

Inhaltsverzeichnis

Teil I. Wahrscheinlichkeitstheorie

1. Kombinatorik	3
1.1 Einleitung	3
1.2 Grundbegriffe der Kombinatorik	3
1.3 Permutationen	4
1.3.1 Permutationen ohne Wiederholung	4
1.3.2 Permutationen mit Wiederholung	6
1.4 Kombinationen	7
1.4.1 Kombinationen ohne Wiederholung und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge	7
1.4.2 Kombinationen ohne Wiederholung, aber mit Berücksichtigung der Reihenfolge	9
1.4.3 Kombinationen mit Wiederholung, aber ohne Berücksichtigung der Reihenfolge	10
1.4.4 Kombinationen mit Wiederholung und mit Berücksichtigung der Reihenfolge	10
1.5 Zusammenfassung	11
1.6 Aufgaben und Kontrollfragen	12
2. Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung	13
2.1 Einleitung	13
2.2 Zufällige Ereignisse	14
2.3 Relative Häufigkeit und Laplacesche Wahrscheinlichkeit	17
2.4 Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung	19
2.4.1 Folgerungen aus den Axiomen	19
2.4.2 Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten	21
2.5 Bedingte Wahrscheinlichkeit	21
2.5.1 Motivation und Definition	21
2.5.2 Der Satz von Bayes	23
2.6 Unabhängigkeit	27
2.7 Aufgaben und Kontrollfragen	30

3. Zufällige Variablen	35
3.1 Einleitung	35
3.2 Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	37
3.3 Diskrete Zufallsvariablen und ihre Verteilungsfunktion	39
3.4 Stetige Zufallsvariablen und ihre Verteilungsfunktion	42
3.5 Erwartungswert und Varianz einer Zufallsvariablen	47
3.5.1 Erwartungswert	48
3.5.2 Rechenregeln für den Erwartungswert	48
3.5.3 Varianz	50
3.5.4 Rechenregeln für die Varianz	50
3.5.5 Standardisierte Zufallsvariablen	52
3.5.6 Erwartungswert und Varianz des arithmetischen Mittels	52
3.5.7 Ungleichung von Tschebyschev	53
3.5.8 $k\sigma$ -Bereiche	55
3.6 Die Quantile, der Median und der Modalwert einer Verteilung	56
3.7 Zweidimensionale Zufallsvariablen	57
3.7.1 Zweidimensionale diskrete Zufallsvariablen	57
3.7.2 Zweidimensionale stetige Zufallsvariablen	59
3.7.3 Momente von zweidimensionalen Zufallsvariablen	61
3.7.4 Korrelationskoeffizient	63
3.8 Aufgaben und Kontrollfragen	64
4. Diskrete und stetige Standardverteilungen	69
4.1 Einleitung	69
4.2 Spezielle diskrete Verteilungen	69
4.2.1 Die diskrete Gleichverteilung	69
4.2.2 Die Einpunktverteilung	70
4.2.3 Die Null-Eins-Verteilung	70
4.2.4 Die hypergeometrische Verteilung	72
4.2.5 Die Binomialverteilung	74
4.2.6 Die geometrische Verteilung	77
4.2.7 Die Poissonverteilung	79
4.2.8 Die Multinomialverteilung	80
4.3 Spezielle stetige Verteilungen	82
4.3.1 Die stetige Gleichverteilung	82
4.3.2 Die Exponentialverteilung	83
4.3.3 Die Normalverteilung	85
4.3.4 Die zweidimensionale Normalverteilung	89
4.4 Prüfverteilungen	91
4.4.1 Die χ^2 -Verteilung	91
4.4.2 Die t -Verteilung	92
4.4.3 Die F -Verteilung	93
4.5 Aufgaben und Kontrollfragen	94

5. Grenzwertsätze und Approximationen	97
5.1 Die stochastische Konvergenz	97
5.2 Das Gesetz der großen Zahlen	98
5.3 Der zentrale Grenzwertsatz	99
5.4 Approximationen	100
5.4.1 Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung	101
5.4.2 Approximation der Binomialverteilung durch die Poissonverteilung	103
5.4.3 Approximation der Poissonverteilung durch die Normalverteilung	103
5.4.4 Approximation der hypergeometrischen Verteilung durch die Binomialverteilung	103
5.5 Aufgaben und Kontrollfragen	105

Teil II. Induktive Statistik

6. Schätzung von Parametern	109
6.1 Einleitung	109
6.2 Allgemeine Theorie der Punktschätzung	110
6.3 Maximum-Likelihood-Schätzung	112
6.3.1 Das Maximum-Likelihood-Prinzip	112
6.3.2 Herleitung der ML-Schätzungen für die Parameter der Normalverteilung	114
6.4 Konfidenzschätzungen von Parametern	117
6.4.1 Grundlagen	117
6.4.2 Konfidenzschätzung der Parameter einer Normalverteilung	118
6.5 Schätzen einer Binomialwahrscheinlichkeit	122
6.6 Aufgaben und Kontrollfragen	125
7. Prüfen statistischer Hypothesen	127
7.1 Einleitung	127
7.2 Testtheorie	127
7.3 Einstichprobenprobleme bei Normalverteilung	131
7.3.1 Prüfen des Mittelwertes bei bekannter Varianz (einfacher Gauss-Test)	131
7.3.2 Prüfung des Mittelwertes bei unbekannter Varianz (einfacher t -Test)	135
7.3.3 Prüfen der Varianz; χ^2 -Test für die Varianz	137
7.4 Zweistichprobenprobleme bei Normalverteilung	139
7.4.1 Prüfen der Gleichheit der Varianzen (F -Test)	139
7.4.2 Prüfen der Gleichheit der Mittelwerte zweier unabhängiger normalverteilter Zufallsvariablen	142

7.4.3	Prüfen der Gleichheit der Mittelwerte aus einer verbundenen Stichprobe (paired t -Test)	145
7.5	Prüfen der Korrelation zweier Normalverteilungen	147
7.6	Prüfen von Hypothesen über Binomialverteilungen	149
7.6.1	Prüfen der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses (Binomialtest für p)	149
7.6.2	Prüfen der Gleichheit zweier Binomialwahrscheinlichkeiten	152
7.6.3	Exakter Test von Fisher	153
7.6.4	McNemar-Test für binären Response	155
7.7	Testentscheidung mit Statistik Software	157
7.8	Aufgaben und Kontrollfragen	161
8.	Nichtparametrische Tests	165
8.1	Einleitung	165
8.2	Anpassungstests	165
8.2.1	Chi-Quadrat-Anpassungstest	166
8.2.2	Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest	168
8.3	Homogenitätstests für zwei unabhängige Stichproben	172
8.3.1	Kolmogorov-Smirnov-Test im Zweistichprobenproblem	172
8.3.2	Mann-Whitney- U -Test	174
8.4	Homogenitätstests im matched-pair Design	179
8.4.1	Vorzeichen-Test	179
8.4.2	Wilcoxon-Test	182
8.5	Matched-Pair Design: Prüfung der Rangkorrelation	184
8.6	Aufgaben und Kontrollfragen	187

Teil III. Modellierung von Ursache–Wirkungsbeziehungen

9.	Lineare Regression	193
9.1	Bivariate Ursache-Wirkungsbeziehungen	193
9.2	Induktive univariate lineare Regression	194
9.2.1	Eigenschaften der Schätzfunktion b	195
9.2.2	Hypothesentests für den Parameter b	197
9.3	Induktive multiple Regression	197
9.3.1	Beste lineare erwartungstreue Schätzung von β	198
9.3.2	Schätzung von σ^2	199
9.3.3	Klassische Normalregression	200
9.3.4	Maximum-Likelihood-Schätzung	200
9.3.5	Prüfen von linearen Hypothesen	201
9.3.6	Prüfen der univariaten Regression	206
9.3.7	Konfidenzbereiche	208
9.3.8	Vergleich von Modellen	212
9.3.9	Kriterien zur Modellwahl	213

9.3.10 Die bedingte KQ-Schätzung	215
9.4 Ein komplexes Beispiel	215
9.4.1 Normalverteilungsannahme	216
9.4.2 Schrittweise Einbeziehung von Variablen	217
9.4.3 Grafische Darstellung	221
9.5 Kategoriale Einflussgrößen	222
9.6 Aufgaben und Kontrollfragen	227
10. Varianzanalyse	231
10.1 Einleitung	231
10.2 Einfaktorielle Varianzanalyse	232
10.2.1 Darstellung als restriktives Modell	235
10.2.2 Zerlegung der Fehlerquadratsumme	237
10.2.3 Schätzung von σ^2	239
10.2.4 Prüfen des Modells	240
10.3 Multiple Vergleiche von einzelnen Mittelwerten	243
10.4 Rangvarianzanalyse – Kruskal-Wallis-Test	246
10.5 Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Wechselwirkung	250
10.5.1 Definitionen und Grundprinzipien	250
10.5.2 Modellannahmen	254
10.6 Aufgaben und Kontrollfragen	262
11. Analyse von Kontingenztafeln	265
11.1 Zweidimensionale kategoriale Zufallsvariablen	265
11.2 Unabhängigkeit	267
11.3 Inferenz in Kontingenztafeln	268
11.3.1 Stichprobenschemata für Kontingenztafeln	268
11.3.2 ML-Schätzung bei Multinomialschema	270
11.3.3 Exakter Test von Fisher für 2×2 -Tafeln	273
11.3.4 Maximum-Likelihood-Quotienten-Test auf Unabhängigkeit	273
11.4 Differenziertere Untersuchung von $I \times J$ -Tafeln	274
11.5 Die Vierfeldertafel	277
11.6 Zweifache Klassifikation und loglineare Modelle	280
11.7 Aufgaben und Kontrollfragen	286
12. Lebensdaueranalyse	289
12.1 Problemstellung	289
12.2 Survivorfunktion und Hazardrate	291
12.3 Kaplan-Meier-Schätzung	292
12.4 Log-Rank-Test zum Vergleich von Survivorfunktionen	296
12.5 Einbeziehung von Kovariablen in die Überlebensanalyse	300
12.5.1 Das Proportional-Hazard-Modell von Cox	301
12.5.2 Überprüfung der Proportionalitätsannahme	302
12.5.3 Schätzung des Cox-Modells	303

12.5.4	Schätzung der Überlebensfunktion unter dem Cox-Ansatz	304
12.5.5	Einige Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Verweildauer	304
12.5.6	Modellierung der Hazardrate	306
12.6	Aufgaben und Kontrollfragen	309
13.	Fehlende Daten	311
13.1	Betrachtung eines einzelnen Merkmals	314
13.1.1	Behandlung fehlender Daten für eine binäre Zufallsvariable	314
13.1.2	Fehlende Daten bei einer univariat normalverteilten Zufallsvariable	321
13.2	Betrachtung zweier Merkmale	321
13.2.1	Zwei kategoriale Merkmale	323
<hr/>		
Teil IV. Einführung in statistische Software		
<hr/>		
14.	Einführung in SPSS	329
14.1	Grundaufbau des Programms	329
14.1.1	Das Datenfenster	330
14.1.2	Das Ausgabefenster	331
14.1.3	Das Syntaxfenster	332
14.2	Einige praktische Beispiele	333
14.2.1	Wahrscheinlichkeitstheorie und die Erzeugung von Zufallszahlen	333
14.2.2	Verwendung von statistischen Tests	337
14.2.3	Modellierung von Ursache-Wirkungsbeziehungen	346
15.	Einführung in R	353
15.1	Installation und Grundaufbau des Programmpakets R	353
15.1.1	R als überdimensionierter Taschenrechner	354
15.1.2	Programmiersprache R	355
15.1.3	Grafische Fähigkeiten von R	356
15.2	Einige praktische Beispiele	360
15.2.1	Wahrscheinlichkeitstheorie und die Erzeugung von Zufallszahlen	360
15.2.2	Verwendung von statistischen Tests	364
15.2.3	Modellierung von Ursache-Wirkungsbeziehungen	378
A.	Lösungen zu den Übungsaufgaben	387
A.1	Kombinatorik	388
A.2	Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung	391
A.3	Zufällige Variablen	401

A.4	Diskrete und stetige Standardverteilungen	415
A.5	Grenzwertsätze und Approximationen	424
A.6	Schätzung von Parametern	429
A.7	Prüfen statistischer Hypothesen	434
A.8	Nichtparametrische Tests	441
A.9	Lineare Regression	450
A.10	Varianzanalyse	453
A.11	Analyse von Kontingenztafeln	456
A.12	Lebensdaueranalyse	460
B.	Tabellenanhang	463
	Literatur	477
	Sachverzeichnis	479

Induktive Statistik

Eine Einführung mit R und SPSS

Toutenburg, H.; Heumann, C.

2008, XIX, 483 S., Softcover

ISBN: 978-3-540-77509-6