

## 2 Grundlagen der Kegelradverzahnung

### 2.1 Klassifizierung von Kegelrädern

Kegelräder können nach verschiedenen Merkmalen klassifiziert werden.

Diese betreffen:

- den Verlauf der Zahnhöhe entlang der Zahnbreite,
- die Art der Flankenlängslinie, d.h. gerade- oder gekrümmte Zähne,
- die Kurvenform der Flankenlängslinie,
- den Achsversatz
- die Art des Teilverfahrens, kontinuierlich oder einzelteilend,
- das Erzeugungsverfahren, Wälzen oder Tauchen,
- das Herstellverfahren.

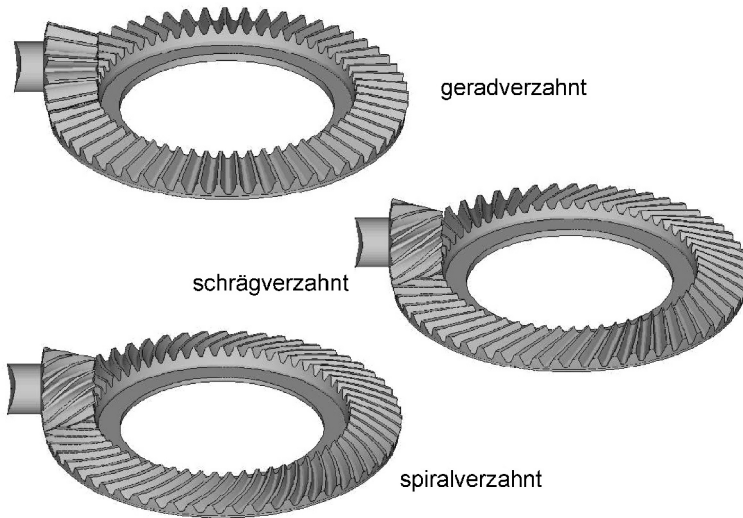
Beim Verlauf der Zahnhöhe entlang der Zahnbreite wird zwischen konstanter und veränderlicher Zahnhöhe differenziert. Bei konstanter Zahnhöhe sind der Kopfkegelwinkel und der Fußkegelwinkel gleich groß, so dass die Zahnhöhe über die Zahnbreite konstant bleibt. Kopf- und Fußkegelwinkel weichen bei Kegelrädern mit veränderlicher Zahnhöhe voneinander ab, somit ergibt sich eine über die Zahnbreite proportionale Veränderung der Zahnhöhe. Der Zahn ist dann am kleinen Durchmesser des Kegelrades (Zehe) kleiner als am großen Durchmesser (Ferse). Die konstante Zahnhöhe kann als Sonderfall der veränderlichen Zahnhöhe angesehen werden (Abb. 2.1).



**Abb. 2.1** Kegelrad mit veränderlicher und konstanter Zahnhöhe

Weitere Unterscheidungskriterien sind die Art und Form der Flankenlängslinie der Kegelradverzahnung auf dem sogenannten Planrad (siehe 2.2.2). Nach der Art der Flankenlängslinie werden Kegelräder gemäß Abb. 2.2 unterschieden:

- geradverzahnte Kegelräder
- schrägverzahnte Kegelräder
- spiralverzahnte Kegelräder



**Abb. 2.2** Gerad-, schräg- und spiralverzahnte Kegelräder

Bei spiralverzahnten Kegelrädern ist eine weitere Unterteilung im Hinblick auf die Form der Flankenlängslinie möglich:

- Kreisbogen
- verlängerte Epizykloide
- Evolvente
- verlängerte Hypozykloide

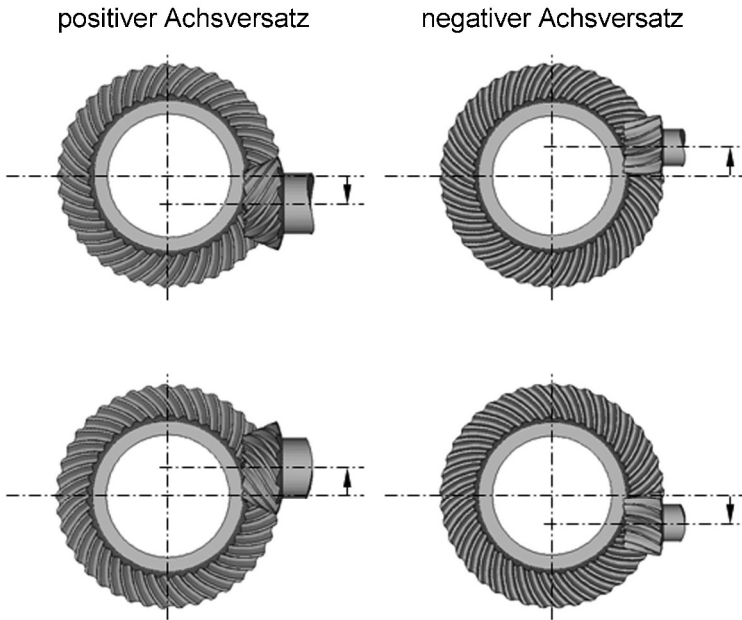
Weiterhin kann man Kegelräder hinsichtlich des Achsversatzes unterscheiden. Kegelräder ohne Achsversatz besitzen sich schneidende Achsen, während sich bei Kegelrädern mit Achsversatz, sogenannten Hypoidrädern, die Achsen kreuzen. In diesem Fall wird zwischen solchen mit positivem oder negativem Achsversatz unterschieden (siehe Abb. 2.3).

Positiver Achsversatz:

- die Ritzelachse ist in Spiralrichtung des Tellerrades verschoben,
- der mittlere Spiralwinkel des Ritzels ist größer als der des Tellerrades,
- der Durchmesser des Ritzels nimmt gegenüber einem nichtachsversetzten zu.

Negativer Achsversatz:

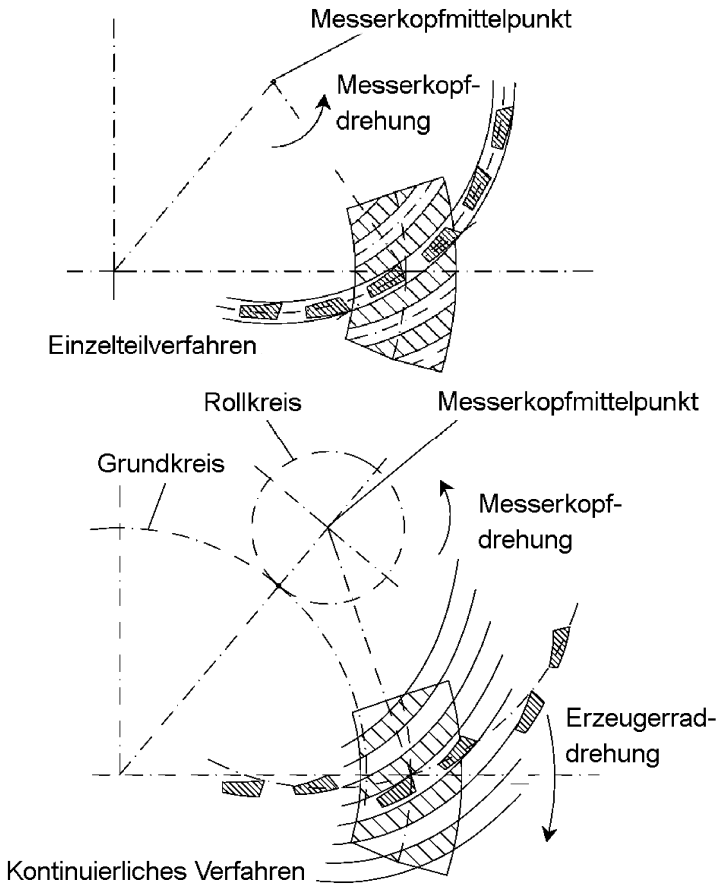
- die Ritzelachse ist gegen die Spiralrichtung des Tellerrades verschoben,
- der mittlere Spiralwinkel des Ritzels ist kleiner als der des Tellerrades,
- der Durchmesser des Ritzels nimmt gegenüber einem nichtachsversetzten ab.



**Abb. 2.3** Definition Achsversatz

Spiralkegelräder können bei spanender Herstellung, z. B. Fräsen, grundsätzlich im Einzelteilverfahren oder im kontinuierlichen Teilverfahren erzeugt werden. Daraus ergibt sich die Form der Flankenlängslinie: Beim Einzelteilen wird eine Zahnücke erzeugt und dann – nach Drehung des zu bearbeitenden Kegelrades um eine Zahnteilung – die nächste Uücke erzeugt, bis alle Uücken vorhanden sind. Da die Schneiden des Werkzeugs kreisförmig angeordnet sind, z. B. bei einem Stirnmesserkopf, hat die Flankenlängslinie, die beim Einzelteilen erzeugt wird, die Form eines Kreisbogens. Beim kontinuierlichen Teilverfahren sind die Drehung des Messerkopfes und die des zu bearbeitenden Kegelrades so gekoppelt, dass sich jeweils nur eine Messergruppe durch eine Zahnücke bewegt und sich die nächste Messergruppe durch die nächste Uücke bewegt (siehe Abb. 2.4). Die Teilung erfolgt also kontinuierlich und alle Uücken werden quasi gleichzeitig erzeugt. Durch diese Bewegungen ergibt sich eine verlängerte Epizykloide als Flankenlängslinie auf dem Planrad. Bei der Erzeugung der Epizykloide entspricht das Verhältnis von Zähnezahl zu Gangzahl des Messerkopfes (Anzahl der Messergruppen) dem Verhältnis von Grundkreis- und Rollkreisradius. Man spricht

von einer verlängerten Epizykloide, wenn der Radius, auf dem die Schneiden sitzen, größer als der des Rollkreises ist.



**Abb. 2.4** Einzelteil- und kontinuierliches Teilverfahren

Neben der Herstellung von spiralverzahnten Kegelrädern in einem wälzenden Verfahren, wodurch beide Zahnräder der Paarung ein gekrümmtes Zahnhöhenprofil erhalten, besteht auch die Möglichkeit, das Tellerrad nicht zu wälzen, sondern die Zahnluken nur einzustechen. Man spricht hierbei von einem Formverfahren oder auch von einer FORMATE®-Verzahnung. Diese Vorgehensweise spart Zeit bei der Fertigung des Tellerrades und kann etwa ab einem Übersetzungsverhältnis größer 2,5 angewendet werden. Da keine Wälzbewegung erfolgt, bildet sich das Werkzeugprofil in der Tellerradlücke ab. Das Tellerrad besitzt dann das Profil des Werkzeuges. Das zugehörige Ritzel muss in einem modifizierten Wälzverfahren

(siehe Kap. 3.2.2) hergestellt werden, damit Ritzel und Tellerrad korrekt miteinander laufen können.

Die Zahngeometrie spiralverzahnter Kegelräder hängt vom verwendeten Herstellungsverfahren ab und dies nicht nur hinsichtlich der angeführten Klassifizierungskriterien, sondern auch hinsichtlich der letztendlich erzeugten Flanken- und Fußgeometrie. Es ist z.B. nicht möglich, ein im Zyκλο-Palloid-Verfahren hergestelltes Ritzel mit einem im Spiroflex-Verfahren gefertigten Tellerrad zu paaren, obwohl beide in einem kontinuierlichen Wälzverfahren hergestellt wurden und bezüglich der Zahnmakrogeometrie (z. B. Normalmodul und verlängerter Epizykloide) übereinstimmen.

**Zyκλο-Palloid®-Verfahren** Es handelt sich hierbei um ein kontinuierliches Verfahren, wobei immer beide Kegelräder, Ritzel und Tellerrad, gewälzt werden. Die Verzahnung besitzt eine konstante Zahnhöhe und eine verlängerte Epizykloide als Flankenlängslinie. Die Besonderheit dieses Verfahrens ist der zweiteilige Messerkopf (siehe Abb. 6.4). Von den ineinander geschachtelten Messerkopfteilen trägt einer die Innenmesser, die die konvexen Flanken erzeugen, und der andere die Außenmesser, die die konkaven Flanken erzeugen. Die Höhenballigkeit wird durch ein sphärisches Profil der Messer (Messerprofilmodifikation) erzeugt, die Längsballigkeit durch Radiendifferenzen zwischen den beiden Messertypen. Der zweiteilige Messerkopf gestattet eine Herstellung im Zweiflankenschnitt, was bedeutet, dass beide Flanken des Kegelrades in einem Schnitt gefertigt werden, bei gleichzeitiger einfacher Erzeugung und stufenloser Einstellung der Längsballigkeit ohne Messerkopfneigung (siehe 3.2.1). Die Messer sind standardisiert und jeweils für einen bestimmten Modulbereich einsetzbar. Das Zyκλο-Palloid-Verfahren wird sowohl für die Weich- als auch die Hartbearbeitung eingesetzt. Die Hartbearbeitungsverfahren tragen die Bezeichnung HPG-S für kleine Module ( $\leq 8$  mm) und HPG für größere. Für Spiralkegelräder über einem Durchmesser von 1200 mm ist das Zyκλο-Palloid-Verfahren derzeit das einzige, das überhaupt eine Hartfeinbearbeitung ermöglicht (siehe 6.4). Die Weichbearbeitung erfolgt immer mit Kühllöl, während die Hartbearbeitung ein Trockenfräsen ist.

**Palloid®-Verfahren** Dieses Verfahren unterscheidet sich durch sein Werkzeug grundlegend von allen anderen hier angeführten Verfahren. Es handelt sich dabei nicht um einen Stirnmesserkopf, sondern um einen kegeligen Wälzfräser, der auch als „Tannenbaumfräser“ bezeichnet wird (siehe Abb. 6.6). Mit diesem Verfahren werden Spiralkegelräder mit konstanter Zahnhöhe und einer Evolvente als Flankenlängslinie in einem kontinuierlichen Wälzfräsprozess erzeugt. Im Normalschnitt sind Zahndicke und Zahnückenweite sowie die Fußausrundung über die Zahnbreite konstant. Diese Form führt zu einer sehr geringen Empfindlichkeit des Tragbildes gegen Relativverlagerungen der beiden Kegelräder (siehe 3.4.4), was Palloid-Verzahnungen gegenüber allen anderen Spiralkegelradverzahnungen auszeichnet. Die Längsballigkeit sowie Anteile der Profilmodifikationen werden durch Verändern des Werkzeugs erzeugt. Weitere Flankenmodifikationen erfolgen durch die Herstellkinematik. Ein Nachteil des Verfahrens liegt in dem spe-

ziellen Werkzeug, welches für viele Flankenmodifikationen angepasst werden muss. Zum Beispiel erfordert eine veränderte Zahndickenmodifikation ein anderes Werkzeug. Der größte verfügbare Fräsermodul beträgt derzeit 8 mm. Ein weiterer Nachteil ist die gegenüber modernen Trockenbearbeitungsverfahren geringere Produktivität. Auch ist das Verfahren hinsichtlich des maximal möglichen Achsversatzes sowie der Wahl des Spiralwinkels stärker eingeschränkt. Für die Hartfeinbearbeitung als Messerkopfverfahren wird nur das Lappen eingesetzt.

**Zyklomet®-Verfahren** Hierbei handelt es sich um die Sonderform des Zyklolo-Palloid-Verfahrens, bei dem die Lücken des Tellerrades mit dem Messerkopf eingestochen werden, während allein das Ritzel mit einem aus der Wälzebene geneigten Messerkopf (siehe 3.2.1) gewälzt wird. Die Längsballigkeit wird vollständig ins Tellerrad gelegt, die Höhenballigkeit durch ein sphärisches Messerprofil erzeugt. Die Messerköpfe sind beim Ritzel immer einteilig und beim Tellerrad einteilig oder zweiteilig sowie teilweise auch mit einer größeren Anzahl an Messergruppen versehen. Bei einteiligem Messerkopf muss das längsballige Tellerrad im einseitigen Verfahren hergestellt werden. Hierzu wurden speziell Kegelradverzahnmaschinen mit 2 Messerköpfen auf der Wälztrommel entwickelt. Das Verfahren befindet sich nur in sehr geringem Umfang im Einsatz.

**N-Verfahren** Hierbei handelt es sich um ein kontinuierliches Verfahren, das im Zweiflankenschnitt arbeitet. Die Verzahnung besitzt eine verlängerte Epizykloide als Flankenlängslinie und eine konstante Zahnhöhe. Es werden sowohl Ritzel als auch Tellerrad gewälzt. Die Besonderheit der Verzahnung ist, dass die Längskrümmung im Auslegungspunkt der einer Evolvente entspricht. Man spricht dabei auch vom evolventischen Fall oder rechtwinkligen Fall (siehe 3.4.4). Dadurch ist es möglich, die Längsballigkeit durch Kombination von Messerköpfen mit unterschiedlichen Folgewinkeln der einzelnen Messer zu erzeugen. Nachteilig ist jedoch, dass sich der Spiralwinkel dann aus der mittleren Teilkegellänge und dem gewählten Messerkopfdurchmesser ergibt und nicht mehr frei gewählt werden kann. Es können also mit den vorhandenen Messerköpfen, die 3 Messer pro Messergruppe (Innen-, Mitten- und Außenmesser) besitzen, nicht alle Spiralwinkel für eine Verzahnung erzeugt werden. Die Höhenballigkeitserzeugung erfolgt durch sphärische Messerprofile. Das Verfahren wird inzwischen nur noch in geringem Umfang eingesetzt.

**Spiroflex-Verfahren** Dies ist ein kontinuierlich teilendes Wälzverfahren, d.h. Ritzel und Rad werden gewälzt. Die Kegelradverzahnung besitzt konstante Zahnhöhe und eine verlängerte Epizykloide als Flankenlängslinie. Ritzel und Tellerrad werden im Zweiflankenschnitt erzeugt. Die Höhenballigkeit liegt im Werkzeug, die Messer besitzen ein sphärisches Profil. Die Längsballigkeit wird durch Messerkopfneigung erzeugt (siehe 3.2.1). Um die vorgegebenen Eingriffswinkel zu erzeugen, müssen die Messereingriffswinkel angepasst werden. Das Verfahren wird sowohl zur Nass- als auch zur Trockenbearbeitung eingesetzt. Es finden Messerköpfe mit 3 (mit Vorschneider) und mit 2 Messern pro Messergruppe Verwendung. Bei den Messerköpfen mit 2 Messern pro Gruppe (nur Innen- und Außenschneider) handelt es sich um die neuere Entwicklung, die eine höhere

Gängigkeit (Messerguppenanzahl) bei gleichem Messerquerschnitt und Messerkopfradius zulässt. Das Verfahren befindet sich in großem Umfang in der Großserienfertigung für Kraftfahrzeuge im Einsatz. Als Hartbearbeitung wird das Läppen eingesetzt (siehe 6.5).

**Spirac<sup>®</sup>-Verfahren** Spirac bezeichnet die Variante des Spiroflex-Verfahrens, bei der das Tellerrad nur getaucht wird. Es handelt sich auch um eine Kegelradverzahnung mit konstanter Zahnhöhe und verlängerter Epizykloide als Flankenlängslinie. Es kommen die gleichen Werkzeuge wie beim Spiroflex-Verfahren zur Anwendung. Die Erzeugung der Längs- und Höhenballigkeit findet auch auf die gleiche Weise statt. Da Formverfahren ab einem Übersetzungsverhältnis von ca. 2,5 angewendet werden können, kommt das Verfahren in großem Umfang in der Automobilindustrie zum Einsatz.

**TRI-AC<sup>®</sup> / PENTAC<sup>®</sup>-FH-Verfahren** Diese kontinuierlichen Verfahren entsprechen dem Spiroflex bzw. Spirac-Verfahren. Sie unterscheiden sich lediglich in den verwendeten Messern und Messerköpfen, die ein Innen- und Außenmesser pro Messergruppe besitzen. Es handelt sich um ein kontinuierliches Verfahren, bei welchem Kegelradverzahnungen mit konstanter Zahnhöhe und einer verlängerten Epizykloide als Flankenlängslinie erzeugt werden. Die Balligkeits-erzeugung erfolgt durch Messerkopfneigung und sphärische Messer. Auch findet das Verfahren im gleichen Bereich der Großserienfertigung Anwendung.

**Kurvex-Verfahren** Die Kurvex-Verzahnung besitzt konstante Zahnhöhe und einen Kreisbogen als Flankenlängslinie. Der Messerkopf ist ähnlich dem Zykl-Paloid-Verfahren zweigeteilt, wobei nur Innen- und Außenmesser vorhanden sind, es gibt keine Vor- bzw. Mittenschneider. Dieser geteilte Messerkopf ist zur Erzeugung eines exakten konischen Zahnückenweiten-Verlaufs erforderlich. Sowohl Ritzel als auch Tellerrad werden gewälzt. Die Längsballigkeit wird durch die Radiendifferenz erzeugt, wobei die Differenz fest vorgegeben ist. Das Verfahren zeichnet sich durch einen hohen Grad an Standardisierung aus, hierdurch kann mit einer geringen Anzahl von Werkzeugen ein großer Verzahnungsbereich abgedeckt werden. Diese Standardisierung führt aber auch dazu, dass z. B. die Längsballigkeit sich aus der Wahl der Messerkopfgröße ergibt und nicht frei gewählt werden kann. Inzwischen werden keine Maschinen für dieses Verfahren mehr produziert.

**5-Schnitt-Verfahren** Die Bezeichnung 5-Schnitt leitet sich aus der Herstellung der Verzahnung ab. Ursprünglich wurde das Tellerrad auf beiden Flanken gleichzeitig in 2 Schnitten (Schruppen und Schlichten) und das Ritzel in 3 Schnitten (beide Flanken Schruppen, Schlichten der konvexen Flanke und Schlichten der konkaven Flanke) hergestellt. Bei dem Verfahren handelt es sich um ein Einzelteilverfahren, somit besitzt die Verzahnung einen Kreisbogen als Flankenlängslinie. Weiterhin hat sie eine veränderliche Zahnhöhe. Allerdings erfolgt die Wälzbewegung meist relativ zum Fußkegel und nicht zum Teilkegel, wie es kinematisch korrekt wäre. Kennzeichnend ist, dass das Tellerrad im Zweiflanken-

schnitt und das Ritzel im Einflankenschnitt fertiggestellt werden. Die Maschinen- und Werkzeugeinstellungen der einen Flanke des Ritzels sind unabhängig von denen der anderen. Ein Vorteil des Verfahrens ist somit die voneinander unabhängige Geometrie der konkaven und konvexen Ritzelflanke, da eine Veränderung der Maschinenkinematik der einen Seite keinen Einfluss auf die andere Seite hat. Die Längsballigkeit wird üblicherweise durch Radiendifferenzen erzielt, während für die Erzeugung der Höhenballigkeit Modifikationen der Maschinenkinematik genutzt werden. Das Verfahren wird sowohl für gewälzte Kegelradverzahnungen als auch für Kegelradverzahnungen mit getauchtem Tellerrad verwendet. Das Verfahren findet noch in großem Umfang in der Luftfahrtindustrie Anwendung, wurde in anderen Bereichen aber inzwischen überwiegend durch das Completing-Verfahren ersetzt.

**Completing-Verfahren** Hierbei handelt es sich um ein in der Großserie eingesetztes Einzelteilverfahren. Die Kegelradverzahnung besitzt eine veränderliche Zahnhöhe und einen Kreisbogen als Flankenlängslinie. Die Längsballigkeit wird durch Messerkopfneigung erzielt, während für die Höhenballigkeitserzeugung Modifikationen der Maschinenkinematik und/oder sphärische Werkzeuge eingesetzt werden. Tellerrad und Ritzel werden im Zweiflankenschnitt komplett fertig bearbeitet (Completing). Gegenüber anderen Einzelteilverfahren zeichnet sich das Verfahren durch höhere Produktivität aus, jedoch ist eine Veränderung der Flankenform schwieriger, da Veränderungen der Maschinenkinematik, wie bei allen Verfahren mit Zweiflankenschnitt, immer Einfluss auf beide Flanken haben. Aufgrund der sich ergebenden konstanten Zahnückenweiten im Zahngrund von Ritzel und Tellerrad sind die Fuß- und Kopfkegelwinkel der Verzahnung abhängig vom gewählten Messerkopf und können nicht frei gewählt werden. Die Zahnhöhenform wird als Duplexkegel (siehe Abb. 2.13) bezeichnet. Als Fräswerkzeuge finden sowohl Profil- als auch Stabmesser Anwendung. Beim Fräsen kann Completing als Trocken- oder Nassbearbeitung durchgeführt werden. Zur Hartbearbeitung wird meist das Schleifen eingesetzt. Für geschliffene Kegelradsätze hat sich dieses Verfahren in der Automobilindustrie durchgesetzt.

**Arcoid-Verfahren** Dieses ist ein mit den 5-Schnitt- und Completing-Verfahren vergleichbares Verfahren. Es wird eine Kegelradverzahnung mit veränderlicher Zahnhöhe und einem Kreisbogen als Flankenlängslinie im Einzelteilverfahren erzeugt. Unterschiede betreffen die verwendeten Messerköpfe, die Frästechnologien und ursprünglich angewendeten Zusatzbewegungen zur Modifikation der Flanken. Hier wurde nur der sogenannte Schraubvorschub (Helical Motion) angewendet (siehe 3.3.3), da die Maschinen nur für diese Zusatzbewegung mit entsprechenden Einrichtungen versehen waren.

**Wiener-2-Spur-Verfahren** Im 2-Spur-Verfahren nach Wiener erzeugte Kegelradverzahnungen besitzen konstante Zahnhöhe und einen Kreisbogen als Flankenlängslinie. Es ist ein Einzelteilverfahren, das vor allem als Schleifverfahren in der Kleinserie Anwendung findet. Die Bezeichnung 2-Spur ergibt sich daher, dass die Flanken von Ritzel und Tellerrad jeweils einzeln mit getrennten Werkzeugen und Maschineneinstellungen gefertigt werden. Daher besitzen für dieses Verfahren

vorgesehene Schleifmaschinen eine Doppelspindel für 2 Schleifscheiben, um das Verfahren möglichst produktiv durchzuführen. Ritzel und Tellerrad werden im Wälzprozess erzeugt, wobei die Längsballigkeit sich durch entsprechend gewählte Radiendifferenzen und die Höhenballigkeit durch ein sphärisches Werkzeugprofil ergeben. Das Verfahren wird auch dazu genutzt, um im Zyκλο-Palloid-Verfahren vorgefräste Verzahnungen zu schleifen. Dabei wird der Kreisbogen so weit der verlängerten Epizykloide angepasst, dass wegen der unterschiedlichen Flankenlängslinien eine möglichst geringe Varianz des Schleifaufmaßes entsteht.

**Wiener-1-Spur-Verfahren** Hierbei handelt es sich ebenfalls um ein Einzelteilverfahren für Kegelradverzahnungen mit konstanter Zahnhöhe. Im Unterschied zum Wiener-2-Spur-Verfahren wird das Tellerrad im Zweiflankenschnitt hergestellt, die Geometrie der weiterhin einzeln gefertigten Ritzelflanken wird daran angepasst (z. B. wird die Zahnücke stärker konisch als beim 2-Spur-Verfahren). Das Verfahren wird für Wälzverfahren und Formverfahren (d.h. Tellerrad nur getaucht) angewendet.

**Semi-Completing** Hierbei handelt es sich um ein Verfahren, das zum Schleifen im Einzelteilverfahren von im Zyκλο-Palloid-Verfahren vorgefrästen Verzahnungen eingesetzt wird. Mit diesem Verfahren fertiggestellte Kegelradverzahnungen besitzen konstante Zahnhöhe und einen Kreisbogen als Flankenlängslinie. Bei diesem Verfahren werden sowohl Ritzel als auch Tellerrad gewälzt. Kennzeichnend für das Verfahren ist, dass die beiden Flanken des Kegelrades zwar mit getrennten Maschineneinstellungen, jedoch mit dem gleichen Werkzeug bearbeitet werden. Das heißt, im Unterschied zum Wiener-2-Spur-Verfahren kann der für die Bearbeitung der konkaven und konvexen Flanke erforderliche Werkzeugradius auf einer Schleifscheibe untergebracht werden. Um dies zu erreichen, werden Modifikationen der Maschinenkinematik eingesetzt, entweder Tilt oder Helical Motion und Modified Roll (siehe 3.3.3), wobei Letzteres üblicher ist. Da nur ein Werkzeug erforderlich ist, wird eine Flanke beim Wälzen in einer Richtung fertiggestellt und die andere Flanke beim Zurückwälzen in der anderen Richtung. Am Umkehrpunkt werden die Maschineneinstellungen geändert. Das Verfahren nutzt somit die erforderliche Rückwälzbewegung zur Erzeugung der anderen Flanke, hierdurch ergeben sich Produktivitätsvorteile gegenüber dem Wiener-2-Spur-Verfahren. Die Längsballigkeit wird üblicherweise durch Radiendifferenzen und die Höhenballigkeit durch sphärisches Werkzeugprofil erzeugt.

**Tabelle 2.1** Übersicht der wichtigsten Verzahnverfahren für Spiralkegelräder

| Verfahrensbezeichnung                              | Teilverfahren  | Zahnlingslinie | Zahnhöhenverlauf | Verlauf der Zahnflächenweite <sup>1)</sup><br>Tellerrad<br>Ritzel |                         | Höhenballigkeit    | Längsballigkeit      |
|----------------------------------------------------|----------------|----------------|------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|--------------------|----------------------|
|                                                    |                |                |                  | veränderlich                                                      | veränderlich            |                    |                      |
| Zyklo-Palloid <sup>®</sup> / Zyklomet <sup>®</sup> | kontinuierlich | Epizykloide    | konstant         | konstant                                                          | veränderlich            | im Werkzeug        | Radiendifferenz      |
| Palloid <sup>®</sup>                               | kontinuierlich | Evolute        | konstant         | konstant                                                          | konstant                | - <sup>2)</sup>    | im Werkzeug          |
| N-Verfahren                                        | kontinuierlich | Epizykloide    | konstant         | veränderlich                                                      | veränderlich            | im Werkzeug        | Folgewinkeldifferenz |
| Spiroflex / Spirae <sup>®</sup>                    | kontinuierlich | Epizykloide    | konstant         | veränderlich                                                      | veränderlich            | im Werkzeug        | Messerkopfeinigung   |
| TRL-AC <sup>®</sup> / PENTAC <sup>®</sup> -FH      | kontinuierlich | Epizykloide    | konstant         | veränderlich                                                      | veränderlich            | im Werkzeug        | Messerkopfeinigung   |
| Kurvex                                             | einzelteilend  | Kreisbogen     | konstant         | veränderlich                                                      | veränderlich            | - <sup>3)</sup>    | Radiendifferenz      |
| Arcoid                                             | einzelteilend  | Kreisbogen     | veränderlich     | veränderlich                                                      | veränderlich / konstant | Maschinenkinematik | Messerkopfeinigung   |
| 5-Schnitt                                          | einzelteilend  | Kreisbogen     | veränderlich     | veränderlich                                                      | konstant                | Maschinenkinematik | Radiendifferenz      |
| Completing                                         | einzelteilend  | Kreisbogen     | veränderlich     | konstant                                                          | konstant                | Maschinenkinematik | Messerkopfeinigung   |
| Wiener 2-Spur                                      | einzelteilend  | Kreisbogen     | konstant         | veränderlich                                                      | veränderlich            | im Werkzeug        | Radiendifferenz      |
| Wiener 1-Spur                                      | einzelteilend  | Kreisbogen     | konstant         | veränderlich                                                      | konstant                | im Werkzeug        | Radiendifferenz      |
| Semi-Completing                                    | einzelteilend  | Kreisbogen     | konstant         | veränderlich                                                      | veränderlich            | im Werkzeug        | Radiendifferenz      |

<sup>1)</sup> auf Fußkegel im Normalschnitt, <sup>2)</sup> Werkzeug mit Kopfrücknahme, <sup>3)</sup> Werkzeug mit Protuberanz

## 2.2 Verzahnungsgeometrie

### 2.2.1 Allgemein

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Makrogeometrie der Kegelräder. Dabei werden die mikrogeometrischen Modifikationen, die den Zahnkontakt beschreiben (siehe 3.3), außer Acht gelassen. Da sich bei Kegelrädern aufgrund der Teilkegel auch die Makrogeometrie über der Zahnbreite kontinuierlich verändert, lässt sie sich nicht generell so vereinfacht beschreiben, wie bei Stirnzahnradern. Selbst die Berechnung der Teilkegel ist nicht eindeutig, wenn es sich um eine Hypoidverzahnung (siehe Abb. 2.3) handelt. Viele der Definitionen wurden in der Vergangenheit nach unterschiedlichen Sichtweisen behandelt. Unter anderem wurde die Hauptgeometrie zum Teil in der Verzahnungsmittle, zum Teil aber auch am äußeren Zahnende beschrieben. Seit 1997 hat sich eine Expertengruppe innerhalb der ISO mit der Verzahnungsgrundgeometrie von Kegelrädern intensiv auseinandergesetzt. Dabei entstand die [ISO23509] „Bevel and Hypoid Gear Geometry“, mit dem Ziel, alle üblichen Wege der Geometrieberechnung für Kegel- und Hypoidräder einheitlich zu fassen.

Unter anderem ergab sich daraus für dieses Buch, eingeführte Fachausdrücke der angelsächsischen Kegelrad-Nomenklatur zu übernehmen, statt sie umständlich ins Deutsche zu übersetzen. Außerdem soll hier wie dort gelten, dass „Kegelräder“ als Oberbegriff verwendet wird, der alle Arten, wie Spiralkegelräder, gerad- oder schrägverzahnnte sowie nichtachsversetzte Kegelräder, Zerol®- und Hypoidräder umfasst. Bezieht sich der folgende Text auf eine oder mehrere Arten, aber nicht auf alle, dann werden die speziellen Unterbegriffe verwendet.

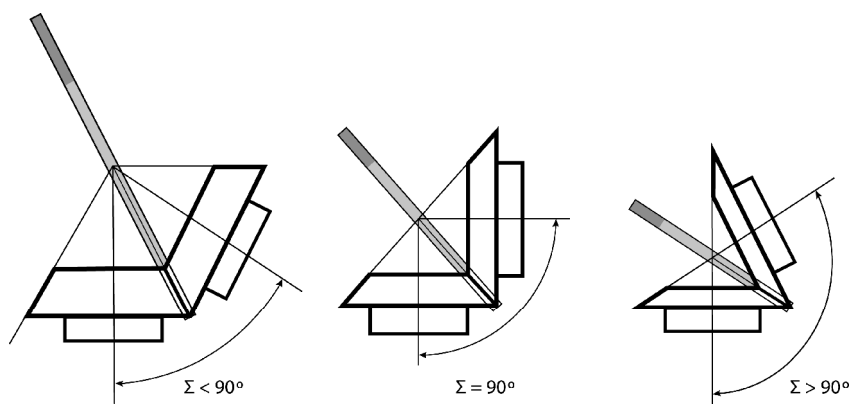
### 2.2.2 Grundgeometrie

Zu jedem nichtachsversetzten Kegelradpaar gibt es zwei Kegel, die ohne zu gleiten genauso aufeinander abrollen wie Ritzel und Tellerrad. Diese sogenannten Grundkörper oder Ersatzwälzkegel treffen mit ihren Spitzen im Achsenschnittpunkt zusammen und berühren sich entlang einer gemeinsamen Mantellinie. Ihre Achsen schließen den Achswinkel  $\Sigma$  ein und ihre Wälzkegelwinkel sind gleich den Teilkegelwinkeln  $\delta_{1,2}$  des Kegelradpaares.

Die Erzeugung einer Stirnradverzahnung lässt sich mit einer gedachten (virtuellen) Zahnstange veranschaulichen. Dieser Zahnstange entspricht beim Kegelrad das meist ebene, virtuelle Planrad, sein Teilkegelwinkel ist  $\delta_p = 90^\circ$ . Abbildung 2.5 zeigt ein Kegelradpaar mit dem Achswinkel  $\Sigma = 90^\circ$  und dem zugehörigen Planrad. Abbildung 2.6 beschreibt 3 Kegelradpaare mit gleichen Außendurchmessern, aber unterschiedlichen Achswinkeln, sowie das jeweils zugehörige Planrad.



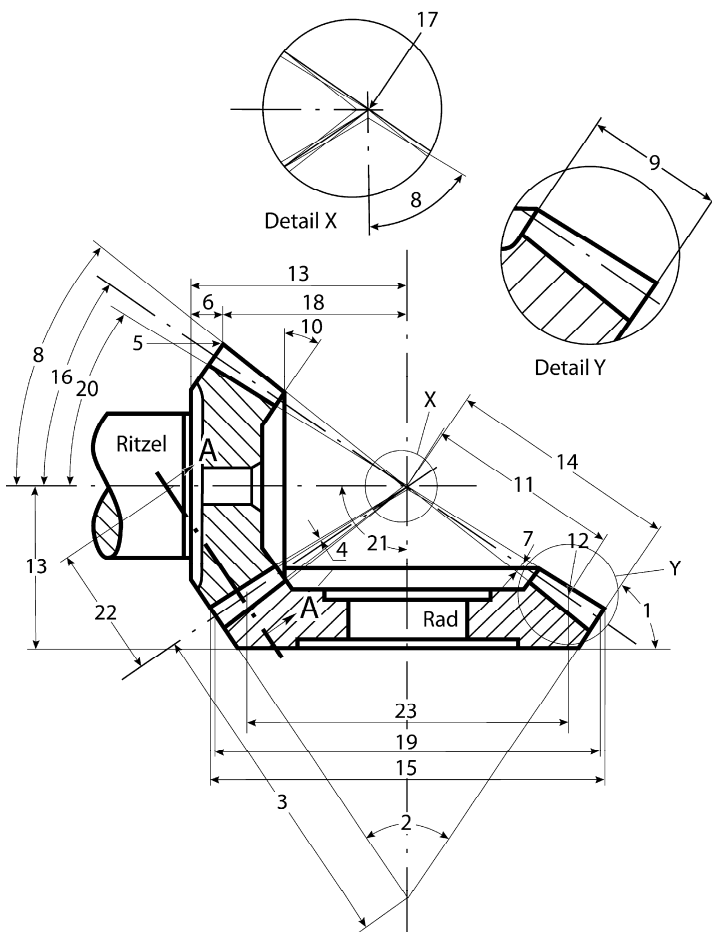
**Abb. 2.5** Paarung Kegelrad mit Planrad



**Abb. 2.6** Paarungsmöglichkeiten bei unterschiedlichen Achswinkeln

### 2.2.3 Verzahnungsabmessungen

Die Verzahnungsmaße von nicht achsversetzten Kegelrädern sind im Axialschnitt in Abb. 2.7 dargestellt und ihre Bezeichnungen in Tabelle 2.2 aufgeführt. Abbildung 2.8 gibt den Schnitt A – A von Abb. 2.7 wieder. Bei Kegelrädern ist dies ein Stirnschnitt, der immer senkrecht zum Teilkegel verläuft. Es ist also kein ebener Schnitt, sondern entspricht dem sogenannten Ergänzungskegel an der betrachteten Stelle. In der Darstellung ist der Ergänzungskegel in die Bildebene abgewickelt, wobei aus dem ursprünglichen Teilkegel-Durchmesser  $d_m$  der Teilkreis-Durchmesser  $d_v = d_m / \cos \delta$  wird; alle Maße aus Abb. 2.8 werden in Tabelle 2.3 einzeln bezeichnet. Für Hypoidräder sind die entsprechenden Hauptmaße in Abb. 2.9 wiedergegeben und in Tabelle 2.4 beschrieben.



**Abb. 2.7** Definitionen der Kegelradgeometrie im Axialschnitt [ISO23509]

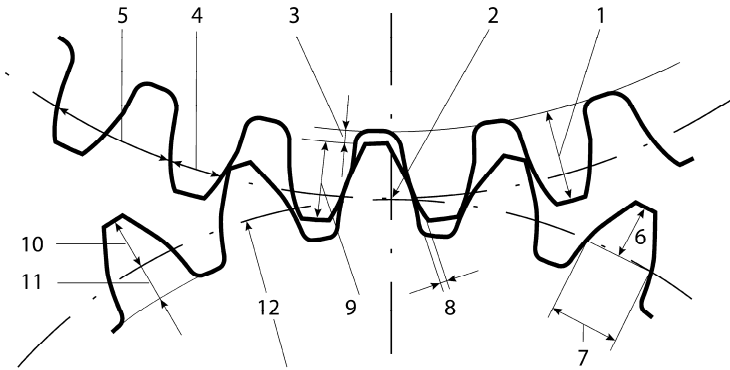
**Tabelle 2.2** Erläuterung von **Abb. 2.7**

| Nr. |                                               | Nr. |                                                                         |
|-----|-----------------------------------------------|-----|-------------------------------------------------------------------------|
| 1   | Winkel der Fersenkante                        | 13  | Einbaumaß $t_{B1}$ , $t_{B2}$                                           |
| 2   | Rückenkegelwinkel                             | 14  | äußere Teilkegellänge, $R_e$                                            |
| 3   | Rückenkegellänge                              | 15  | äußerer Durchmesser, $d_{ae1}$ , $d_{ae2}$                              |
| 4   | Kopfgrundspiel, $c$                           | 16  | Teilkegelwinkel, $\delta_1$ , $\delta_2$                                |
| 5   | Kopfkonturpunkt Ferse                         | 17  | Berührungspunkt der Teilkegelspitzen                                    |
| 6   | Abstand äußere Kopfkegelkante zur Einbaufäche | 18  | Abstand äußere Kopfkegelkante zum Kreuzungspunkt, $t_{x01}$ , $t_{x02}$ |
| 7   | Zahnfußwinkel, $\theta_{f1}$ , $\theta_{f2}$  | 19  | äußerer Teilkreisdurchmesser, $d_{e1}$ , $d_{e2}$                       |
| 8   | Kopfkegelwinkel $\delta_{a1}$ , $\delta_{a2}$ | 20  | Fußkegelwinkel, $\delta_{f1}$ , $\delta_{f2}$                           |
| 9   | Zahnbreite, $b$                               | 21  | Achswinkel, $\Sigma$                                                    |
| 10  | Winkel der Zehenkante                         | 22  | äquivalenter Teilkreisradius                                            |
| 11  | mittlere Teilkegellänge, $R_m$                | 23  | mittlerer Teilkegel-Durchmesser, $d_{m1}$ , $d_{m2}$                    |
| 12  | Auslegungspunkt                               |     |                                                                         |

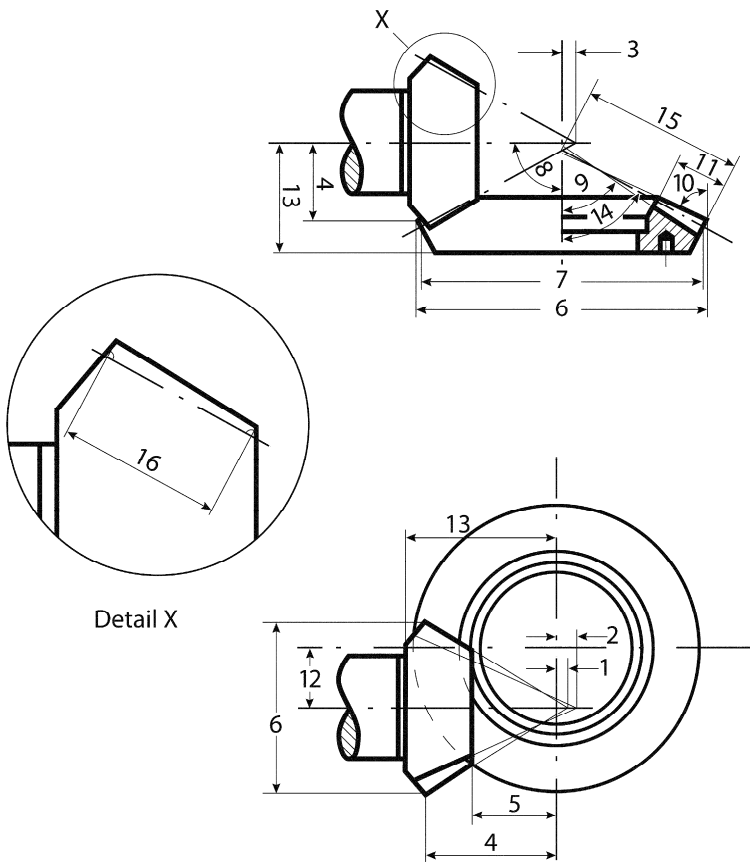
HINWEIS: Siehe Abb. 2.8. für den Stirnschnitt, A-A.

**Tabelle 2.3** Erläuterung von **Abb. 2.8** (Schnitt A-A in **Abb. 2.7**)

| Nr. |                                      | Nr. |                              |
|-----|--------------------------------------|-----|------------------------------|
| 1   | Zahnhöhe, $h_m$                      | 7   | Zahndicke $s_c$ (Sehnenmaß)  |
| 2   | Wälzpunkt                            | 8   | Verdrehflankenspiel          |
| 3   | Kopfgrundspiel, $c$                  | 9   | Eingriffstiefe, $h_{mw}$     |
| 4   | Zahndicke, $s_t$ (im Bogen gemessen) | 10  | Zahnkopfhöhe, $h_{am}$       |
| 5   | Kreisteilung                         | 11  | Zahnfußhöhe, $h_{fm}$        |
| 6   | Zahnkopfhöhe $h_{amc}$ (Sehnenmaß)   | 12  | äquivalenter Teilkreisradius |



**Abb. 2.8** Definitionen der Kegelradgeometrie im Stirnschnitt [ISO23509]



**Abb. 2.9** Definitionen der Hypoidradgeometrie im Axialschnitt [ISO23509]

**Tabelle 2.4** Erläuterung von **Abb. 2.9**

| Nr. |                                                                      | Nr. |                                             |
|-----|----------------------------------------------------------------------|-----|---------------------------------------------|
| 1   | Abstand Kopfkegelspitze zum Kreuzungspunkt, $t_{zF1}$                | 9   | Fußwinkel, $\delta_{f1}, \delta_{f2}$       |
| 2   | Abstand Fußkegelspitze zum Kreuzungspunkt, $t_{zR1}$                 | 10  | Kopfkegelwinkel, $\delta_{a1}, \delta_{a2}$ |
| 3   | Abstand Teilkegelspitze zum Kreuzungspunkt, $t_{z1}$                 | 11  | Zahnbreite des Rades, $b_2$                 |
| 4   | Abstand äußere Kopfkegelkante zum Kreuzungspunkt, $t_{x01}, t_{x02}$ | 12  | Hypoid-Achsversatz, $a$                     |
| 5   | Abstand innere Kopfkegelkante zum Kreuzungspunkt, $t_{x11}$          | 13  | Einbaumaß $t_{B1}, t_{B2}$                  |
| 6   | äußerer Durchmesser, $d_{ae1}, d_{ae2}$                              | 14  | Teilkegelwinkel, $\delta_2$                 |
| 7   | äußerer Teilkegel-Durchmesser, $d_{e1}, d_{e2}$                      | 15  | äußere Teilkegellänge, $R_e$                |
| 8   | Achswinkel, $\Sigma$                                                 | 16  | Zahnbreite des Ritzels, $b_1$               |

BEACHTEN: Abstände hinter der Mittellinie des korrespondierenden Rades bekommen positive, Abstände vor der Mittellinie negative Vorzeichen!

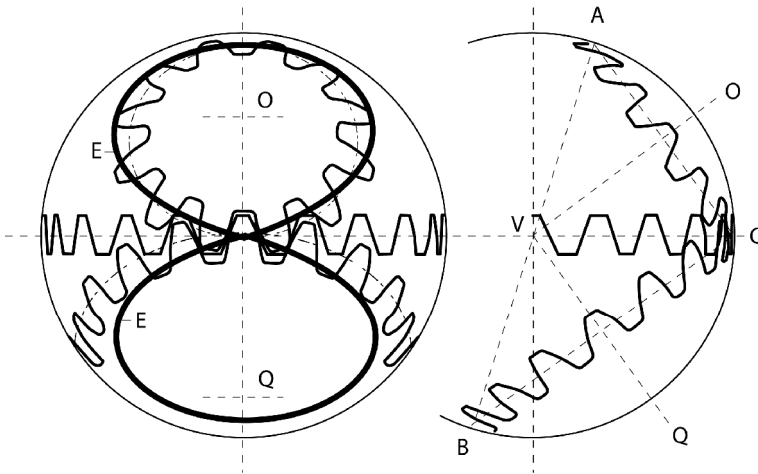
## 2.2.4 Zahnform

### 2.2.4.1 Zahnprofil

Wenn man ein nicht achsversetztes Kegelrad auf dem feststehenden Gegenrad abrollt, so bewegt sich ein beliebiger Punkt der Zahnflanke auf einer Kugeloberfläche, deren Mittelpunkt der Achsenschnittpunkt ist. Das zugehörige Zahnprofil erhält man aus dem Schnitt der Kegelradverzahnung mit der Kugeloberfläche [NIEM86.3] oder hinreichend genau aus dem abgewickelten Ergänzungskegel (siehe 2.2.3).

Bei Kegelrädern bevorzugt man, wie auch bei Stirnrädern, ein Trapezprofil als Bezugsprofil, d.h. als Zahnprofil der Planverzahnung (siehe Abb. 2.20). Das Planrad besitzt also im Normalschnitt gerade Flanken, die bei der Kegelradfertigung im Wälzverfahren als Werkzeugschneide längs der jeweiligen Flankenlinie bewegt wird. Die Zahnflanken der so entstehenden Oktoidenverzahnung sind identisch mit den Hüllflächen, die von den Zahnflanken des Planrades mit Trapezprofil am Kegelrad erzeugt werden, wenn die Teilkegel von Planrad und Kegelrad aufeinander abwälzen. Die Erzeugung der Oktoidenverzahnung entspricht damit der Erzeugung der Evolventen-Zahnflanke bei Stirnrädern. Das Abwälzen am Kegel bringt es aber mit sich, dass die Eingriffslinie der Oktoidenverzahnung in der Projektion geringfügig von der Geraden abweicht. Sie erscheint auf der betrachteten Kugeloberfläche als 8-förmige Kurve (siehe Abb. 2.10). Die Oktoiden-

verzahnung ist trotz der von der Geraden abweichenden Eingriffslinie (E) kinematisch exakt.



**Abb. 2.10** Definition einer Oktoidenverzahnung [NIEM86]

Als Zahnprofil für Kegelräder wäre auch die sogenannte Kugel-Evolvente geeignet. Diese Verzahnung besitzt ein Planrad mit gekrümmtem Flankenprofil, deren Krümmungsrichtung auf der Wälzebene wechselt. Die Zahnflanken entstehen aus der Abwicklung eines Kegelmantels vom Grundkegel, sie können aber nur punktweise hergestellt werden, weshalb diese Verzahnung keine praktische Bedeutung besitzt.

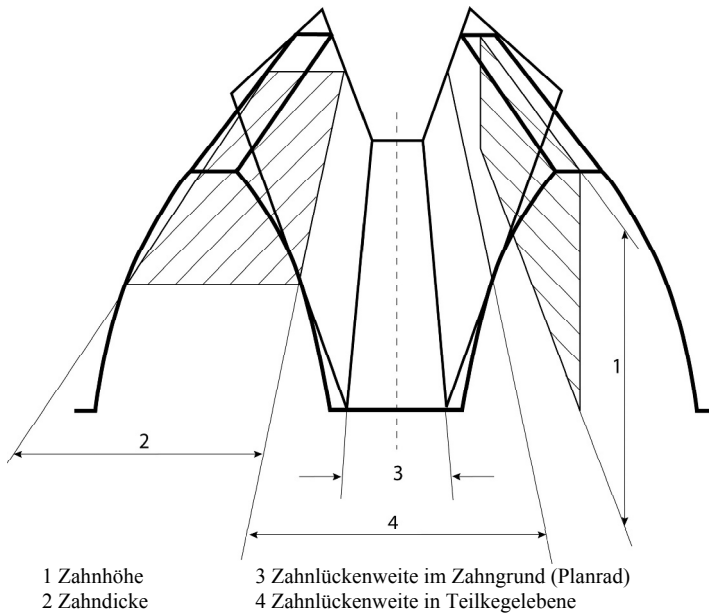
#### 2.2.4.2 Zahnhöhen und Rohteilgeometrie

Der Verlauf der Zahnhöhe über der Zahnbreite und die Rohteilgeometrie sind bei Kegelrädern wesentlich von der Herstellmethode abhängig (siehe Tabelle 2.1). Ohne die Kenntnis des gewählten Verzahnverfahrens kann auch die Geometrie nicht festgelegt werden. In Abb. 2.11 werden anhand einer vereinfachten Darstellung einer Kegelrad-Geradverzahnung die wichtigsten Zahnformgrößen definiert:

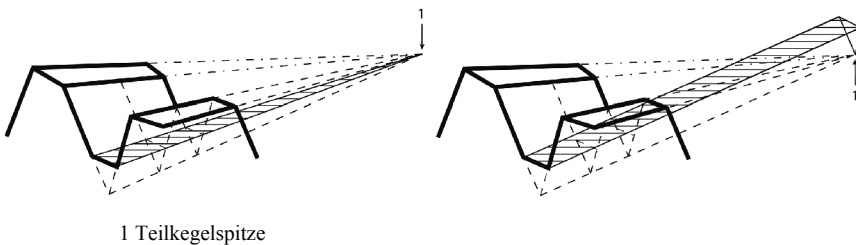
- Die Zahnhöhe kann über die Zahnbreite hinweg konstant sein oder sie nimmt von der Zehe zur Ferse kontinuierlich zu. Sie wird senkrecht zur Teilebene gemessen. Aus der Zahnhöhe und dem Fußkegelwinkel leitet sich letztendlich die Rohlingsform des Kegelrades ab.
- Die Zahndicke ist über die Zahnbreite hinweg veränderlich und wird auf den Teilkegel im Stirnschnitt oder Normalschnitt gemessen.
- Die Zahnlückenweite im Zahngrund ist abhängig vom Herstellverfahren und meistens konisch. Nur beim Palloid<sup>®</sup>-Verfahren im kontinuierlichen Teilprozess und beim Completing-Verfahren im Einzelteilprozess (siehe 2.1) ist sie im Normalschnitt über die Zahnbreite konstant. Für das Completing-Verfahren wird dies durch eine bestimmte Neigung der Zahnfußlinie (Tilted

Root Line) erreicht, wie in Abb. 2.12 anhand einer vereinfachten Darstellung einer Geradzahn-Kegelradlücke zu sehen ist. Ansonsten wird die Zahnlückenweite im Zahngrund vom Aufbau der Werkzeuge und deren Spitzenweiten und Werkzeug-Kopfrundungsradien bestimmt.

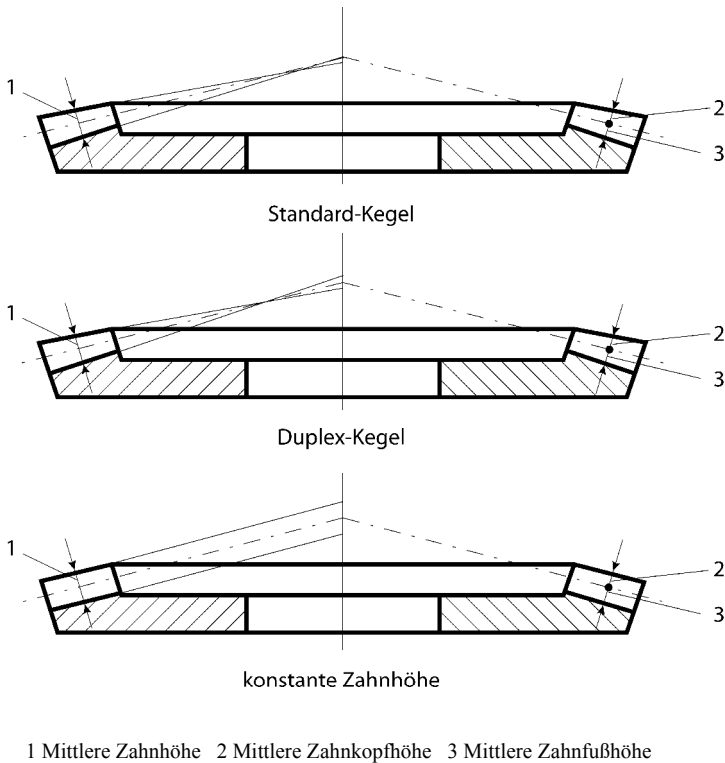
- In der Teilebene eines Kegelrades (Planradebene) ist der Verlauf der Zahnlückenweite im Normalschnitt generell nicht konstant. Die Ausnahme bildet die Palloidverzahnung, die als Flankenlängslinie eine Evolvente hat und daher in jedem Normalschnitt äquidistant zu sich selbst ist. Das Completing-Verfahren hat durch die speziell geneigte Zahnfußlinie zwar im Zahngrund die gewünschte konstante Lückenweite erreicht, in der Teilebene bleibt aber der konische Zahnlückenverlauf (siehe Abb. 2.12).



**Abb. 2.11** Zahnformgrößen [ISO23509]



**Abb. 2.12** Prinzip der Neigung der Zahnfußlinie [ISO23509]



**Abb. 2.13** Zahnhöhenformen

Abbildung 2.13 zeigt die gebräuchlichen Ausführungsformen der Zahnhöhe (Zahnhöhenformen), die im Folgenden kurz beschrieben werden. Die Formeln für die dazugehörigen Winkel sind in Tabelle 2.12 und in Tabelle 2.13 wiedergegeben.

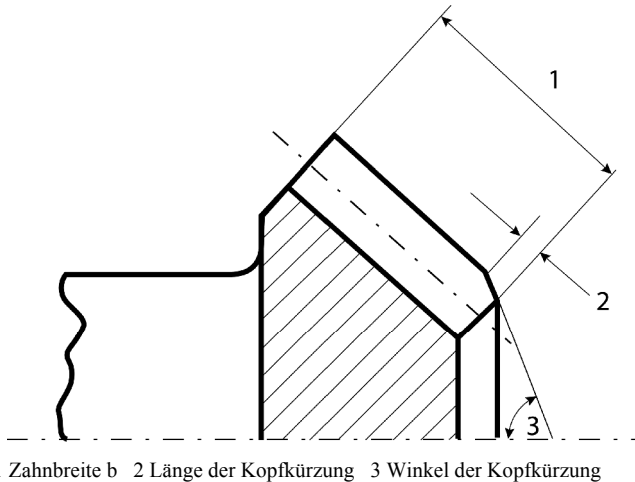
**Standard-Kegel** Beim Standard-Kegel ändert sich die Zahnfußhöhe direkt proportional zur Teilkegellänge des betrachteten Stirnschnitts. Die verlängerte Zahnfußlinie schneidet also die Achse des Kegelrades in dem Punkt, der mit der Teilkegelspitze zusammenfällt. Die verlängerte Zahnkopflinie schneidet die Achse in einem anderen Punkt, der sich aus der Zahnfußlinie des Gegenrades plus einem konstanten Kopfgrundspiel ergibt. Die Summe der Zahnfußwinkel von Ritzel und Tellerrad hängen nicht vom Werkzeugradius ab. Die meisten geradzahnenden Kegelräder weisen den Standard-Kegel auf.

**Duplex-Kegel** Diese Zahnhöhenform ergibt sich, wenn die Zahnfußlinie zusätzlich geneigt werden muss, wie es für das Completing-Verfahren erforderlich ist, um eine im Normalschnitt konstante Lückenweite im Zahngrund von Ritzel und Tellerrad zu bekommen (siehe Abb. 2.12). Die in Tabelle 2.12 und Tabelle 2.13 angegebenen Formeln zeigen, dass der Werkzeugradius  $r_{c0}$  einen entscheidenden

Einfluss auf den Neigungswinkel der Zahnfußlinie hat. Ein zu großer Werkzeugradius führt zu unsinnig kleinen Zahnhöhen an der Zehe und zu großen Zahnhöhen an der Ferse. Dadurch werden die Zahnköpfe an der Ferse zu dünn und am Fuß besteht die Gefahr von Unterschnitt. Deshalb wird empfohlen, den Werkzeugradius  $r_{c0}$  nicht größer als die mittlere Teilkegellänge des Tellerrades  $R_{m2}$  zu wählen. Bei einem zu kleinen Werkzeugradius kommt es zum gegenteiligen Effekt, weshalb dieser nicht kleiner als das 1,1fache von  $R_{m2} \sin \beta_{m2}$  gewählt werden sollte (siehe auch 3.4.4).

**Modifizierter Kegel** Bei dieser Zahnhöhenform weist das Tellerrad wie beim Duplex-Kegel eine konstante Zahnückenweite im Zahngrund auf, das Ritzel jedoch nicht. Damit kann nur das Tellerrad im Completing-Verfahren hergestellt werden (siehe Tabelle 2.12 und Tabelle 2.13).

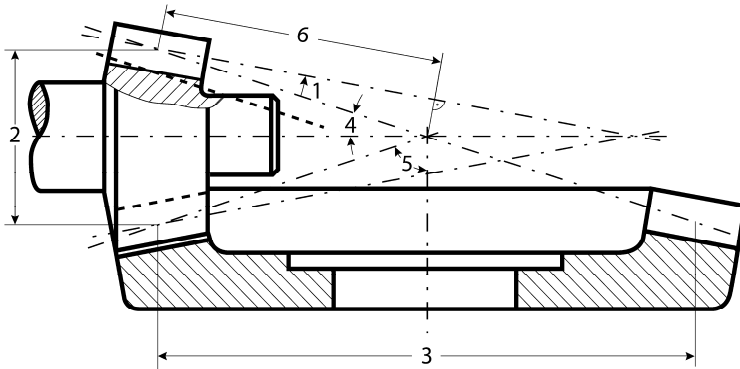
**Konstante Zahnhöhe** Wenn der Kegelradzahn über der Zahnbreite eine konstante Zahnhöhe aufweist, müssen der Kopf- und Fußkegelwinkel gleich groß sein, und beide haben ohne eine Winkelkorrektur den gleichen Wert wie der Teilkegelwinkel. Die Zahnkopfflinie verläuft damit parallel zur Zahnfußlinie. Wenn die Zahnköpfe an der Zehe dünner werden als der zulässige Wert, bei dem Durchhärten oder Rissbildung beginnt, wird eine sogenannte Kopfkürzung ausgeführt (siehe Abb. 2.14).



**Abb. 2.14** Kopfkürzung

Um ein Verschneiden des Werkzeuges mit einem Zapfen oder der Radwelle zu vermeiden, kann eine Winkelkorrektur ausgeführt werden (siehe Abb. 2.15). Dabei handelt es sich um eine Verdrehung der Zahnfuß- und Zahnkopfflinie um den Verzahnungsmittelpunkt (= Auslegungspunkt), die im Allgemeinen einen Betrag von  $5^\circ$  nicht übersteigen sollte. In Abweichung zu allen anderen Kegelradverzahn-

nungen werden bei winkelkorrigierter, konstant hoher Verzahnung die Zahnhöhen senkrecht zum Fußkegel und nicht senkrecht zum Teilkegel angegeben.



1 Winkelkorrektur

3 Mittlerer Teilkegel-Durchmesser  $d_{m2}$  am Rad

5 Teilkegelwinkel  $\delta_2$  am Tellerrad

2 Mittlerer Teilkegel-Durchmesser  $d_{m1}$  am Ritzel

4 Teilkegelwinkel  $\delta_1$  am Ritzel

6 Erzeugungsplanrad-Radius  $R_{mp}$

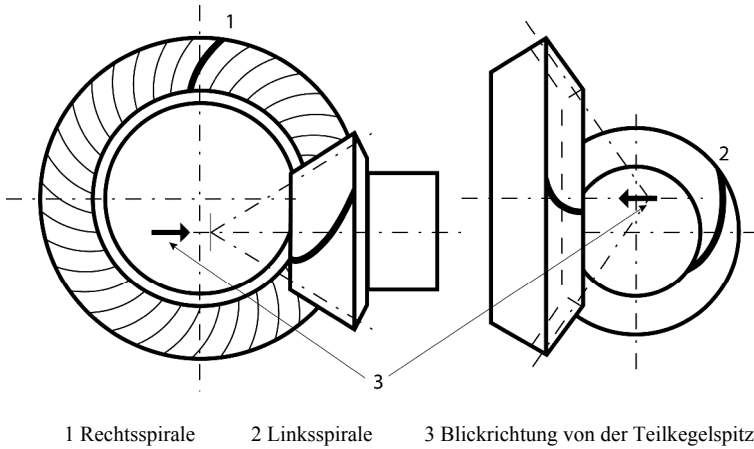
**Abb. 2.15** Winkelkorrektur

### 2.2.4.3 Zahnlängsform

Die verschiedenen Zahnlängsformen wurden bereits in 2.1 beschrieben. Die heute gebräuchlichsten Formen sind der Kreisbogen, der beim Einzelteilverfahren entsteht, und die verlängerte Epizykloide, die beim kontinuierlichen Teilverfahren entsteht. Im angelsächsischen Sprachraum wird das erstgenannte Verfahren Face Milling (FM) und das zweite Face Hobbing (FH) genannt.

### 2.2.4.4 Spiralrichtung

Um die Spiral- bzw. Schrägungsrichtung von Kegelrädern zu definieren, schaut man von der Spitze des Teilkegels aus auf den Zahn, der sich in 12-Uhr-Stellung befindet. Verläuft der Zahn, von vorn nach hinten betrachtet, nach rechts, ist die Spiralrichtung rechts und umgekehrt. Im Normalfall ist die konkave Flanke bei rechtsspiraligen Kegelrädern auf der rechten Seite, bei linksspiraligen auf der linken Seite des Zahnes (siehe Abb. 2.16). Im Sonderfall einer inversen Spirale sind diese Verhältnisse umgekehrt [SEIB03].



**Abb. 2.16** Definition der Spiralrichtung

#### 2.2.4.5 Zug- und Schubflanke

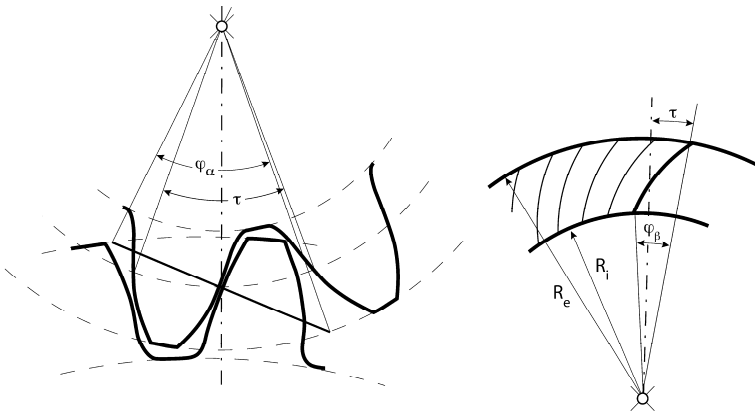
Bei Spiralkegelrädern mit positivem Achsversatz liegen günstigere Beanspruchungsverhältnisse vor, wenn die konkave Ritzelflanke das Tellerrad antreibt (siehe 3.4.2). Der Einsatz in Achsgetrieben von Kraftfahrzeugen hat dazu geführt, diese Flanke des Ritzelzahnes für den sogenannten Zugbetrieb zu wählen, d.h., wenn der Motor das Fahrzeug vorwärts antreibt. Die konvexe Ritzelflanke wird belastet, wenn das rollende Fahrzeug im sogenannten Schubetrieb den Motor antreibt und dadurch gebremst wird. Davon ausgehend bezeichnet man inzwischen generell bei allen Spiralkegelradsätzen mit und ohne Achsversatz

|              |                    |                                |
|--------------|--------------------|--------------------------------|
| am Ritzel    | die konkave Flanke | als Zugflanke (Drive Flank),   |
|              | die konvexe Flanke | als Schubflanke (Coast Flank), |
| am Tellerrad | die konvexe Flanke | als Zugflanke (Drive Flank),   |
|              | die konkave Flanke | als Schubflanke (Coast Flank). |

#### 2.2.4.6 Überdeckung

Die Überdeckung beschreibt – wie auch bei Stirnrädern – die Anzahl der Zähne, die im Mittel gleichzeitig im Eingriff sind. Man unterscheidet dabei die Profilüberdeckung  $\varepsilon_\alpha$ , die sich aus der Profilform ergibt, und die Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$ , die sich aus dem Spiralwinkel ergibt. Die Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_\gamma$  ist die Summe dieser beiden Teilüberdeckungen. In Abb. 2.17 sind die Zusammenhänge erläutert. Die Summe der beiden Teilüberdeckungen ist nur dann tatsächlich die Gesamtüberdeckung, wenn die Zahnflanken zueinander konjugiert sind. Diese kann mit Hilfe der Ersatz-Stirnradvverzahnung im Normalschnitt berechnet werden (siehe Tabelle 4.3). Da Kegelradverzahnungen aufgrund der Betriebsbedingungen immer ballig ausgeführt sind (siehe 3.1), ist ihre Gesamtüberdeckung jedoch im-

mer etwas kleiner. Legt man ein ellipsenförmiges Eingriffsfeld zugrunde, so kann man die Gesamtüberdeckung auch als Wurzel aus der Summe der Quadrate der Teilüberdeckungen berechnen [COLE52]. Diese Formel wird üblicherweise bei den genormten Tragfähigkeitsberechnungen (siehe Tabelle 4.2) verwendet und stellt eine gute Näherung dar. Eine genauere Bestimmung der Gesamtüberdeckung kann noch mit Hilfe der Zahnkontaktanalyse erfolgen (siehe 3.3). Die tatsächliche, effektive Gesamtüberdeckung, im Folgenden die wirksame Gesamtüberdeckung genannt (siehe Abb. 5.4), ist von der ausgeführten Balligkeit und zusätzlich, aufgrund der Abplattung des Kontaktes unter Last, deutlich von der Belastung abhängig. Sie lässt sich also nur mit Analyseverfahren für den Lastfall berechnen, die diese Abplattung, die Abdrängung der Zähne, die aufgrund der Zahnpaarsteifigkeit auftreten, und gegebenenfalls auch die Abdrängungen der Radachsen berücksichtigt. Dazu eignen sich am besten die heute üblichen Berechnungsverfahren, die FEM- bzw. BEM-Methoden zur Zahnkontaktanalyse unter Last nutzen (siehe 4.4).



**Abb. 2.17** Überdeckung

$$\text{Profilüberdeckung} \quad \varepsilon_{\alpha} = \frac{\text{Eingriffsstreckenwinkel}}{\text{Eingriffsteilungswinkel}} \frac{\varphi_{\alpha}}{\tau} \quad (2.1)$$

$$\text{Sprungüberdeckung} \quad \varepsilon_{\beta} = \frac{\text{Zahnbreitenwinkel}}{\text{Axialteilungswinkel}} \frac{\varphi_{\beta}}{\tau} \quad (2.2)$$

$$\text{Gesamtüberdeckung} \quad \varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} \quad \text{gültig für konjugierte Flanken} \quad (2.3)$$

$$\text{Gesamtüberdeckung} \quad \varepsilon_{\gamma} = \sqrt{\varepsilon_{\alpha}^2 + \varepsilon_{\beta}^2} \quad \text{für elliptisches Tragbild} \quad (2.4)$$

## 2.2.5 Hypoidräder

### 2.2.5.1 Achsversatz

Führt man bei einer Kegelradverzahnung einen Achsversatz ein, so geht man meist von einem gegebenen Tellerrad aus und ordnet das Ritzel im gewünschten Achsversatz so an, dass sich die Teilkegel der beiden Räder in der Mitte der Zahnbreite in der gemeinsamen Planradebene berühren. Die Richtung des Achsversatzes ergibt sich dabei aus der Spiralrichtung des Tellerrades, abhängig davon, ob ein sogenannter positiver Achsversatz (Ritzeldurchmesser wird größer) oder ein negativer Achsversatz (Ritzeldurchmesser wird kleiner) vorgenommen wird (siehe dazu 2.1 und Abb. 2.3).

Der Achsversatz ist unter anderem ein konstruktives Element, um Bodenfreiheit, Getriebebauraum, Tragfähigkeit und das Geräuschverhalten abzustimmen. Für die Bewertung des Achsversatzes ist die Einführung eines Hypoidfaktors  $f_H$  sinnvoll. Unabhängig von der Größe des Tellerrades lassen sich mit Hilfe des Hypoidfaktors die Verzahnungseigenschaften einfacher bewerten.

$$f_H = 2a / d_{m2}$$

$f_H = 0$  gilt für Kegelräder ohne Achsversatz

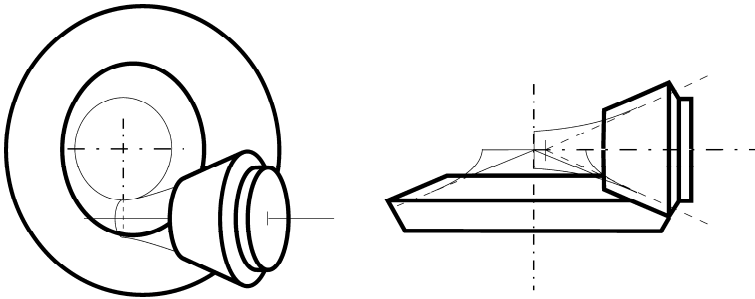
$f_H = 1$  gilt z.B. für Stirnschraubgetriebe

Das Vorzeichen ergibt sich dabei entsprechend der Vorzeichenregel für den Achsversatz (siehe Abb. 2.3). Mit positiv steigendem Hypoidfaktor nehmen nicht nur der Durchmesser, der Spiralwinkel und der Teilkegelwinkel des Ritzels zu, sondern damit steigen auch gleichzeitig die Sprungüberdeckung und die Axialkraft. Bei negativem Hypoidfaktor verhalten sich alle Parameter genau umgekehrt, bis das Ritzel im Extremfall ( $f_H = -1$ ) zylindrisch wird. Die Auswirkungen auf die Tragfähigkeit, den Wirkungsgrad und das Geräuschverhalten werden in den Kapiteln 4 und 5 beschrieben.

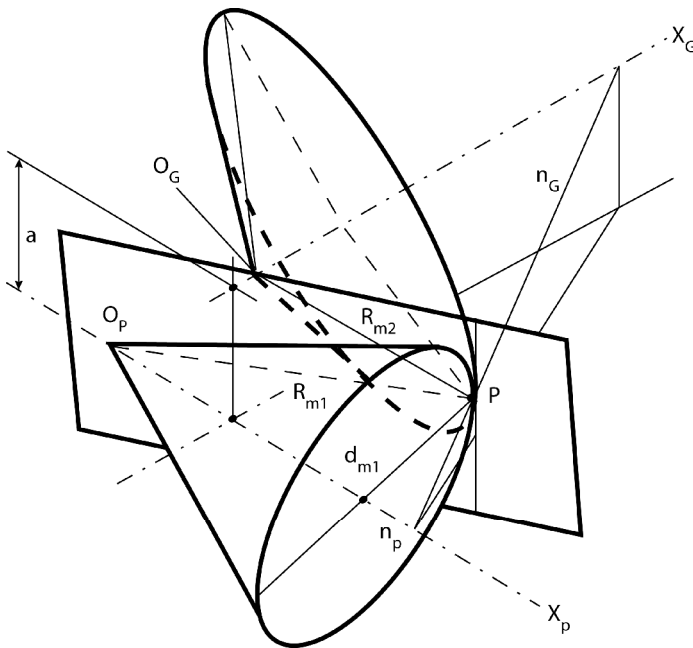
### 2.2.5.2 Hypoidgeometrie

„Grundkörper“ der achsversetzten Kegelräder, die als Kegelschraubgetriebe den allgemeinen Fall für Kegelräder darstellen, sind statt der Wälzkegel zwei einschalige Hyperboloide (daher „Hypoidräder“, siehe Abb. 2.18). Sie berühren sich entlang einer Geraden, der Schraubachse, und rollen bei gleichzeitigem Gleiten in Zahn längsrichtung aufeinander ab (Schraubbewegung). Da diese Räder wirtschaftlich herstellbar sein sollen und Kegelräder ohnehin mit Längs- und Höhenballigkeit ausgeführt werden, um Kantentragen zu vermeiden, hat man die hyperbolischen Schraubwälzflächen durch Kegelflächen angenähert. Somit erfüllt nur noch ein mittlerer Berührungspunkt P auf Ritzel und Tellerrad exakt die Bedingung, die die Schraubwälzbewegung fordert. Daraus ergibt sich ein Grundgerüst für das Hypoidgetriebe, bei dem vom mittleren Berührungspunkt P ausgehend die Teilkegel

von Ritzel und Tellerrad eine gemeinsame Berührebene aufspannen, wobei sich die Radachsen mit dem Achsabstand  $a$  kreuzen (siehe Abb. 2.19). Die dazugehörigen Teilkegelwinkel hängen nicht nur – wie beim Sonderfall des nicht achsversetzten Kegelrades – von Übersetzungsverhältnis und Achswinkel ab, sondern auch von Achsversatz, Werkzeugradius und anderen Faktoren. Die Berechnung der Teilkegelwinkel kann nur mit Hilfe einer Iteration durchgeführt werden (siehe 2.3.2). Der Berührungspunkt  $P$  wird auch Berechnungspunkt oder Auslegungspunkt genannt.



**Abb. 2.18** Hypoidgetriebe



**Abb. 2.19** „Grundgerüst“ eines Hypoidgetriebes [ISO23509]

### 2.2.5.3 Eingriffswinkel

Die für eine Kegelradauslegung gewählten Eingriffswinkel (siehe 3.1.1) werden nachfolgend als Nenneingriffswinkel  $\alpha_d$  („design“-Eingriffswinkel) bezeichnet. Sie müssen nicht auf beiden Zahnflanken gleich groß sein. Insbesondere Hypoidräder werden mit ungleichen Eingriffswinkeln an Zug- und Schubflanken (Definition siehe 2.2.4.5) ausgeführt, um die Gleitverhältnisse auf beiden Flanken anzugleichen. Bei Hypoidrädern ergibt sich im Allgemeinen als kleinster verzahnungstheoretisch realisierbarer Eingriffswinkel nicht  $0^\circ$ , wie bei Stirn- und nichtachsversetzten Kegelrädern, sondern der sogenannte Grenzeingriffswinkel  $\alpha_{lim}$ . Er ist unter anderem stark abhängig von Achsversatz, Spiralwinkel und auch vom Werkzeugradius (siehe Formel (2.35)). In dieser Formel kann für bestimmte Hypoidradauslegungen der Ausdruck  $(R_{m1} \sin \beta_{m1} - R_{m2} \sin \beta_{m2})$  zu null werden, dann erhält man auch einen Grenzeingriffswinkel von  $\alpha_{lim} = 0^\circ$ . Sobald  $\alpha_{lim}$  jedoch ungleich  $0^\circ$  ist, ergeben sich ungleiche Gleitverhältnisse und Eingriffsstrecken an Zug- und Schubflanken. Sie lassen sich durch Addition bzw. Subtraktion des vollen Betrags von  $\alpha_{lim}$  zum Nenneingriffswinkel an der Zugflanke bzw. vom Nenneingriffswinkel an der Schubflanke vollständig ausgleichen.

Um bei der Berechnung der Flankenwinkel am Werkzeug nicht immer den vollen Betrag des Grenzeingriffswinkels berücksichtigen zu müssen, wird der sogenannte Grenzeingriffswinkel-Einflussfaktor  $f_{alim}$  eingeführt. Zum einen lassen sich, z.B. beim Einsatz von genormten Werkzeugen oder Formmessern, deren Flankenwinkel nicht ohne Weiteres ändern. Zum anderen werden Stabmesser und Schleifscheiben eingesetzt, deren Flankenwinkel zwar unterschiedlich sein können, aber einen Mindestwert nicht unterschreiten dürfen, damit diese Werkzeuge noch in ihrer Längsrichtung nachschärfbar sind. Bei Formmessern wird also  $f_{alim} = 0$  verwendet, d.h., dass kein Ausgleich der Eingriffswinkel und damit der Gleitverhältnisse erfolgt; ist  $f_{alim} = 1$ , so erfolgt der volle Ausgleich. Beim Completing-Verfahren wird meist  $f_{alim} \approx 0,5$  verwendet, da eine große Werkzeugneigung benötigt wird. Dieser Neigungswinkel muss noch an beiden Flankenwinkeln des Werkzeugs berücksichtigt werden, wodurch es bei einem Flankenwinkel zu sehr kleinen Werten kommen könnte und dieses Werkzeug nicht nachschärfbar wäre.

Wenn der Nenneingriffswinkel  $\alpha_d$  um den Grenzeingriffswinkel  $\alpha_{lim}$ , multipliziert mit dem Grenzeingriffswinkel-Einflussfaktor  $f_{alim}$ , modifiziert wird, so ergibt sich der Flankenwinkel  $\alpha_n$  des Erzeugungsrades (siehe Formeln (2.55) und (2.56)). Der in Bezug auf die Gleitverhältnisse wirksame Eingriffswinkel wird „effektiver“ Eingriffswinkel  $\alpha_e$  genannt und ist stets der Erzeugungsrad-Flankenwinkel  $\alpha_n$  plus bzw. minus Grenzeingriffswinkel (siehe Formeln (2.57) und (2.58)).

Alle diese Zusammenhänge sind formelmäßig in Tabelle 2.10 wiedergegeben.

## 2.3 Berechnung der Kegelradgeometrie

### 2.3.1 Struktur der Berechnungsmethode

Nach Festlegung der Eingabedaten können die Geometrien der Teilkegel von Ritzel und Rad berechnet werden. Entweder erfolgt die Berechnung eines nicht achsversetzten Kegelradpaares oder eines Hypoidradpaares. Für die Berechnung der Teilkegelparameter von Hypoidrädern gibt es prinzipiell verschiedene Methoden, z.B. die in [AGMA2005] beschriebene Methode, das Oerlikon-Verfahren und das Verfahren nach der Klingelberg Werknorm [KN3029]. Trotzdem sind ihre Ergebnisse nicht sehr weit voneinander entfernt.

Die iterative Berechnung der Geometriedaten einer Hypoidverzahnung geht von gegebenen, bzw. aufgrund von Überlegungen zur Tragfähigkeit (siehe 3.1) gewählten Geometrieparametern aus. Dazu gehören je nach gewählter Methode der Achswinkel  $\Sigma$ , der Achsversatz  $a$ , die Zähnezahlen von Ritzel und Tellerrad  $z_{1/2}$ , der mittlere oder der äußere Teilkegel-Durchmesser  $d_{m2}$  oder  $d_{e2}$ , der Spiralwinkel von Ritzel oder Rad  $\beta_{m1/2}$ , der Werkzeugradius  $r_{c0}$  sowie die Messergruppenzahl  $z_0$ . Anhand dieser Eingabeparameter werden die Geometriedaten der Teilkegel von Ritzel und Rad berechnet, so dass das „Grundgerüst“ eines Hypoidgetriebes, wie in Abb. 2.19 dargestellt, aufgebaut werden kann. Die Gleichungen zur Geometrieberechnung von Kegelrädern ohne Achsversatz sind geschlossen lösbar, d.h., auch ausgehend von anderen Geometriedaten ist eine vollständige Geometrieberechnung möglich.

In beiden Fällen kann mit den Parametern der Teilkegel die verbleibende Verzahnungsgeometrie geschlossen berechnet werden. Die dazu nötigen zusätzlichen Geometrieangaben sind nach dem typischerweise in Europa verwendeten System mit Profilfaktoren („Datentyp A“) oder dem AGMA-System („Datentyp B“) vorgebar. Die entsprechenden Faktoren können ineinander umgerechnet werden, so dass mit ihnen dieselbe Verzahnungsgeometrie beschrieben werden kann.

Sowohl die einzelnen Methoden zur Ermittlung der Teilkegeldaten, als auch die verschiedenen Datentypen bei der Berechnung der verbleibenden Verzahnungsgeometrie, können prinzipiell vollkommen unabhängig miteinander kombiniert werden und sind nicht vom verwendeten Verzahnverfahren abhängig.

### 2.3.2 Berechnung der Teilkegelparameter

**Eingabedaten** Im Folgenden wird jeweils nur eine Methode für die Berechnung von Kegelrädern ohne Achsversatz und für die Berechnung von Hypoidrädern wiedergegeben. Andere Methoden können in der ISO 23509 nachgelesen werden.

In Tabelle 2.5 sind die notwendigen Eingabedaten zusammengestellt. Diese Eingaben müssen so gewählt sein, dass sich eine tragfähige Verzahnung ergibt (siehe 3.1).

Die nachfolgend beschriebenen Formeln führen zu den Teilkegelparametern  $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\beta_{m1}$ ,  $\beta_{m2}$  und  $c_{be2}$ . Der Parameter  $c_{be2}$ , (Zahnbreitenfaktor) beschreibt das Verhältnis  $(R_{e2}-R_{m2})/b_2$ . Dieser Faktor wird benötigt, da der Berechnungspunkt nicht immer in die Mitte der Zahnbreite des Tellerrades gelegt wird. Der Einfachheit halber wird jedoch empfohlen, diesen Faktor  $c_{be2} = 0,5$  zu setzen, so dass der Berechnungspunkt exakt auf der halben Zahnbreite des Tellerrades zu liegen kommt und nicht noch mehr Parameter die Berechnungsergebnisse beeinflussen können.

**Tabelle 2.5** Eingabedaten für die Berechnung der Teilkegelparameter

| Symbol       | Beschreibung                                                        | Methode 0<br>(Kegelräder) | Methode 1<br>(Hypoidräder) |
|--------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------|----------------------------|
| $\Sigma$     | Achswinkel                                                          | X                         | X                          |
| a            | Achsversatz                                                         | 0,0                       | X                          |
| $z_{1,2}$    | Zähnezahl                                                           | X                         | X                          |
| $d_{e2}$     | Äußerer Teilkegel-Durchmesser des Tellerrades                       | X                         | X                          |
| $b_2$        | Zahnbreite des Tellerrades                                          | X                         | X                          |
| $\beta_{m1}$ | mittlerer Spiralwinkel des Ritzels                                  | –                         | X                          |
| $\beta_{m2}$ | mittlerer Spiralwinkel des Tellerrades                              | X                         | –                          |
| $r_{c0}$     | Werkzeugradius                                                      | X                         | X                          |
| $z_0$        | Anzahl der Messergruppen<br>(nur für kontinuierliche Fräsverfahren) | X                         | X                          |

In Tabelle 2.6 werden die Formeln zur Berechnung der Teilkegelparameter für Kegelräder ohne Achsversatz wiedergegeben. Die Formeln können leicht so angepasst werden, dass man auch mit anderen Eingabedaten als mit denen aus Tabelle 2.5 die Ergebnisse erreichen kann. Für nicht achsversetzte Kegelräder wird der Zahnbreitenfaktor auf jeden Fall auf  $c_{be2} = 0,5$  gesetzt.

**Tabelle 2.6** Berechnung der Teilkegelparameter für Kegelräder ohne Achsversatz

| Bezeichnung             | Formel                                                               | Nr.    |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------|--------|
| Übersetzung             | $u = \frac{z_2}{z_1}$                                                | (2.5)  |
| Teilkegelwinkel, Ritzel | $\delta_1 = \arctan\left(\frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + u}\right)$ | (2.6)  |
| Teilkegelwinkel, Rad    | $\delta_2 = \Sigma - \delta_1$                                       | (2.7)  |
| äußere Teilkegellänge   | $R_{e1,2} = \frac{d_{e2}}{2 \sin \delta_2}$                          | (2.8)  |
| mittlere Teilkegellänge | $R_{m1,2} = R_{e2} - \frac{b_2}{2}$                                  | (2.9)  |
| Spiralwinkel, Ritzel    | $\beta_{m1} = \beta_{m2}$                                            | (2.10) |
| Zahnbreitenfaktor       | $c_{be2} = 0,5$                                                      | (2.11) |

In Tabelle 2.7 werden die Formeln zur Berechnung der Teilkegelparameter für Hypoidräder wiedergegeben. Da die Berechnung nur mit Hilfe einer Iteration durchgeführt werden kann, müssen innerhalb des Berechnungsweges einige Hilfs-  
werte bestimmt werden.

**Tabelle 2.7** Berechnung der Teilkegelparameter für Hypoidräder

| Bezeichnung                                                | Formel                                                                                                          | Nr.    |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Übersetzung                                                | $u = \frac{z_2}{z_1}$                                                                                           | (2.12) |
| angestrebter<br>Ritzel-Spiralwinkel                        | $\beta_{\Delta 1} = \beta_{m1}$                                                                                 | (2.13) |
| angenäherter<br>Teilkegelwinkel, Rad                       | $\delta_{\text{int}2} = \arctan\left(\frac{u \sin \Sigma}{1,2 (1 + u \cos \Sigma)}\right)$                      | (2.14) |
| mittlerer<br>Teilkegelradius, Rad                          | $r_{mpt2} = \frac{d_{e2} - b_2 \sin \delta_{\text{int}2}}{2}$                                                   | (2.15) |
| angenäherter Ritzel-<br>Achsversatzwinkel,<br>in Teilebene | $\varepsilon'_i = \arcsin\left(\frac{a \sin \delta_{\text{int}2}}{r_{mpt2}}\right)$                             | (2.16) |
| angenäherter Hypoid-<br>abmessungsfaktor                   | $K_1 = \tan \beta_{\Delta 1} \sin \varepsilon'_i + \cos \varepsilon'_i$                                         | (2.17) |
| angenäherter mittlerer<br>Teilkegelradius, Ritzel          | $r_{mn1} = \frac{r_{mpt2} K_1}{u}$                                                                              | (2.18) |
| Achsversatzwinkel,<br>Rad, in Axialebene                   | $\eta = \arctan\left[\frac{a}{r_{mpt2} (\tan \delta_{\text{int}2} \sin \Sigma + \cos \Sigma) + r_{mn1}}\right]$ | (2.19) |

Beginn der Iteration

**Tabelle 2.7** (Fortsetzung)

|                                                       |                                                                                                                            |        |
|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Zwischenwert Achsversatzwinkel, Ritzel, in Axialebene | $\varepsilon_2 = \arcsin\left(\frac{a - r_{mn1} \sin \eta}{r_{mpt2}}\right)$                                               | (2.20) |
| Zwischenwert Teilkegelwinkel, Ritzel                  | $\delta_{int1} = \arctan\left(\frac{\sin \eta}{\tan \varepsilon_2 \sin \Sigma} - \frac{\cos \eta}{\tan \Sigma}\right)$     | (2.21) |
| Zwischenwert Ritzel-Achsversatzwinkel, in Teilebene   | $\varepsilon'_2 = \arcsin\left(\frac{\sin \varepsilon_2 \sin \Sigma}{\cos \delta_{int1}}\right)$                           | (2.22) |
| Zwischenwert mittlerer Spiralwinkel, Ritzel           | $\beta_{mint1} = \arctan\left(\frac{K_1 - \cos \varepsilon'_2}{\sin \varepsilon'_2}\right)$                                | (2.23) |
| Inkrement Hypoidabmessungsfaktor                      | $\Delta K = \sin \varepsilon'_2 (\tan \beta_{\Delta 1} - \tan \beta_{mint1})$                                              | (2.24) |
| Inkrement mittlerer Teilkegelradius, Ritzel           | $\Delta r_{mpt1} = r_{mpt2} \frac{\Delta K}{u}$                                                                            | (2.25) |
| Achsversatzwinkel, Ritzel, in Axialebene              | $\varepsilon_1 = \arcsin\left(\sin \varepsilon_2 - \frac{\Delta r_{mpt1}}{r_{mpt2}} \sin \eta\right)$                      | (2.26) |
| Teilkegelwinkel, Ritzel                               | $\delta_1 = \arctan\left(\frac{\sin \eta}{\tan \varepsilon_1 \sin \Sigma} - \frac{\cos \eta}{\tan \Sigma}\right)$          | (2.27) |
| Achsversatzwinkel, Ritzel, in Teilebene               | $\varepsilon'_1 = \arcsin\left(\frac{\sin \varepsilon_1 \sin \Sigma}{\cos \delta_1}\right)$                                | (2.28) |
| mittlerer Spiralwinkel, Ritzel                        | $\beta_{m1} = \arctan\left(\frac{K_1 + \Delta K - \cos \varepsilon'_1}{\sin \varepsilon'_1}\right)$                        | (2.29) |
| mittlerer Spiralwinkel, Rad                           | $\beta_{m2} = \beta_{m1} - \varepsilon'_1$                                                                                 | (2.30) |
| Teilkegelwinkel, Rad                                  | $\delta_2 = \arctan\left(\frac{\sin \varepsilon_1}{\tan \eta \sin \Sigma} - \frac{\cos \varepsilon_1}{\tan \Sigma}\right)$ | (2.31) |
| mittlere Teilkegellänge, Ritzel                       | $R_{m1} = \frac{r_{mn1} + \Delta r_{mpt1}}{\sin \delta_1}$                                                                 | (2.32) |
| mittlere Teilkegellänge, Rad                          | $R_{m2} = \frac{r_{mpt2}}{\sin \delta_2}$                                                                                  | (2.33) |

Kegelräder

Grundlagen, Anwendungen

Klingelnberg, J. (Hrsg.)

2008, XXVI, 381 S. 206 Abb., Hardcover

ISBN: 978-3-540-71859-8