

4.7 Aufgaben

A 4.1

Die Beschreibung des Phasenrauschens $\phi(t)$ einer Laserdiode erfolgt mit dem komplexen stochastischen Prozess

$$z(t) = \exp[-j\Phi(t)]. \quad (\text{A 4.1})$$

Die Dichtefunktion $f(\Delta\Phi)$ für die Phasenrauschdifferenz

$\Delta\Phi = \Phi(t_1) - \Phi(t_2)$ lautet mit $\tau = t_1 - t_2$:

$$f(\Delta\Phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta\omega|\tau|}} \exp\left[\frac{-\Delta\Phi^2}{2\Delta\omega|\tau|}\right]. \quad (\text{A 4.2})$$

Dabei stellt $\Delta\omega$ die konstante Laserlinienbreite dar.

Bestimmen Sie:

- a) die Kohärenzfunktion $G(t_1, t_2) = \langle z(t_1) z^*(t_2) \rangle$,
- b) das Leistungsspektrum $S(\omega)$.

A 4.2

Gegeben sei eine Laserdiode mit dem optischen Sendesignal als Verschiebungsflussdichte in der Form

$$\vec{D}_{\text{in}}(t) = \hat{D}_o \exp[-j\Phi(t)] \exp(j\omega_o t) \begin{pmatrix} |e_x| \exp(-j\psi_x) \\ |e_y| \exp(-j\psi_y) \end{pmatrix}, \quad (\text{A 4.3})$$

mit

$\hat{D}_o$ Feldamplitude

$\Phi(t)$ Laserphasenrauschen

ω_o Mittenfrequenz

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} |e_x| \exp(-j\psi_x) \\ |e_y| \exp(-j\psi_y) \end{pmatrix} \quad \text{Polarisationseinheitsvektor.}$$

Dabei soll die Laserdiode parallel an einen LWL angeschlossen sein. Bekannt sei die Transfermatrix des LWL in der Form:

$$\underline{T}(j\omega) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\omega\tau_0}{2}\right) & -j\sin\left(\frac{\omega\tau_0}{2}\right) \\ -j\sin\left(\frac{\omega\tau_0}{2}\right) & \cos\left(\frac{\omega\tau_0}{2}\right) \end{pmatrix}$$

mit $\tau_0 = \text{const.}$

Bestimmen Sie:

- a) die Frequenzdarstellung der Kohärenzmatrix $\underline{R}_{\text{in}}(\omega)$ der Laserdiode,
- b) die Kohärenzmatrix $\underline{R}_{\text{out}}(\omega)$ auf der Ausgangsseite des LWL,
- c) die Spur $\text{sp}[\underline{R}_{\text{out}}(\omega)]$,
- d) den Erwartungswert der Ausgangsintensität $\langle I_{\text{out}} \rangle$.

$$\text{Es gilt : } \frac{4}{\Delta\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega/2}\right)^2} = 2\pi. \quad (\text{A 4.5})$$

A 4.3

Die y-Komponente der elektrischen Verschiebungsflussdichte einer Laserdiode, die schräg unter dem Winkel φ auf der Eingangsseite eines LWL angeordnet ist, lautet:

$$D_{yin}(t) = \hat{D}_o |e_y| \exp[-j(\omega_o t - \Phi(t) - \psi_y)] \quad (A 4.6)$$

Dabei gelten die Größenbezeichnungen wie in Aufgabe A 4.2.

Der LWL besitze die Transfermatrix

$$\underline{T}(j\omega) = \begin{pmatrix} \exp\left[\frac{a_o}{2} + j\frac{\omega\tau_o}{2}\right] & 0 \\ 0 & \exp\left[-\left(\frac{a_o}{2} + j\frac{\omega\tau_o}{2}\right)\right] \end{pmatrix}. \quad (A 4.7)$$

mit $a_o = \text{const.}$ und $\tau_o = \text{const.}$

a_o beschreibt die polarisationsabhängige Dämpfung und τ_o kennzeichnet die differenzielle Gruppenlaufzeit infolge Polarisationsmodendispersion.

Ermitteln Sie:

- a) die z-Komponente der Verschiebungsflussdichte $D_{\text{zin}}(t)$ am Eingang des LWL,
- b) die z-Komponenten-Kohärenzfunktion im Zeitbereich am Eingang, d.h. $R_{\text{zin}}(\tau)$,
- c) die z-Komponenten-Kohärenzfunktion im Frequenzbereich am Eingang, d.h. $R_{\text{zin}}(\omega)$,

- d) die z-Komponenten-Kohärenzfunktion im Frequenzbereich am Ausgang $R_{zout}(\omega)$, zu ermitteln aus der verallgemeinerten Wiener-Lee-Beziehung im Frequenzbereich 4.64, wobei Gleichung L 4.6 für $\underline{R}_{in}(\omega)$ gelten soll,
- e) die z-Komponenten-Kohärenzfunktion im Frequenzbereich am Ausgang $\underline{R}_{zout}(\omega)$, zu ermitteln aus der Wiener-Lee-Beziehung im Frequenzbereich 4.44,
- f) den Erwartungswert der z-Komponenten-Ausgangsintensität $\langle I_{zout} \rangle$.

A 4.4

Auf der Grundlage der verallgemeinerten Wiener-Lee-Beziehung im Frequenzbereich

$$\underline{R}_{\text{out}}^{\text{erw}}(\omega) = \underline{T}_{\text{erw}}^{\text{d}}(j\omega) \underline{R}_{\text{in}}^{\text{erw}}(\omega) \underline{T}_{\text{erw}}^{*\text{d}}(j\omega) \quad (\text{A 4.8})$$

ist mit

$$\underline{T}_{\text{erw}}^{\text{d}}(j\omega) = \begin{pmatrix} T_x(j\omega) & 0 & 0 \\ 0 & T_y(j\omega) & 0 \\ 0 & 0 & T_z(j\omega) \end{pmatrix} \quad (\text{A 4.9})$$

und

$$\underline{R}_{\text{in}}^{\text{erw}}(\omega) = \frac{4}{\Delta\omega} \cdot \frac{\hat{D}_0^2}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega/2}\right)^2} \underline{R}_{\text{ino}}^{\text{erw}} \quad (\text{A 4.10})$$

$$\underline{R}_{\text{ino}}^{\text{erw}} = \begin{pmatrix} |e_x|^2 & |e_x||e_y|\exp(j\psi) & |e_x||e_y|\tan\varphi\exp(j\psi) \\ |e_x||e_y|\exp(-j\psi) & |e_y|^2 & |e_y|^2\tan\varphi \\ |e_x||e_y|\tan\varphi\exp(-j\psi) & |e_y|^2\tan\varphi & |e_y|^2\tan^2\varphi \end{pmatrix} \quad (\text{A 4.11})$$

die Diagonalisierung von $\underline{R}_{\text{out}}^{\text{erw}}(\omega)$ bei horizontaler Eingangspolarisation, d.h. $|e_x| = 0$ und $|e_y| = \cos\varphi$, durchzuführen.

Ermitteln Sie dazu:

a) $\underline{R}_{\text{outo}}^{\text{erw}} = \underline{T}_{\text{erw}}^{\text{d}}(j\omega) \underline{R}_{\text{ino}}^{\text{erw}} \underline{T}_{\text{erw}}^{\text{'d}}(j\omega)$ (A 4.12)

in allgemeiner Form,

b) $\underline{R}_{\text{outo}}^{\text{erw}}$ für den Spezialfall

$$|e_x| = 0, |e_y| = \cos \varphi, T_y(j\omega) = T_z(j\omega), T_z(j\omega) = \exp(-\gamma_y L),$$

$$T_z^*(j\omega) = \exp(\gamma_y L)$$

c) die Eigenwerte von $\underline{R}_{\text{outo}}^{\text{erw}}$ nach b)

d) die Eigenvektoren für die Eigenwerte nach c),

e) die zugehörigen unitären Eigenvektoren und die Transformationsmatrizen $\underline{B}_{\text{out}}$ sowie $\underline{B}_{\text{out}}^{\text{'*}}$,

f) $\underline{R}_{\text{out}}^{\text{derw}}$ mit $\underline{R}_{\text{out}}^{\text{derw}}(\omega)$

g) den Zusammenhang zwischen

$$R_{\text{zout}}(\omega) = \langle D_{\text{zout}}(j\omega) D_{\text{zout}}^*(j\omega) \rangle$$

und

$$R_{\text{zout}}^{\text{d}}(\omega) = \langle D_{\text{zout}}^{\text{d}}(j\omega) D_{\text{zout}}^{*\text{d}}(j\omega) \rangle$$

Optische Netzwerke

Ein feldtheoretischer Zugang

Thiele, R.

2008, X, 273 S. Mit 904 Formeln und 29 Aufgaben mit

Lösungen., Softcover

ISBN: 978-3-8348-0406-8