für den Fall, dass die passive Originalschaltung auch ausgangsseitig einen Ohm-widerstand R_L enthält (der zu einer Kapazität C_L^* wird), muss auch C_L^* mit einem Zusatzwiderstand überbrückt werden, um das Verhalten bei $f=0$ zu korrigieren.

Eigenschaften des Elements D^*

Das aus der Kapazität C der Originalschaltung entstandene Element D^* hat nach Gl. (2.19) die Impedanz

$$Z_D = \frac{1}{s^2 D^*} \xrightarrow{s \rightarrow j\omega} -\frac{1}{\omega^2 D^*}. \quad (2.22)$$

Diese Impedanz Z_D ist zwar frequenzabhängig, jedoch negativ-reell – d. h. ohne frequenzabhängige Phasendrehung. Die technische Realisierung dieses neuen „Bauteils“ mit der Charakteristik eines „frequenzabhängigen negativen Widerstandes“ (Frequency Dependent Negative Resistor, FDNR) erfolgt als Aktivschaltung unter Ausnutzung des in Abschn. 2.2.1 erwähnten GIC-Prinzips.

Wie bei der Methode der L -Simulation existiert auch hier die Einschränkung, dass – im Hinblick auf den Schaltungsaufwand – die als FDNR betriebene GIC-Anordnung (und deshalb also alle Kapazitäten des passiven Referenzfilters) nur in geordeter Form auftreten dürfen. Als Konsequenz daraus wird die FDNR-Technik in erster Linie auf Tiefpässe angewendet, wobei die spulenreiche/kapazitätsarme T-Topologie nach Abb. 1.19(a) gewählt werden sollte.

Zahlenbeispiel

Ausgehend von einem dimensionierten RLC -Tiefpass nach Abb. 2.3 werden die Elemente der Anordnung in Abb. 2.4 über die Bruton-Transformation, Gl. (2.20), ermittelt. Die einzelnen Schritte bei der Berechnung sind in übersichtlicher Form hier in Tabelle 2.1 zusammengestellt.

Tabelle 2.1 Bruton-Transformation: Berechnung der $C^*R^*D^*$ -Struktur in Abb. 2.4

Referenz Tiefpass	$R=141,42 \, \Omega$	$L=20 \cdot 10^{-6} \, \text{H}$	$C=2 \cdot 10^{-9} \, \text{F}$
Transformation ($\tau_N=1 \, \text{s}$)	$C_1^*=7,071 \cdot 10^{-3} \, \text{F}$	$R_1^*=20 \cdot 10^{-6} \, \Omega$	$D_1^*=2 \cdot 10^{-9} \, \text{A} \cdot \text{s}^2/\text{V}$
Skalierung mit $K=10^7$	$C^*=C_1^*/K$ $C^*=7,071 \cdot 10^{-10} \, \text{F}$	$R^*=K \cdot R_1^*$ $R^*=200 \, \Omega$	$D^*=D_1^*/K$ $D^*=2 \cdot 10^{-16} \, \text{A} \cdot \text{s}^2/\text{V}$

Die Daten in der ersten Zeile von Tabelle 2.1 für den Referenz Tiefpass gehören zu einer Butterworth-Charakteristik mit der Grenzkreisfrequenz $\omega_G=5 \cdot 10^6 \, \text{rad/s}$. Die Bruton-Transformation (mittlere Zeile) mit einer frei gewählten Normierungsgröße $\tau_N=1 \, \text{s}$ führt zunächst zu unrealistischen Bauteilwerten, so dass eine weitere Skalierung nötig ist. Werden alle drei Impedanzen beispielsweise mit dem Faktor $K=10^7$ multipliziert, wobei C_1^* und D_1^* dann durch K zu dividieren sind, haben die Schaltelemente in Abb. 2.4 die Werte (Tabelle 2.1, Zeile 3):

$$C^* = 0,707 \, \text{nF}, \quad R^* = 200 \, \Omega, \quad D^* = 2 \cdot 10^{-16} \, \text{As}^2/\text{V}.$$

Für den Zusatzwiderstand R_P gilt mit Gl. (2.21)

$$R_P \gg R^* = 200 \, \Omega \quad \text{und} \quad R_P \gg 1/\omega_P C^* = 283 \, \Omega.$$

Bei einer Wahl von R_P in der Größenordnung von etwa $10 \, \text{k}\Omega$ sind beide Ungleichungen normalerweise ausreichend gut erfüllt. Eine andere Auslegung mit dem Skalierungsfaktor $K=10^8$ führt zu den Werten

$$C^* = 70,7 \, \text{pF}, \quad R^* = 2 \, \text{k}\Omega, \quad R_P \geq 200 \, \text{k}\Omega, \quad D^* = 2 \cdot 10^{-17} \, \text{As}^2/\text{V}.$$

Die Entscheidung für eine der beiden Dimensionierungen wird unter Berücksichtigung anderer Randbedingungen erfolgen müssen, wie z. B. Bauteilauswahl und Bauteiltoleranzen, Leitungswiderstände und -kapazitäten. Die Größenordnung des aktiven Elements D^* ist in beiden Fällen unkritisch, da die Dimensionierung über fünf frei wählbare Bauelemente erfolgen kann und somit ausreichend viele Freiheitsgrade bestehen (s. FDNR-Dimensionierung, Abschn. 3.2.3). ■

2.2.3.3 Zusammenfassung zum FDNR-Filterentwurf

Der Entwurf aktiver Tiefpässe in FDNR-Technik besteht aus fünf Schritten:

1. Festlegung (Grad, Charakteristik) eines dimensionierten Bezugstiefpasses in spulenreicher T-Struktur (Filtersoftware oder normierte Tiefpasstabellen),
2. Anwendung der Bruton-Impedanztransformation auf jedes Bauelement mit gleichzeitiger Wahl einer Normierungsgröße τ_N zur Überführung der passiven RLC -Struktur in eine $C^*R^*D^*$ -Struktur,
3. Skalierung aller Impedanzen mit einem Faktor K (wenn nötig bzw. sinnvoll),
4. Erzeugung der D^* -Charakteristik als FDNR mit einer GIC-Schaltung,
5. Falls der Originaltiefpass ein- und/oder ausgangsseitige mit Ohmwiderstand abgeschlossen ist: Korrektur des Frequenzgangs im Bereich um $f=0$ durch Zusatzwiderstände R_P parallel zu den Kapazitäten C^* .

2.2.4 Einbettungstechnik

Wird die Tiefpass-Bandpass-Transformation auf die Impedanzen einer passiven Tiefpassstruktur angewendet, entsteht ein Bandpassfilter, das Spulen und Kondensatoren sowohl in den Längs- als auch in den Querzweigen der Abzweigschaltung aufweist (s. dazu Abschn. 1.5.6).

Zur aktiven Realisierung der Spulen bzw. der FDNR-Elemente nach einer der zuvor diskutierten Methoden (Abschn. 2.2.2 und 2.2.3) wären also neben geerdeten auch „schwimmende“ GIC-Schaltungen erforderlich. Durch Anwendung der „Einbettungstechnik“ – eine spezielle Technik der Netzwerkaufteilung – ist es jedoch möglich, auch Bandpassfilter der FDNR-Entwurfsmethode zugänglich zu machen mit ausschließlich geerdeten GIC-Elementen.

Anwendung der Einbettungstechnik für Bandpässe

Das passive Bandpassnetzwerk wird zunächst in Abschnitte mit und ohne Längskapazitäten aufgeteilt, um anschließend nur die Abschnitte mit den geerdeten Kapazitäten der Bruton-Transformation zu unterziehen. Diese transformierte Teile ($C^*R^*D^*$ -Netzwerke) werden dann an ihren jeweiligen Ein- und Ausgängen an die benachbarten nicht-transformierten RC -Elemente über zwei als Vierpol betriebene GIC-Blöcke angepasst – also dazwischen „eingebettet“ (Gorski-Popiel 1967).

Das Verfahren, welches auf beliebig viele Teilnetzwerke anzuwenden ist, wird hier am Beispiel einer Aufteilung in drei Abschnitte erläutert (Abb. 2.5).

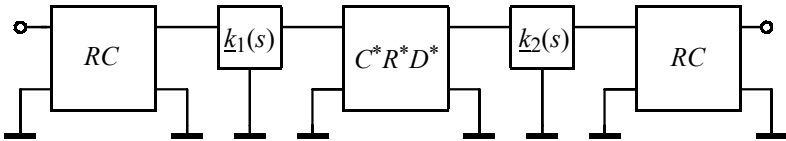


Abb. 2.5 Einbettung eines $C^*R^*D^*$ -Vierpols zwischen zwei Anpassungsvierpolen

Ohne den Impedanzkonverter $\underline{k}_1(s)$ würde das erste nicht-transformierte RC -Netzwerk mit Impedanzen verbunden sein, deren Niveau – als Folge der Bruton-Transformation – um den Faktor $K(s\tau)^{-1}$ größer ist als vorher. Diese Impedanzverschiebung kann kompensiert werden durch einen Anpassungsvierpol in GIC-Technik mit einem Konversionsfaktor, der diesem Effekt durch Inversion entgegenwirkt. Der Konversionsfaktor am Eingang des $C^*R^*D^*$ -Netzwerks ist deshalb

$$\underline{k}_1(s) = s \cdot \tau_N / K.$$

In Analogie dazu erfolgt die Anpassung des ausgangsseitigen RC -Netzwerks an den inneren $C^*R^*D^*$ -Vierpol mit

$$\underline{k}_2(s) = K / (s \cdot \tau_N).$$

Ein ausführlich gestaltetes Beispiel zum Entwurf eines Bandpasses sechsten Grades in Einbettungstechnik findet sich in Abschn. 5.1.3.

Anwendung der Einbettungstechnik für Tiefpässe

Die Methode der Einbettungstechnik kann auch auf Tiefpassstrukturen angewendet werden. Um den Aufwand an GIC-Einheiten zu vergleichen, wird im folgenden Beispiel der Entwurf eines Tiefpasses fünften Grades sowohl in klassischer FDNR-Technik als auch in Einbettungstechnik skizziert.

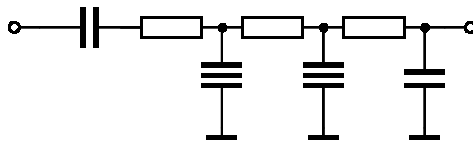


Abb. 2.6 Tiefpass 5. Grades in FDNR-Technik

Ausgehend vom spulenreichen RLC -Tiefpass fünften Grades (s. Abschn. 1.5.6, Abb. 1.19a) entsteht über die Bruton-Transformation eine $C^*R^*D^*$ -Struktur mit zwei geerdeten FDNR-Elementen, Abb. 2.6. Der Frequenzgang muss für $f=0$ durch zwei zusätzliche (in Abb. 2.6 nicht dargestellte) Widerstände R_{PE} bzw. R_{PA} parallel zum Eingangs- bzw. Ausgangskondensator korrigiert werden.

Dagegen sollte als Ausgangsbasis für einen Entwurf in Einbettungstechnik die spulename Π -Struktur nach Abschn. 1.5.6, Abb. 1.19(b), mit zwei Induktivitäten im Längszweig und drei Querkapazitäten gewählt werden. Dann befinden sich nämlich im mittleren Teil, der zwischen zwei GIC-Schaltungen einzubetten ist, nach Anwendung der Bruton-Transformation nur zwei Widerstände und ein als FDNR beschalteter GIC-Block, s. Abb. 2.7.

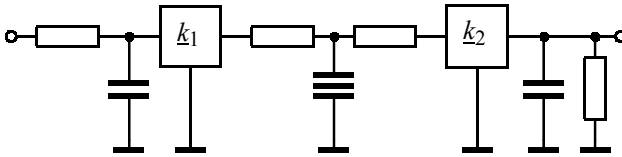


Abb. 2.7 Tiefpass 5. Grades in Einbettungstechnik

Wie der Vergleich mit Abb. 2.6 zeigt, hätte die spulenreiche T-Struktur zu zwei FDNR-Elementen zwischen den beiden GIC-Anpassungen – also zu einem größeren Schaltungsaufwand – geführt. Im Vergleich zur FDNR-Technik (Abb. 2.6) ist der Aufwand an aktiven Elementen zwar immer noch größer (drei statt zwei GIC-Schaltungen), es entfällt aber die Notwendigkeit einer Frequenzgangkorrektur bei $f=0$ durch zusätzliche Parallelwiderstände, da die Eingangs- und Ausgangswiderstände bei diesem Verfahren erhalten geblieben sind.

2.2.5 Entwurfsrichtlinien für die GIC-Technik

Mit der Einschränkung, dass nur geerdete Elemente der passiven Referenzstruktur aktiv über GIC-Schaltungen nachgebildet werden, können zusammenfassend folgende Entwurfsrichtlinien formuliert werden:

- Tiefpässe – vorzugsweise in spulenreicher T-Struktur – können nach Anwendung der Bruton-Transformation in FDNR-Technik realisiert werden (mit Frequenzgangkorrektur durch Parallelwiderstände).
- Als Alternative dazu lassen sich Tiefpässe auch – ausgehend von der spulename Π -Struktur – ohne Frequenzgangkorrektur in Einbettungstechnik aufbauen, jedoch mit erhöhtem Schaltungsaufwand.
- Für Hochpässe wird die Methode der aktiven Induktivitätsnachbildung angewendet – vorzugsweise in spulename Topologie, die nach Tiefpass-Hochpass-Transformation aus einem spulenreichen Referenz Tiefpass in T-Struktur erzeugt wird.

- Für aktive Bandpässe in GIC-Technik (Filtergrad $n > 2$) wird die Einbettungstechnik angewendet, wobei sowohl FDNR-Elemente als auch aktive GIC-Anpassungsvierpole benötigt werden.
- Sonderfall: Ein passives Bandpassgrundelement zweiten Grades (mit geerdeter Spule) kann durch aktive L -Nachbildung in eine kaskadierfähige Aktivschaltung überführt werden, s. dazu Abschn. 4.4.3 (Abb. 4.22).

2.3 Mehrfachkopplungstechnik

Filterstrukturen mit Mehrfachkopplungen (Multi-Loop-Feedback, MLF) kombinieren die Vorteile der Kaskadentechnik – modularer Aufbau aus Teilfiltern maximal zweiten Grades mit separater Dimensionierung – mit den günstigen Empfindlichkeitseigenschaften der Kettenleiterstrukturen gegenüber Bauteiltoleranzen. Aktive Filter in MLF-Technik bestehen aus mehreren in Serie geschalteten Stufen ersten oder zweiten Grades, die über Rückkopplungsschleifen miteinander verkoppelt werden.

Im Vergleich zur Kaskadensynthese führt die MLF-Technik besonders bei höheren Filtergraden ($n \geq 4$) zu deutlich kleineren Toleranzabweichungen. Der Schaltungsentwurf und die Dimensionierung der Bauelemente erfordern allerdings einen erhöhten Berechnungsaufwand, wobei zwei grundsätzlich unterschiedliche Entwurfsprinzipien zur Anwendung kommen:

1. Leapfrog-Synthese (LF): Modellierung von Strom-Spannungs-Beziehungen passiver RLC -Referenzschaltungen;
2. Follow-the-Leader-Feedback (FLF): Ermittlung von Teilübertragungsfunktionen und Rückkopplungsfaktoren über ein System von Bestimmungsgleichungen.

2.3.1 Die Leapfrog-Synthese

Anstatt einzelne Elemente durch aktive Schaltungen zu ersetzen, erfolgt hier eine operationelle Simulation von RLC -Kettenleitern in aktiver Technik, indem die internen Strom-Spannungsbeziehungen der einzelnen Zweige in geeigneter Form nachgebildet werden. Da hier also der innere Zustand des passiven Netzwerks erfasst und durch Gleichungen ausgedrückt wird, ist für dieses Filterentwurfsverfahren auch die Bezeichnung „Zustandsvariablentechnik“ üblich.

Prinzip des Verfahrens

Das Entwurfsprinzip wird hier am Beispiel einer Abzweigschaltung mit vier Impedanzen demonstriert (Abb. 2.8), wobei jede der dargestellten Impedanzen auch als Kombination mehrerer Bauelemente auftreten darf – in der Praxis meistens in reiner Serien- oder Parallelschaltung.

Das passive Netzwerk in Abb. 2.8 kann durch Anwendung des Ohmschen Gesetzes auf die vier Impedanzen vollständig beschrieben werden, vgl. dazu die linken Anteile von Gl. (2.23). Durch einfache Multiplikation mit einem frei wählbaren Skalierungswiderstand R_N ergeben sich die jeweils auf der rechten Seite von Gl. (2.23) stehenden vier Gleichungen.

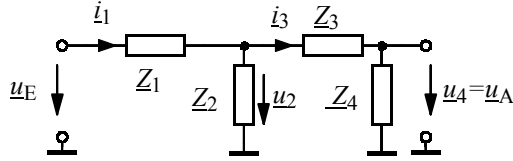


Abb. 2.8 Abzweigschaltung mit vier Impedanzen

$$i_1 = (u_E - u_2)/Z_1 \Rightarrow u_1 = i_1 \cdot R_N = (u_E - u_2) \cdot (R_N/Z_1), \quad (2.23a)$$

$$u_2 = (i_1 - i_3) \cdot Z_2 \Rightarrow u_2 \cdot R_N = (u_1 - u_3) \cdot Z_2, \quad (2.23b)$$

$$i_3 = (u_2 - u_A)/Z_3 \Rightarrow u_3 = i_3 \cdot R_N = (u_2 - u_A) \cdot (R_N/Z_3), \quad (2.23c)$$

$$u_4 = i_3 \cdot Z_4 \Rightarrow u_4 \cdot R_N = u_3 \cdot Z_4. \quad (2.23d)$$

Durch die Multiplikation mit R_N sind die zwei Ströme i_1 und i_3 in zwei neue und in der Originalschaltung nicht darstellbare Spannungen u_1 bzw. u_3 übergegangen, womit die funktionellen Zusammenhänge – die *Zustandsgleichungen* – jetzt also nur noch durch Spannungen und Impedanzverhältnisse ausgedrückt werden. Damit können diese vier Gleichungen nun als vier neue Systemfunktionen $\underline{H}_f(s)$ gedeutet werden:

$$\underline{H}_1(s) = u_1/(u_E - u_2) = R_N/Z_1, \quad (2.24a)$$

$$\underline{H}_2(s) = u_2/(u_1 - u_3) = Z_2/R_N, \quad (2.24b)$$

$$\underline{H}_3(s) = u_3/(u_2 - u_4) = R_N/Z_3, \quad (2.24c)$$

$$\underline{H}_4(s) = u_4/u_3 = Z_4/R_N. \quad (2.24d)$$

Wird jeder dieser vier Systemfunktionen ein eigener Übertragungsblock zugewiesen, wobei die jeweiligen Ein- und Ausgänge den Zusammenhängen nach Gl. (2.24) entsprechen, lässt sich das Blockschaltbild in Abb. 2.9 angeben.

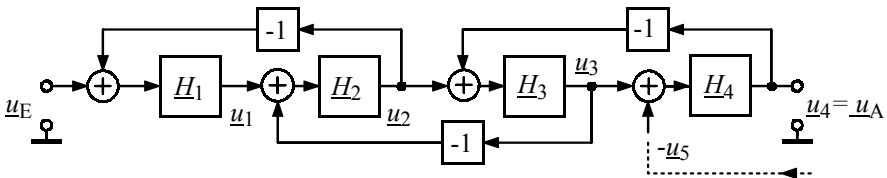


Abb. 2.9 Leapfrog-Struktur zu Abb. 2.8, Blockschaltbild

Hat das Referenzfilter mehr als die im Beispiel, Abb. 2.8, angenommenen vier Elemente, kann das Blockschaltbild in der angedeuteten Weise nach rechts fortgesetzt werden mit der Addition der invertierten Ausgangsspannung $\underline{u}_5$ vom nächsten Block $\underline{H}_5$. Damit führt dieses Verfahren auf Übertragungsblöcke, die wechselweise über Rückkopplungsschleifen in Form der sog. „Leapfrog“-Struktur (Bocksprung) miteinander verbunden werden (Girling u. Good 1970).

2.3.1.2 Beispiele

Die Vorgehensweise bei der Leapfrog-Synthese wird nachfolgend an zwei typischen Beispielen demonstriert.

Beispiel 1 (Tiefpass dritten Grades)

Für einen beidseitig mit Ohmwiderständen abgeschlossenen RLC -Tiefpass dritten Grades, Abb. 2.10, sollen die Teilfunktionen $\underline{H}_1$ bis $\underline{H}_4$ der Leapfrog-Struktur nach Abb. 2.9 ermittelt werden.

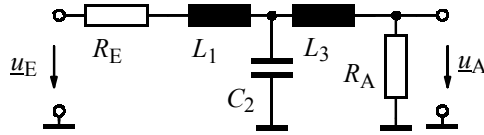


Abb. 2.10 Passiver RLC -Tiefpass dritten Grades

Der Vergleich mit Abb. 2.8 liefert zunächst die vier Impedanzen

$$\underline{Z}_1 = R_E + sL_1, \quad \underline{Z}_2 = 1/sC_2, \quad \underline{Z}_3 = sL_3, \quad \underline{Z}_4 = R_A,$$

mit denen man über Gl. (2.24) die Systemfunktionen der vier Blöcke erhält:

$$\begin{aligned} \underline{H}_1(s) &= R_N / (R_E + sL_1) &\Rightarrow & \text{Tiefpass ersten Grades,} \\ \underline{H}_2(s) &= 1/sR_NC_2 &\Rightarrow & \text{Integrator (Zeitkonstante } T_2 = R_NC_2), \\ \underline{H}_3(s) &= R_N/sL_3 &\Rightarrow & \text{Integrator (Zeitkonstante } T_3 = L_3/R_N), \\ \underline{H}_4(s) &= R_A/R_N &\Rightarrow & \text{Faktor.} \end{aligned}$$

Im Hinblick auf eine möglichst einfache schaltungstechnische Umsetzung der vier Übertragungsblöcke $\underline{H}_i(s)$ ist für den hier vorliegenden Fall eines ohmschen Abschlusswiderstandes immer eine Vereinfachung dadurch möglich, dass der letzte Block (im Beispiel $\underline{H}_4$), der – zusammen mit der negativen Rückführung – nur eine konstante Gegenkopplung des vorletzten Blocks (im Beispiel $\underline{H}_3$) bewirkt, mit diesem zu einem neuen Block zusammengefasst wird. Die Ausgangsspannung der Gesamtanordnung (im Beispiel: $\underline{u}_4$) ändert sich dabei lediglich um den konstanten Faktor

$$\underline{u}_3/\underline{u}_4 = 1/\underline{H}_4 = R_N/R_A.$$

Rechnerisch ergibt sich diese neue Funktion $\underline{H}_{3,4}$ aus Abb. 2.8 (Zusammenfassung von $\underline{Z}_3$ und $\underline{Z}_4$) mit anschließender Modifikation von Gl. (2.23c):

$$\begin{aligned} i_3 = u_2 / (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) &\Rightarrow u_3 = i_3 \cdot R_N = u_2 \cdot R_N / (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4), \\ \underline{H}_{3,4} = u_3 / u_2 &= R_N / (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4). \end{aligned}$$

Im vorliegenden Beispiel ist nach Abb. 2.10

$$\underline{Z}_3 = sL_3 \quad \text{und} \quad \underline{Z}_4 = R_A$$

und deshalb

$$\underline{H}_{3,4} = \frac{R_N}{R_A + sL_3} \Rightarrow \text{Tiefpass ersten Grades.}$$

Ein Vergleich der einzelnen Funktionen $\underline{H}_i(s)$ mit den zugehörigen Impedanzen $\underline{Z}_i$ führt zu der allgemeingültigen Aussage, dass bei der Überführung passiver RLC -Tiefpassfilter vom Grade n in eine Leapfrog-Struktur die folgenden Zuordnungen anzuwenden sind:

- Induktivität $L \Rightarrow$ Integrator,
- LR -Serienschaltung $\Rightarrow$ Tiefpass ersten Grades (gedämpfter Integrator),
- Kapazität $C \Rightarrow$ Integrator,
- RC -Parallelschaltung $\Rightarrow$ Tiefpass ersten Grades (gedämpfter Integrator).

Die einzelnen Teilfunktionen $\underline{H}_i(s)$ und die Additionselemente in Abb. 2.9 lassen sich elektronisch durch Standard-Aktivblöcke realisieren. Dabei sind Schaltungsvereinfachungen durch Wegfall von Invertern möglich, indem den Aktivblöcken gleich die passenden Vorzeichen zugewiesen werden. Einzelheiten dazu sind Abschn. 5.2.1 zu entnehmen.

■

Beispiel 2 (Bandpass sechsten Grades)

Die in Beispiel 1 für einen Tiefpass demonstrierte Entwurfsmethode lässt sich über die Tiefpass-Bandpass-Transformation, Abschn. 1.5.6 (Tabelle 1.13), direkt auf Bandpassfilter übertragen. Beispielsweise entsteht durch Anwendung dieser Transformation auf den Tiefpass dritten Grades in Abb. 2.10 der Bandpass sechsten Grades in Abb. 2.11.

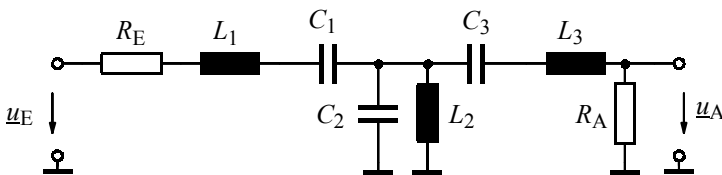


Abb. 2.11 Passiver Bandpass (sechspolig) in Abzweigstruktur

Durch Vergleich mit den vier Elementen der Grundstruktur in Abb. 2.8 lassen sich folgende vier Impedanzen identifizieren:

$$\underline{Z}_1 = R_E + sL_1 + 1/sC_1, \quad \underline{Z}_2 = \frac{1}{sC_2 + 1/sL_2}, \quad \underline{Z}_3 = sL_3 + 1/sC_3, \quad \underline{Z}_4 = R_A.$$

Mit Gl. (2.24) ergeben sich daraus die Systemfunktionen der vier Blöcke für die Leapfrog-Grundstruktur nach Abb. 2.9:

$$\underline{H}_1(s) = \frac{sR_N C_1}{1 + sR_E C_1 + s^2 L_1 C_1} \Rightarrow \text{Bandpass } (n=2),$$

$$\underline{H}_2(s) = \frac{s(L_2/R_N)}{1 + s^2 L_2 C_2} \Rightarrow \text{Resonator (Bandpass, } Q \rightarrow \infty),$$

$$\underline{H}_3(s) = \frac{sR_N C_3}{1 + s^2 L_3 C_3} \Rightarrow \text{Resonator (Bandpass, } Q \rightarrow \infty),$$

$$\underline{H}_4(s) = \frac{R_A}{R_N} \Rightarrow \text{Faktor.}$$

Mit der gleichen Begründung wie beim Tiefpass in Beispiel 1 ist es auch hier möglich und sinnvoll, die beiden Funktionen $\underline{H}_3$ und $\underline{H}_4$ in einem neuen Block $\underline{H}_{3,4}$ zusammenzufassen:

$$\underline{H}_{3,4}(s) = \frac{sR_N C_3}{1 + sR_A C_3 + s^2 L_3 C_3} \Rightarrow \text{Bandpass } (n=2).$$

In Verallgemeinerung dieser Ergebnisse für die Leapfrog-Synthese ist festzuhalten, dass bei Bandpass-Abzweigstrukturen nach Abb. 2.11 die verlustlosen LC -Resonanzkreise in Bandpassblöcke mit Gütewerten $Q \rightarrow \infty$ (Resonatoren) und die durch Eingangs- bzw. Abschlusswiderstand bedämpften RLC -Kreise in zweipolige Bandpassstufen endlicher Güte überführt werden. ■

Hochpässe in Leapfrog-Struktur

Wegen der Dualität zwischen Tiefpass und Hochpass (s. Abschn. 1.5.2 und 1.5.6) gehen die Elemente einer Hochpass-Abzweigstruktur bei der Leapfrog-Synthese in differenzierende Stufen über – im Gegensatz zu den integrierenden Elementen beim Tiefpass.

Differenzierende Aktivschaltungen erfordern jedoch besondere Maßnahmen zur Ruhestromversorgung der Verstärkereingänge und neigen außerdem zu Instabilitäten – verursacht durch die mit der Frequenz zunehmenden Phasendrehungen des Verstärkers. Sie werden deshalb in der analogen Signalverarbeitung nach Möglichkeit vermieden. Die Leapfrog-Struktur hat deshalb für die Realisierung von Hochpassfiltern keine Bedeutung.

2.3.2 Die Zustandsvariablen-Struktur zweiten Grades

Für den Fall $n=2$ führt die Leapfrog-Synthese auf eine Anordnung, die in der aktiven Filtertechnik eine besondere Rolle spielt. Ausgangspunkt der Überlegungen ist der RLC -Tiefpass zweiten Grades (Abb. 2.12) mit der Tiefpass-Ausgangsspannung $\underline{u}_T$. Dieser Tiefpass kann als Sonderfall der einfachen Abzweigschaltung nach Abb. 2.8 aufgefasst werden. Da hier die Impedanz Z_2 fehlt, fließt durch alle drei Elemente der gleiche Strom $\underline{i}$.

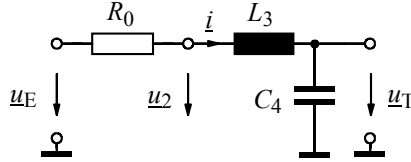


Abb. 2.12 RLC -Tiefpass zweiten Grades

Mit einem frei wählbaren Skalierungswiderstand R_N und der Definition

$$\underline{u}_B = \underline{i} \cdot R_N$$

lässt sich analog zu Gl. (2.23) folgendes Gleichungssystem aufstellen

$$\underline{i} = (\underline{u}_E - \underline{u}_2) / R_0 \quad \Rightarrow \quad \underline{u}_B = (\underline{u}_E - \underline{u}_2) \cdot (R_N / R_0),$$

$$\underline{u}_2 = \underline{u}_E - \underline{i} R_0 \quad \Rightarrow \quad \underline{u}_2 = \underline{u}_E - \underline{u}_B (R_0 / R_N), \quad (2.25a)$$

$$\underline{i} = (\underline{u}_2 - \underline{u}_T) / sL_3 \quad \Rightarrow \quad \underline{u}_B = (\underline{u}_2 - \underline{u}_T) \cdot (R_N / sL_3), \quad (2.25b)$$

$$\underline{u}_T = \underline{i} / sC_4 \quad \Rightarrow \quad \underline{u}_T = \underline{u}_B (1 / sR_N C_4). \quad (2.25c)$$

Die über den Skalierungswiderstand R_N definierte Spannung $\underline{u}_B$ repräsentiert den Strom $\underline{i}$ und ist in Abb. 2.12 nicht darstellbar.

Blockschaltbild

Zur Umsetzung von Gl. (2.25) in eine äquivalente Aktivschaltung werden die folgenden drei Teilsystemfunktionen definiert:

$$\underline{H}_0(s) = (\underline{u}_E - \underline{u}_2) / \underline{u}_B = R_0 / R_N \quad \Rightarrow \quad \text{Faktor},$$

$$\underline{H}_3(s) = \underline{u}_B / (\underline{u}_2 - \underline{u}_T) = R_N / sL_3 \quad \Rightarrow \quad \text{Integrator (Zeitkonstante } T_3 = L_3 / R_N),$$

$$\underline{H}_4(s) = \underline{u}_T / \underline{u}_B = 1 / sR_N C_4 \quad \Rightarrow \quad \text{Integrator (Zeitkonstante } T_4 = R_N C_4).$$

Das daraus resultierende Blockschaltbild ist in Abb. 2.13 wiedergegeben. Man kann sich leicht davon überzeugen, dass die dargestellte Anordnung – unter Berücksichtigung der Definitionen für die drei Teilsystemfunktionen – das Gleichungssystem Gl. (2.25) erfüllt und deshalb zu einer aktiven Realisierung des passiven Originaltiefpasses, Abb. 2.12, führt.

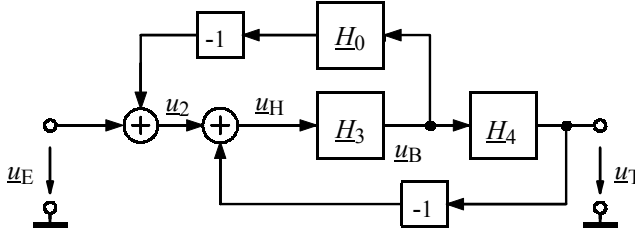


Abb. 2.13 Blockschaltbild zu Abb. 2.12 (Zustandsvariablenstruktur)

Die Zeitfunktionen aller Ströme und Spannungen innerhalb des passiven RLC -Netzwerkes beschreiben den Zustand des Netzwerkes zu jedem Zeitpunkt über ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung (Zustandsgleichungen). Diese internen Spannungen und Ströme sind die „Zustandsvariablen“ des Netzwerkes. Da im vorliegenden Fall die Zustandsvariablen aus Gl. (2.25) durch die Funktionsblöcke von Abb. 2.13 nachgebildet werden, wird die zugehörige Schaltung auch Zustandsvariablen-Filter (State-Variable Filter) genannt.

Die gleiche Struktur kann auch auf einem anderen Wege aus der Originalschaltung in Abb. 2.12 abgeleitet werden. Wegen der grundsätzlichen Bedeutung dieser Vorgehensweise soll das Prinzip hier kurz beschrieben werden:

Dazu sind die Beziehungen zwischen dem Strom $i(t)$ und den zugehörigen drei Spannungsabfällen $u_R(t)$, $u_L(t)$ und $u_C(t) = u_T(t)$ an den drei Elementen im Zeitbereich in Form einer Integralgleichung zweiten Grades aufzuschreiben. Durch Anwendung der Laplace-Transformation ergibt sich daraus für die Ausgangsspannung eine Rechenanweisung, die in eine Schaltung mit zwei Integratorschleifen in der Form nach Abb. 2.13 umgesetzt werden kann. Daraus resultieren die anderen ebenfalls gebräuchlichen Bezeichnungen für diese Struktur: Doppel-Integratorschleife, Integratorfilter bzw. Analogrechnerschaltung.

Systemfunktionen

Die zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung u_E bzw. u_T wirksame Tiefpassfunktion $\underline{H}_T(s)$ lässt sich am einfachsten über die drei Impedanzen der passiven Originalschaltung, Abb. 2.12, ermitteln. Die Rolle des wählbaren Skalierungswiderstandes R_N wird deutlich, wenn Zähler und Nenner anschließend mit $1/R_N$ erweitert werden. Die auf diesem Wege entstandene Form der Systemfunktion $\underline{H}_T(s)$ enthält dann die Funktionen der drei Übertragungseinheiten aus dem Blockschaltbild in Abb. 2.13:

$$\underline{H}_T(s) = \frac{u_T}{u_E} = \frac{\underline{Z}_4}{R_0 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = \frac{\underline{Z}_4/R_N}{R_0/R_N + \underline{Z}_3/R_N + \underline{Z}_4/R_N} = \frac{\underline{H}_4}{H_0 + 1/\underline{H}_3 + \underline{H}_4},$$

$$\underline{H}_T(s) = \frac{1}{1 + H_0/\underline{H}_4 + 1/\underline{H}_3 \underline{H}_4} = \frac{1}{1 + sT_4(R_0/R_N) + s^2T_3T_4}. \quad (2.26)$$

Setzt man zur Kontrolle die Definitionen der beiden Zeitkonstanten $T_3=L_3/R_N$ bzw. $T_4=R_N C_4$ in Gl. (2.26) ein, dann entsteht eine Form der Funktion, die auch aus der passiven Originalschaltung über die klassische Wechselstromrechnung ermittelt werden kann.

Interessanterweise bietet das Blockschaltbild in Abb. 2.13 – im Gegensatz zur passiven Originalschaltung – aber zwei weitere Ausgangsspannungen an, die zur Definition von zwei weiteren Systemfunktionen $\underline{H}_B(s)$ bzw. $\underline{H}_H(s)$ führen. Nach Abb. 2.13 und Gl. (2.26) ist

$$\frac{\underline{u}_B}{\underline{u}_E} = \frac{\underline{u}_T / \underline{H}_4}{\underline{u}_E} = \frac{\underline{u}_T \cdot s T_4}{\underline{u}_E} = \underline{H}_T(s) \cdot s T_4,$$

$$\underline{H}_B(s) = \frac{\underline{u}_B}{\underline{u}_E} = \frac{s T_4}{1 + s T_4 (R_0 / R_N) + s^2 T_3 T_4} \Rightarrow \text{Bandpass.} \quad (2.27)$$

Eine entsprechende Überlegung bezüglich der Spannung $\underline{u}_H$ am Ausgang des zweiten Summiergliedes führt auf

$$\frac{\underline{u}_H}{\underline{u}_E} = \frac{\underline{u}_B}{\underline{u}_E / \underline{H}_3} = \frac{\underline{u}_B \cdot s T_3}{\underline{u}_E} = \underline{H}_B(s) \cdot s T_3,$$

$$\underline{H}_H(s) = \frac{\underline{u}_H}{\underline{u}_E} = \frac{s^2 T_3 T_4}{1 + s T_4 (R_0 / R_N) + s^2 T_3 T_4} \Rightarrow \text{Hochpass.} \quad (2.28)$$

Zusammenfassung

Die Bedeutung der Zustandsvariablenstruktur in Abb. 2.13 besteht darin, dass an drei Ausgängen gleichzeitig die drei Übertragungsfunktionen für Tief-, Hoch- und Bandpass zur Verfügung gestellt werden. Der gemeinsame Nenner weist darauf hin, dass zu allen drei Funktionen die gleiche Polverteilung in der s -Ebene – und damit auch die gleichen Poldaten (Polfrequenz und Polgüte) – gehören.

Wenn mit einem zusätzlichen – als Addierer beschalteten – Operationsverstärker die Summe der Ausgangsspannungen von Hoch-, Band- und Tiefpass gebildet wird, erhält man am Ausgang dieses Addierverstärkers die biquadratische Systemfunktion in der Form nach Gl. (1.26):

$$\underline{H}_{BQ}(s) = \frac{\underline{u}_T + \underline{u}_B + \underline{u}_H}{\underline{u}_E} = \frac{1 + s T_4 + s^2 T_3 T_4}{1 + s T_4 (R_1 / R_N) + s^2 T_3 T_4}. \quad (2.29)$$

Durch – evtl. auch vorzeichenbehaftete – Bewertung der zu addierenden Spannungsanteile sind als Sonderfall der biquadratischen Funktion, Gl. (2.29), auch elliptische Grundglieder oder Allpassfilter zweiten Grades zu erzeugen. Die Möglichkeiten einer schaltungstechnische Umsetzung von Abb. 2.13 in biquadratische Filterstufen werden in Abschn. 4.6 behandelt.

Aufgrund ihrer vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten bildet die Zustandsvariablenstruktur die Grundlage für die Universalfilter zweiten Grades und wird als integrierter Filterbaustein in unterschiedlichen Ausführungen angeboten. Die an niederohmigen Verstärkerausgängen verfügbaren Tiefpass-, Hochpass- und Bandpassfunktionen erlauben auch den Filterentwurf höheren Grades durch Serienschaltung mehrerer Bausteine nach dem Prinzip der Kaskadensynthese.

2.3.3 Die FLF-Struktur

Eine Verallgemeinerung der Leapfrog-Struktur aus Abschn. 2.3.1, Abb. 2.9, besteht darin, alle Rückkopplungsschleifen der einzelnen Funktionsblöcke $\underline{H}_i(s)$ an den Schaltungseingang zu führen und gleichzeitig mit einem Gegenkopplungsfaktor F_i zu bewerten, s. Abb. 2.14.

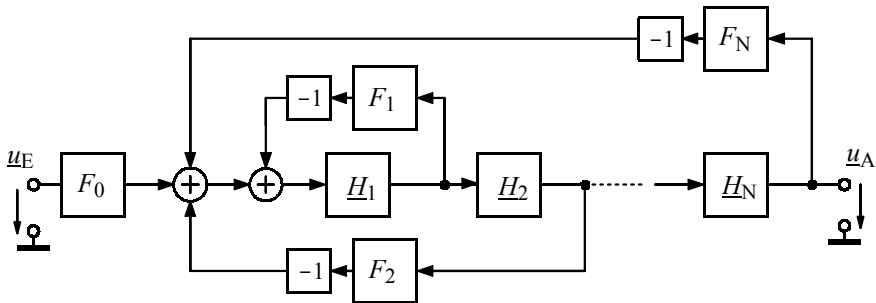


Abb. 2.14 Blockschaltbild der FLF-Struktur (Follow-the-Leader-Feedback)

Zur Festlegung der Grundverstärkung kann die Eingangsspannung $\underline{u}_E$ vor der Summenbildung mit den anderen Anteilen bewertet werden mit einem Faktor F_0 . Die so erzeugte Filterstruktur ist unter der Bezeichnung „Follow-the-Leader-Feedback“ (FLF) bekannt geworden (Laker u. Ghausi 1974).

Systemfunktion

Über die Aufsummierung der rückgekoppelten Signalanteile lässt sich – analog zur Berechnung des allgemeinen Rückführungsmodells in Abb. 2.1 – die Systemfunktion der Anordnung von Abb. 2.14 aufstellen:

$$\underline{H}(s) = \frac{F_0 \prod_{i=1}^N \underline{H}_i}{1 + F_1 \underline{H}_1 + F_2 \underline{H}_1 \underline{H}_2 + F_3 \underline{H}_1 \underline{H}_2 \underline{H}_3 + \dots + F_N \prod_{i=1}^N \underline{H}_i}. \quad (2.30)$$

Die Ermittlung der einzelnen Faktoren F_i bzw. der Funktionsblöcke $\underline{H}_i$ zur Synthese einer vorgegebenen Funktion über Gl. (2.30) und Abb. 2.14 ist bei höheren

Filtergraden jedoch ziemlich rechenintensiv. Die einzelnen Bestimmungsgleichungen für die gesuchten Größen entstehen dabei durch Koeffizientenvergleich mit der allgemeinen Systemfunktion n -ten Grades.

Besondere Bedeutung hat die FLF-Struktur für die Erzeugung von Bandpässen höheren Grades ($n \geq 4$), bei denen die einzelnen Funktionsblöcke $H_i(s)$ als zwei-polige Bandpassfilter ausgelegt werden. Auf diese Weise können z. B. auch mehrere integrierte Filterbausteine zweiten Grades zu höhergradigen Bandpässen mit außerordentlich geringen Toleranzempfindlichkeiten zusammengesetzt werden, s. dazu Abschn. 5.2.2.

Modifikationen

Zwei interessante Modifikationen mit vereinfachter Dimensionierung haben sich – als Spezialfall der FLF-Struktur in Abb. 2.14 – in der Filterpraxis bewährt:

1. Shifted-Companion-Feedback (Tow 1975): $F_1=0$ und $\underline{H}_2=\underline{H}_3=\dots=\underline{H}_N$,
2. Primary-Resonator-Block (Hurtig 1972): $F_1=0$ und $\underline{H}_1=\underline{H}_2=\dots=\underline{H}_N$.

Für eine ausführliche und vergleichende Darstellung aller Varianten der Mehrfachkopplungstechnik wird auf die Spezialliteratur zu diesem Themenkomplex verwiesen (Laker et al. 1979).

Beispiel: Tiefpass in Primary-Resonator-Block-(PRB)-Technik

Ein Tiefpass dritten Grades nach dem PRB-Prinzip kann auf der Grundlage der Struktur in Abb. 2.14 über drei gleiche Teilfunktionen $\underline{H}_p(s)$ ersten Grades mit der Vereinfachung $F_1=0$ entworfen werden. Hat jeder der drei Blöcke die Grundverstärkung $A_{0,p}$ und eine 3-dB-Grenze $\omega_{G,p}$, so ergibt sich mit dem Ansatz

$$\underline{H}_1(s) = \underline{H}_2(s) = \underline{H}_3(s) = \underline{H}_p(s) = \frac{A_{0,p}}{1+s/\omega_{G,p}}$$

durch Einsetzen in Gl. (2.30) die Tiefpassfunktion dritten Grades

$$\underline{H}(s) = \frac{-F_0 \underline{H}_p^3(s)}{1+F_2 \underline{H}_p^2(s)+F_3 \underline{H}_p^3(s)},$$

$$\underline{H}(s) = \frac{-F_0 A_{0,p}^3 \omega_{G,p}^3}{\omega_{G,p}^3 \left(1 + F_2 A_{0,p}^2 + F_3 A_{0,p}^3\right) + s \cdot \omega_{G,p}^2 \left(3 + F_2 A_{0,p}^2\right) + 3s^2 \omega_{G,p} + s^3}.$$

Wenn die allgemeine Systemfunktion dritten Grades nach Gl. (1.45)

$$\underline{H}(S) = \frac{a_0}{1+d_1 S+d_2 S^2+d_3 S^3}$$

durch Denormierung mit $S=s/\omega_D$ und Erweitern mit ω_G^3/d_3 auf die gleiche Form gebracht wird, liefert ein Koeffizientenvergleich vier Bestimmungsgleichungen für vier Parameter des PRB-Filters:

$$\boxed{s^2:} \quad \omega_{G,P} = \omega_D \frac{d_2}{3d_3}, \quad \boxed{s^1:} \quad F_2 A_{0,P}^2 = \frac{d_1 \omega_D^2}{d_3 \omega_{G,P}^2} - 3,$$

$$\boxed{s^0:} \quad F_3 A_{0,P}^3 = \frac{\omega_D^3}{d_3 \omega_{G,P}^3} - F_2 A_{0,P}^2 - 1, \quad \boxed{\text{Zähler:}} \quad a_0 = d_3 F_0 A_{0,P}^3 \left(\frac{\omega_{G,P}}{\omega_D} \right)^3.$$

Nach Vorgabe der gewünschten Tiefpassdaten (Grundverstärkung $A_0=a_0$, Durchlassgrenze ω_D , Filtercharakteristik mit den Koeffizienten d_1 bis d_3) sowie der Grundverstärkung $A_{0,P}$ eines PRB-Blocks sind die restlichen PRB-Parameter F_0 , F_2 , F_3 und $\omega_{G,P}$ über diese vier Gleichungen zu ermitteln. Dabei können die Koeffizienten d_1 bis d_3 aus den tabellierten Polparametern ω_P und Q_P durch Vergleich der Nennerausdrücke von Gl. (1.45) und Gl. (1.46) bestimmt werden. ■

Bandpässe in PRB-Technik

Durch Anwendung der Tiefpass-Bandpass-Transformation auf jede der einpoligen Tiefpassstufen $H_p(s)$ aus Beispiel 1 kann ein Bandpass sechsten Grades in PRB-Struktur entworfen werden, der aus drei identischen Bandpassstufen zweiten Grades zusammengesetzt ist. Als ausführliches Demonstrationsbeispiel wird in Abschn. 5.2.2 die Schaltung eines vierpoligen Bandpassfilters in PRB-Technik entworfen und dimensioniert.

2.4 Zusammenfassung

Die wichtigsten Schritte und Alternativen beim Entwurf einer aktiven Filterschaltung werden hier noch einmal zusammengestellt:

1. Vorgabe der Selektivitätsanforderungen als Toleranzschema, analog zum Tiefpassschema in Abb. 1.10 (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Sperrfilter, Allpass, Durchlass- und Sperrgrenzen, Dämpfungsanforderungen);
2. Überführung in das Tiefpass-Toleranzschema durch Anwendung der entsprechenden Frequenztransformation (Abschn. 1.5.1 bis 1.5.5 und Abb. 1.17);
3. Ermittlung des Mindestfiltergrades n – je nach Anforderung evtl. für unterschiedliche Tiefpassapproximationen – und Auswahl einer Approximation (Abschn. 1.4.1 bis 1.4.5, 1.4.7);
4. Umsetzung der Filtervorschrift in eine elektronische Schaltung, wobei drei vom prinzipiellen Ansatz her unterschiedliche Vorgehensweisen zu unterscheiden sind:
 - a) Kaskadentechnik,
 - b) Nachbildung passiver RLC -Bezugsnetzwerke,
 - c) Mehrfachkopplungstechnik (FLF-Strukturen).

zu a) Kaskadentechnik

- Ermittlung der zur Approximation gehörenden Poldaten für jede Stufe des Referenztiefpasses (Tabellen mit Poldaten, Abschn. 1.4.1 bis 1.4.5);
- Ermittlung der Poldaten für den Originalfrequenzbereich (Rücktransformation), vgl. Abschn. 1.5.1 bis 1.5.5 und Abb. 1.17;
- Realisierung der $n/2$ konjugiert-komplexen Polpaare durch jeweils eine Filterstufe zweiten Grades mit folgenden Varianten:
 - Frequenzabhängige Verstärkerrückkopplung (Abschn. 2.1.2 und 2.1.3),
 - kaskadierfähiges GIC-Filter (Abschn. 2.1.4),
 - Zustandsvariablenstruktur (Abschn. 2.3.2);
- Serienschaltung aller Teilstufen zweiten Grades und – falls n ungerade – einer Stufe ersten Grades.

zu b) Nachbildung passiver RLC -Bezugsnetzwerke

- Dimensionierung aller Elemente des zugehörigen passiven Bezugstiefpasses als dimensionierte Abzweigschaltung über Filtersoftware oder Filterkataloge (Abschn. 1.5.6);
- Anwendung der entsprechenden Frequenztransformation auf jedes Element des Bezugstiefpassfilters, vgl. Abschn. 1.5.6. Das Ergebnis ist eine passive und dimensionierte RLC -Schaltung in Abzweigstruktur;
- Leapfrog-Synthese (Abschn. 2.3.1)
oder

Zweipolnachbildung mit Impedanzkonvertern (GIC-Technik):

- Hochpass: Elektronische L -Nachbildung (Abschn. 2.2.2),
- Tiefpass: FDNR-Technik (Bruton-Transformation, Abschn. 2.2.3),
- Bandpass: Einbettungstechnik Abschn.2.2.4),

zu c) Mehrfachkopplungstechnik (FLF-Strukturen)

- Festlegung der zur Approximation gehörenden Poldaten für jede Stufe des Referenztiefpasses (Tabellen mit Poldaten, Abschn. 1.4.1 bis 1.4.5, 1.4.7);
- Erzeugung der Systemfunktion für das zugehörige Standard-Tiefpassfilter auf der Basis der Poldaten in der allgemeinen Form nach Gl. (1.45);
- Ermittlung der Funktionen $H_i(s)$ sowie der Faktoren F_i durch Koeffizientenvergleich mit der Übertragungsfunktion in der Form nach Gl. (2.30) – unter Berücksichtigung der ausgewählten Schaltungsvariante:
 - Follow-the-Leader (FLF, allgemein),
 - Shifted-Companion-Feedback,
 - Primary-Resonator-Block (PRB).
- Filtersynthese mit Rücktransformation gemäß der in Abschn. 2.3.3 beschriebenen Vorgehensweise.

■

Der Prozess des Filterentwurfs ist als Ablaufschema noch einmal in Abb.2.15 zusammenfassend dargestellt.

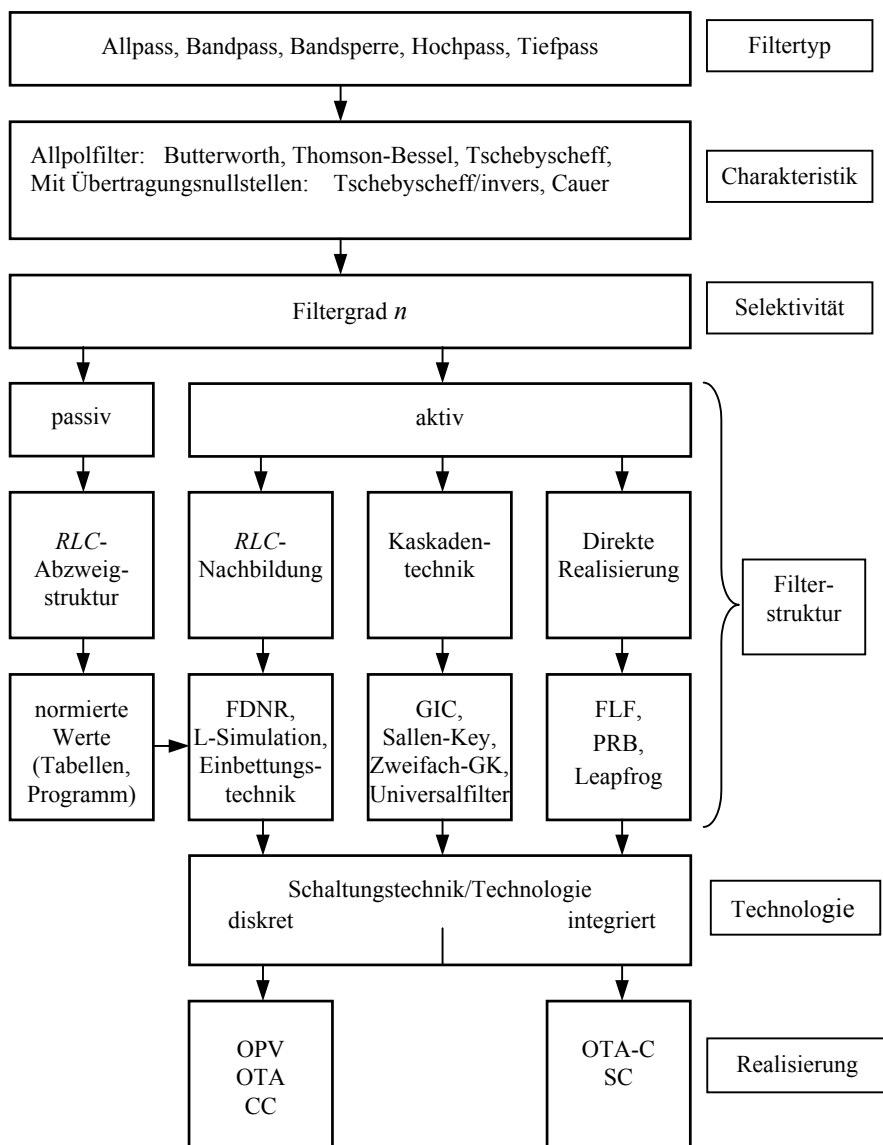


Abb. 2.15 Ablaufschema zum Filterentwurf

Aktive Filter und Oszillatoren
Entwurf und Schaltungstechnik mit integrierten
Bausteinen

Wangenheim, L.

2008, XVI, 373 S., Softcover

ISBN: 978-3-540-71737-9