

6.7 Lösungen zu den Aufgaben

L 6.1

$$\underline{J}_{\text{erw}} = \begin{pmatrix} \exp(-\gamma_x L) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-\gamma_y L) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-\gamma_y L) \end{pmatrix}$$

$$\underline{J}_{\text{erw}}^{*} = \begin{pmatrix} \exp(\gamma_x L) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(\gamma_y L) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(\gamma_y L) \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.1})$$

Unitaritätsbedingung:

$$\underline{\mathbf{J}}_{\text{erw}}'^* \underline{\mathbf{J}}_{\text{erw}} = \underline{\mathbf{E}} \quad (\text{L 6.2})$$

$$\begin{pmatrix} \exp(\gamma_x L) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(\gamma_y L) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(\gamma_y L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(-\gamma_x L) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-\gamma_y L) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-\gamma_y L) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.3})$$

L 6.2

$$\underline{\underline{E}} - \underline{\underline{J}}_{\text{erw}}^* \underline{\underline{J}}_{\text{erw}} = \begin{pmatrix} 1 - \exp[-2\alpha L] & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \exp[-2\alpha L] & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \exp[-2\alpha L] \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.4})$$

$$\underline{\underline{E}} - \underline{\underline{J}}_{\text{erw}}^* \underline{\underline{J}}'_{\text{erw}} = \begin{pmatrix} 1 - \exp[-2\alpha L] & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \exp[-2\alpha L] & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \exp[-2\alpha L] \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.5})$$

Hauptabschnittsdeterminanten:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= 1 - \exp[-2 \alpha L] > 0 \\ D_2 &= D_1^2 > 0 \\ D_3 &= D_1^3 > 0 \\ D_4 &= D_1^4 > 0 \\ D_5 &= D_1^5 > 0 \\ D_6 &= D_1^6 > 0 \end{aligned} \right\} \text{für } \alpha > 0 \quad (\text{L 6.6})$$

→ Der isotrope LWL mit $\alpha > 0$ ist passiv.

L 6.3

Es werden die Hauptabschnittsdeterminanten von

$$\underline{\underline{E}} - \underline{\underline{S}}^* \underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{J}}_{\text{erw}}^* \underline{\underline{J}}_{\text{erw}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{E}} \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.7})$$

hinsichtlich Passivität untersucht.

Es gilt:

$$\underline{\underline{E}} - \underline{\underline{J}}_{\text{erw}}^* \underline{\underline{J}}_{\text{erw}} = (1 - \exp[2gL]) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.8})$$

mit $g > 0$.

Hauptabschnittsdeterminanten:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= 1 - \exp[2gL] < 0 \\ D_2 &= D_1^2 > 0 \\ D_3 &= D_1^3 < 0 \\ D_4 &= D_1^3 < 0 \\ D_5 &= D_1^3 < 0 \\ D_6 &= D_1^3 < 0 \end{aligned} \right\} \text{für } g > 0 \quad (\text{L 6.9})$$

Das betrachtete N-Tor-Netzwerk ist gemäß L 6.9 aktiv, weil nicht alle Hauptabschnittsdeterminanten größer gleich Null sind.

L 6.4

Anisotroper LWL:

$$\underline{\underline{S}} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & \exp(-\gamma_x L) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \exp(-\gamma_y L) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \exp(-\gamma_y L) \\ \hline \exp(-\gamma_x L) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-\gamma_y L) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-\gamma_y L) & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$= \underline{\underline{S'}} \rightarrow \text{reziprok}$

(L 6.10)

Isotroper LWL:

$$\underline{\underline{S}} = \exp[-(\alpha + j\beta)L] \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$= \underline{\underline{S}}' \rightarrow \text{reziprok}$

(L 6.11)

Faseroptischer Verstärker:

$$\underline{\underline{S}} = \exp[(g - j\beta)L] \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\neq \underline{\underline{S}}' \rightarrow$ nichtreziprok

(L 6.12)

L 6.5

- a) Anisotroper und isotroper LWL sowie faseroptischer Verstärker sind wegen

$$\underline{J}_{11} = \underline{J}_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.13})$$

in L 6.10 bis L 6.12 hier reflexionsfrei.

b) Anisotroper LWL (L 6.10):

$$\underline{S}_{\perp \perp} = \underline{S}_{\parallel \parallel} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.14})$$

$$\underline{S}_{\perp \parallel} = \underline{S}_{\parallel \perp} = \begin{pmatrix} \exp(-\gamma_x L) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-\gamma_y L) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-\gamma_y L) \end{pmatrix}$$

→ torsymmetrisch

Isotroper LWL (L 6.11):

$$\underline{S}_{\perp \perp} = \underline{S}_{\parallel \parallel} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.15})$$

$$\underline{S}_{\perp \parallel} = \underline{S}_{\parallel \perp} = \exp[-(\alpha + j\beta)L] \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

→ torsymmetrisch

Faseroptischer Verstärker (L 6.12):

$$\underline{S}_{\perp \perp} = \underline{S}_{\parallel \parallel} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{L 6.16})$$

$$\underline{S}_{\perp \parallel} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \exp[(g - j\beta)L] \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \underline{S}_{\parallel \perp}$$

→ nicht torsymmetrisch.

Optische Netzwerke

Ein feldtheoretischer Zugang

Thiele, R.

2008, X, 273 S. Mit 904 Formeln und 29 Aufgaben mit

Lösungen., Softcover

ISBN: 978-3-8348-0406-8