

Einleitung:

Vom Begriff der Funktion

Es handelt sich bei dem elementaren *Funktionsbegriff* um die Bestimmung einer *Abhängigkeit von Größen in einem Intervall*, sagen wir von 0 bis 1. Die Funktionen $f(x) = x$ oder noch einfacher $f(x) = 1$ werden bekanntlich dabei durch gerade Linien dargestellt. Ein Beispiel einer komplizierteren Funktion ist e^x . Auch kann in verschiedenen Intervallen die Funktion durch verschiedene analytische Ausdrücke gegeben sein.

Allgemein ist der Funktionsbegriff dadurch charakterisiert, dass durch eine Funktion *Größen einander zugeordnet* werden.

Durch Analyse des Funktionsbegriffs gelangt man dann zu dem Begriff der Stetigkeit, Differenzierbarkeit, mehrmaligen Differenzierbarkeit, und so weiter. Doch eine Unannehmlichkeit haftet dem Funktionsbegriff, wie wir ihn hier dargestellt haben, noch an: Ist etwa die Funktion im Intervall von 0 bis 1 wohl definiert, so herrscht in Bezug auf die Bestimmung der Funktion über 1 hinaus noch eine große Willkür, und doch können wir dabei die Voraussetzungen der Differenzierbarkeit, und so weiter, festhalten.

Das *Wesen nun der Funktionentheorie*, oder, wie man auch sagt, der *Theorie der analytischen Funktionen*, besteht darin, dass sie in den Funktionen das *Ideal des Funktionsbegriffs* verwirklicht, indem sie durch Definition in einem beliebigen Bereich den weiteren Verlauf einer Funktion festsetzt. Es ist dies das so genannte *Prinzip der analytischen Fortsetzung*. Die *Funktionen komplexen Arguments*, die dieses anzustrebende Ideal verwirklichen, heißen *analytische Funktionen*.

Nachdem dieses Prinzip gefunden war, war es klar, dass die Funktionentheorie eine große Rolle zu spielen begann. Dies beruht eben gerade darauf, dass durch Definition einer Funktion in einem noch so kleinen Intervall in einem ganzen gewünschten Intervall der Verlauf der Funktion bestimmt wird.

Die komplexen Variablen haben eine *durchaus reale Bedeutung*. Ihre Funktionen lassen eine geometrische Deutung durch Abbildung, außerdem eine physikalische als Bild der elektrischen Strömung zu. Auf Grund beider Bedeutungen hat sich ihre Entwicklung vollzogen. Man kann die Funktionentheorie geradezu

auffassen als einen Teil der mathematischen Physik. Der Aufbau des Gebietes knüpft sich an die Namen *Cauchy*, *Riemann*, *Weierstraß*.

Riemann ging von der *mathematischen Physik* aus; er entnahm aus ihr die Fragestellung, die für seine funktionentheoretischen Entwicklungen charakteristisch ist. *Weierstraß* nahm, von *Potenzreihen* ausgehend, eine ganz andere Richtung. Im Wesen der Sache kommen sie auf dasselbe hinaus, und man muss die Cauchy-Riemannsche und die Weierstraßsche Methode berücksichtigen.

Einführung in die Funktionentheorie

Weyl, H.

2008, XII, 266 S. 148 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-7643-8845-4

A product of Birkhäuser Basel