

Table des matières

1 Introduction

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Interprétation de la théorie des suites de Sturm en termes de signatures et d'indice de Maslov | 1 |
| 1.2 | Énoncé du théorème fondamental de la K-théorie hermitienne et esquisse de notre démonstration | 4 |
| 1.3 | Relation avec la périodicité de Bott | 8 |
| 1.4 | Plan du mémoire | 9 |
| 1.5 | Conseils de lecture pour le lecteur pressé | 11 |
| | Avertissement | 12 |
| | Crédits | 12 |

2 Algèbre linéaire symplectique

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Définitions et notations | 13 |
| 2.2 | Formes de Sturm | 19 |
| 2.3 | Réduction symplectique, formes génératrices | 23 |
| 2.4 | Raffinements de la proposition 2.2.4 | 25 |

3 Sur la “composante connexe” du point base dans la lagrangienne infinie

| | | |
|-------|---|----|
| 3.1 | La proposition clé | 31 |
| 3.2 | Relations entre la proposition 3.1.1 et la théorie de Ranicki [Ra4] [Ra1] | 36 |
| 3.3 | Compléments : formes primitives, formes d'enlacement | 37 |
| 3.3.1 | Formes primitives | 37 |
| 3.3.2 | Lagrangiens et formes d'enlacement | 42 |

| | | |
|----------|--|-----|
| 4 | Le théorème fondamental de la K-théorie hermitienne, à la Karoubi-Villamayor | |
| 4.1 | Énoncé | 47 |
| 4.2 | Démonstrations | 52 |
| 4.3 | Indice de Maslov d'un quasi-lacet de lagrangiens | 59 |
| 4.4 | Commentaires sur la définition de l'indice de Maslov, relation avec la théorie de Ranicki (suite) | 62 |
| 4.5 | Un avatar du groupe $(\pi_0 \mathcal{F})(R)$: le groupe $V(R)$ de Karoubi | 65 |
| 4.5.1 | Le groupe $V(R)$ | 65 |
| 4.5.2 | Liens entre les groupes $V(R)$ et $(\pi_0 \mathcal{F})(R)$ | 73 |
| 4.5.3 | Retour sur la définition de l'indice de Maslov | 75 |
| 4.6 | Indice de Maslov et formes d'enlacement sur $k[T]$ (k un corps) | 77 |
| 4.7 | Versions topologiques du théorème 4.2.10 | 82 |
| 4.8 | Bande-annonce du chapitre 6 | 88 |
| 5 | Suites de Sturm et H_2 de l'homomorphisme hyperbolique | |
| 5.1 | L'extension centrale canonique de $\mathrm{ESp}(R) \cdot \mathrm{GL}(R)$ par $V(R)$ | 91 |
| 5.2 | Démonstrations concernant l'homomorphisme μ | 97 |
| 5.3 | Démonstrations concernant l'homomorphisme λ | 104 |
| 5.4 | Interprétation de l'isomorphisme $A(R) \cong V(R)$ en termes d'homologie des groupes | 115 |
| 6 | Généralisations | |
| 6.1 | Le cas linéaire (périodicité de Bott "complexe") | 126 |
| 6.2 | Le cas bilinéaire (périodicité de Bott "réelle") | 131 |
| 6.2.1 | Définition des foncteurs \mathcal{L}_i | 132 |
| 6.2.2 | Relation entre \mathcal{L}_{i+1} et $\Omega^S \mathcal{L}_i$ pour $i \equiv 0 \pmod{2}$ | 142 |
| 6.2.3 | Relation entre \mathcal{L}_{i+1} et $\Omega^{\mathbb{G}_m} \mathcal{L}_i$ pour $i \equiv 1 \pmod{2}$. . . | 146 |

Appendices

| | | |
|----------|---|-----|
| A | Technologie des formes de Sturm | |
| A.1 | Version matricielle de la proposition 2.2.2 | 159 |
| A.2 | Sur les formes de Sturm non-dégénérées | 161 |
| A.3 | Calcul de Déterminants | 163 |

| | |
|--|------------|
| Table des matières | vii |
| A.4 Identité du trinôme et formes de Sturm | 165 |
| A.5 Formes de Sturm et résidu de formes bilinéaires symétriques | 169 |
| B Démonstration de la proposition 2.4.4 | 171 |
| C Sur le graphe bipartite associé à la relation de transversalité des lagrangiens | 177 |
| D Invariance homotopique du $_-W_1$ | |
| D.1 Sur l'invariant de Witt d'un lagrangien libre | 186 |
| D.2 Le lemme de Pardon | 188 |
| D.3 Linéarisation à la Balmer [BA] | 191 |
| D.4 Démonstration du théorème D | 193 |
| Références | 197 |

Suites de Sturm, indice de Maslov et périodicité de Bott

Barge, J.; Lannes, J.

2008, VII, 199 p., Hardcover

ISBN: 978-3-7643-8709-9

A product of Birkhäuser Basel