

Errata für:

*Methoden der statistischen Inferenz: Likelihood und Bayes*

Leonhard Held

9. Juli 2009



## 2 Einführung

1. Auf Seite 9, muss es in Abschnitt 1.2.8, Zeile 6-7 richtig heissen:

Wir werden nur die Verum-Gruppe, also nur die 94 Patienten, die mit dem neuen Medikament behandelt wurden, betrachten.

(Dank an Sebastian Bender <[sebastian.bender@unibw.de](mailto:sebastian.bender@unibw.de)> für den Hinweis.)

2. Auf Seite 10, Tabelle 1.4 muss "Placebo-Behandlung" durch "Verum-Behandlung" ersetzt werden.



# 3 Likelihood

1. Auf Seite 16 oben muss

$$L(\theta) = \mathbb{P}\left(x - \frac{\varepsilon}{2} \leq x \leq x + \frac{\varepsilon}{2}\right) = \int_{x - \frac{\varepsilon}{2}}^{x + \frac{\varepsilon}{2}} f(x; \theta) dx$$

$$\approx \varepsilon \cdot f(x; \theta)$$

durch

$$L(\theta) = \mathbb{P}\left(x - \frac{\varepsilon}{2} \leq X \leq x + \frac{\varepsilon}{2}\right) = \int_{x - \frac{\varepsilon}{2}}^{x + \frac{\varepsilon}{2}} f(u; \theta) du$$

$$\approx \varepsilon \cdot f(x; \theta)$$

ersetzt werden.

2. Auf Seite 19 sind in Tabelle 2.1 die Werte in der letzten Spalte falsch. Die richtige Tabelle lautet:

$M$	$n$	$x$	$\hat{N}_{ML}$	$L(\hat{N}_{ML})$
26	63	5	327	0.20331
25	30	11	68	0.1996
25	30	10	74 und 75	0.19703
13	10	5	25 und 26	0.31183

3. Auf Seite 45 muss es in der ersten Zeile des Beweises zu Satz 2.5 richtig heißen:

**Beweis:** Der Beweis ist sehr einfach. In Satz 2.3 haben wir gesehen, dass ...



# 4 Frequentistische Eigenschaften der Likelihood

1. Auf Seite 62 muss es in der ersten Zeile von Beispiel 3.10 richtig heißen:

Sei  $X \sim \text{Bin}(n, \pi)$  mit  $n = 100, x = 2$ , d. h. ...

2. Auf Seite 71 muss es bei Satz 3.7 richtig heißen:

*Man darf in Satz 3.6 die erwartete Fisher-Information durch die Fisher-Information ersetzen, d. h. ...*

3. Auf Seite 73 muss der erste Satz richtig heißen:

*Verwendet man hingegen die Fisher-Information, so erhält man ...*

4. Auf Seite 88 muss in der letzten Zeile vor Beispiel 3.26 “ $\chi^2_{1-\alpha}(1)$ -Verteilung” durch “ $\chi^2(1)$ -Verteilung” ersetzt werden.
5. Auf Seite 88 muss es in der letzten Zeile richtig heißen:

Insgesamt sind von den 56 Regionen ...





# 5 Likelihood-Inferenz bei vektoriellem Parameter

1. Auf Seite 115 muss der letzte Satz von Satz 4.1 richtig heißen:

Dann ist die negative Krümmung der Profil-Log-Likelihood von  $\theta$  am Maximum  $\hat{\theta}_{ML}$  gleich  $[\mathbf{I}^{11}]^{-1}$ .

2. Die Formel in der letzten Zeile von Seite 115 muss richtig heißen:

$$\tilde{l}_p(\theta_i) \approx -\frac{1}{2} \cdot [\mathbf{I}^{ii}]^{-1} (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2,$$

3. Auf Seite 118, Beispiel 4.9. muss “Datensatz placebo” durch “Datensatz verum” ersetzt werden. In dem sich anschliessenden R-Code muss ebenfalls “placebo” durch “verum” ersetzt werden.
4. Auf Seite 123 muss es in Beispiel 4.11 richtig heißen:

Bildet man elementweise den Erwartungswert von (4.1), dann ergibt sich die erwartete Fisher-Information zu

$$\mathbf{J}(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{n}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{n}{2\sigma^4} \end{pmatrix}$$

5. Auf Seite 125 muss der erste Satz in Beispiel 4.13 richtig heißen:

Wir betrachten wieder das Gamma-Modell für die Überlebenszeiten aus Tabelle 1.4, siehe auch Beispiel 2.3.

6. Auf Seite 125 muss die letzte Zeile richtig heißen:

$$W = 2 \log \frac{L(\hat{\theta}_{ML})}{L(\theta)} = -2\tilde{l}(\theta).$$

7. Auf Seite 127 muss die viertletzte Gleichung richtig heißen:

$$W = -2\tilde{l}_p(\theta_1) = -2 \log \tilde{L}_p(\theta_1) = 2 \log \left( \frac{L_p(\hat{\theta}_1)}{L_p(\theta_1)} \right) \stackrel{a}{\sim} \chi^2(q).$$

8. Auf Seite 127 muss die drittletzte Gleichung von unten durch folgendes ersetzt werden:

$$L_p(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1) = \max_{\boldsymbol{\theta}_1} \left( \max_{\boldsymbol{\theta}_2} L(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2) \right) = \max_{\boldsymbol{\theta}} L(\boldsymbol{\theta}) = L(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}).$$

Somit ist

$$W = 2 \log \left( \frac{L_p(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1)}{L_p(\boldsymbol{\theta}_1)} \right) = 2 \log \left( \frac{\max_{\boldsymbol{\theta}} L(\boldsymbol{\theta})}{\max_{\boldsymbol{\theta}_2} L(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)} \right).$$

9. Auf Seite 133 muss die letzte Gleichung von unten durch folgendes ersetzt werden:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(x_i - e_i)^2}{e_i}$$

# 6 Bayes-Inferenz

1. Auf Seite 155, Beispiel 5.11, sollte der erste Satz lauten:

Ist  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , so lautet Jeffreys' Priori für  $\sigma^2$  bei bekanntem  $\mu$

$$f(\sigma^2) \propto 1/\sigma^2.$$

2. Auf Seite 164 gibt Gleichung (5.17) die Posteriori-Verteilung von  $\theta$  an, d.h.  $\theta$  muss durch  $\theta | x$  ersetzt werden:

$$\theta | x \sim \text{NG} \left( (\lambda + n)^{-1}(\lambda\nu + n\bar{x}), \lambda + n, \alpha + \frac{n}{2}, \beta + \frac{n\hat{\sigma}_{ML}^2 + (\lambda + n)^{-1}n\lambda(\nu - \bar{x})^2}{2} \right)$$

3. Aus dem gleichen Grund muss Gleichung (5.19) auf Seitel 167 lauten:

$$\theta | x = (\mu, \kappa)^T | x \sim \text{NG} \left( \bar{x}, n, \frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)$$

4. Auf Seite 173 muss mehrmals (auch in Abbildung 5.10) „Kullback-Leibler-Distanz“ durch „Kullback-Leibler-Diskrepanz“ ersetzt werden.



# 7 Numerische Methoden zur Bayes-Inferenz

1. Auf Seite 193 muss die zweite Gleichung natürlich

$$\mathbb{E}(\theta | x) = \int \theta f(\theta | x) d\theta.$$

lauten.

2. Auf Seite 200, Zeilen 11-13, wäre der Index  $i$  (statt  $p$ ) passender. Die zwei Sätze sollten daher lauten:

Allerdings kann man diesen Ansatz modifizieren, und nur eine (der Einfachheit halber skalare) Komponente  $\theta_i$  von  $\boldsymbol{\theta}$  aus der *vollständig bedingten Dichte*  $f(\theta_i | x, \boldsymbol{\theta}_{-i})$  ziehen,  $\boldsymbol{\theta}_{-i}$  bezeichne hierbei den Vektor  $\boldsymbol{\theta}$  ohne die Komponente  $\theta_i$ . Da offensichtlich  $f(\theta_i | x, \boldsymbol{\theta}_{-i}) \propto f(\boldsymbol{\theta} | x)$  gilt, folgt auch in diesem Fall, dass sich die Akzeptanzwahrscheinlichkeit zu Eins vereinfacht.



# 8 Prognose

1. Auf Seite 235 muss es im letzten Satz von Definition 8.2 richtig heißen:

Wir nennen die resultierende Prognoseverteilung die *prädiktive Likelihood-Prognose* mit Dichtefunktion  $f_p(y) = L_p(y) / \int L_p(u) du$ .

2. Auf Seite 241 muss es im letzten Absatz richtig heißen:

Konjugierte Priori-Familien zeichnen sich dadurch aus, dass die Posteriori-Verteilung  $f(\theta | x)$  zur selben Verteilungsklasse gehört wie die Priori-Verteilung  $f(\theta); \dots$

3. Auf Seite 251 muss die einzige Gleichung in Beispiel 8.12 richtig heißen:

$$P(Y \leq Y_b) = P\left(\frac{Y - X}{\sqrt{2}} \leq \frac{Y_b - X}{\sqrt{2}}\right) = \Phi\left(\frac{Y_b - X}{\sqrt{2}}\right) = \Phi(Z) \sim U(0, 1),$$

4. Auf Seite 253 muss der letzte Satz richtig heißen:

Diese Umformung verdeutlicht, dass im Brier-Score sowohl Kalibrierung als auch Trennschärfe berücksichtigt werden: ersteres durch Sanders Kalibrierungsmaß  $S$ , letzteres durch die Murphy Resolution  $M$ .

5. Auf Seite 255 muss Gleichung (8.9) richtig heißen:

$$CRPS(f(y), y_b) = \sigma \left( \tilde{y}_b (2\Phi(\tilde{y}_b) - 1) + 2\varphi(\tilde{y}_b) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \right), \quad (8.1)$$





Methoden der statistischen Inferenz

Likelihood und Bayes

Held, L.

2008, XII, 304 S. 60 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-8274-1939-2