

Kapitel 4

Interaktion zwischen Wasserstrahl und Pelton-Rad

4.1 Aufprallen runden Wasserstrahls auf ebene Platte

Das Aufprallen eines runden Wasserstrahls auf eine ebene Platte unter einem Winkel θ stellt ein grundlegendes Modell der Wasserstrahltechnik dar (Abb. 4.1). Um die Ausbreitung des Wasserfilms längs der Platte zu berechnen, sind der Masse-, Impuls- und Energieerhaltungssatz zu verwenden. Für die reibungsfreie Ablenkung und Verbreitung des Wasserfilms lässt sich aus dem Energiesatz schließen, dass die Fließgeschwindigkeit des Wassers auf der Platte gleich der Strahlgeschwindigkeit

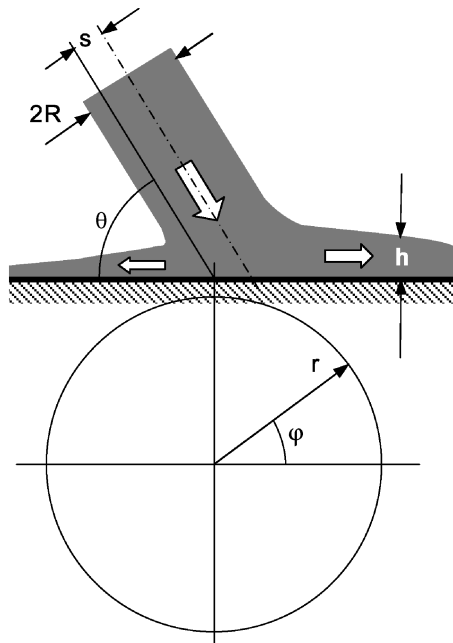


Abb. 4.1 Aufprallen eines Rundstrahls auf eine ebene Platte und die Ausbreitung des Wasserfilms

ist. Die Strömungsverteilung über den Umfang sowie in der radialen Ausbreitung ist nach dem Impulssatz zu berechnen, wobei die Integration des Massenstromes längs eines beliebigen Kreises den Massenstrom des Rundstrahls wiedergeben muss. Die erste exakte Berechnung wurde von Hasson und Peck (1964) aufgestellt. Die Verteilung der Filmhöhe auf einem zentrischen Kreis ist gegeben durch

$$\frac{2r \cdot h}{R^2} = \frac{\sin^3 \theta}{(1 - \cos \theta \cos \varphi)^2} \quad (4.1)$$

Der Mittelpunkt des Kreises ist zugleich der Staupunkt des Wasserstrahls auf der Platte und liegt exzentrisch zur Strahlachse mit einer Distanz s , die folgendermaßen zu berechnen ist:

$$\frac{s}{R} = \cos \theta \quad (4.2)$$

Die Kraft, die der Wasserstrahl mit einer Geschwindigkeit C auf die Platte ausübt, kann durch den Impulssatz bestimmt werden. Da die Strömung als reibungsfrei angenommen wird und daher keine Kraftkomponente in der Ebene der Platte existiert, steht die resultierende Kraft senkrecht zur ebenen Platte. Unter Anwendung des Impulssatzes in der Richtung senkrecht zur ebenen Platte errechnet sich die Strahlkraft zu

$$F_{St} = \pi R^2 \cdot \rho C^2 \sin \theta \quad (4.3)$$

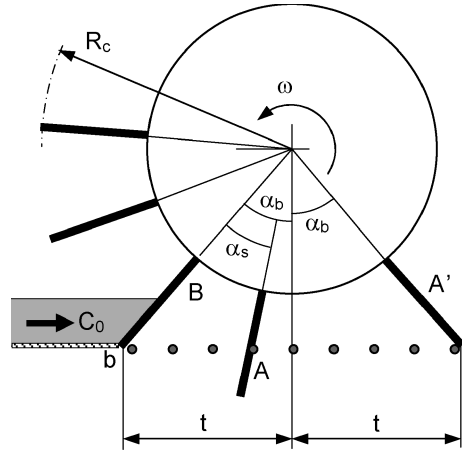
Diese Kraft wird auch als Stoßkraft bezeichnet. In der Nähe des Staupunktes herrscht unter dem Wasserfilm ein Überdruck, dessen Integration über der Platte gleich der Strahlkraft nach Gl. (4.3) sein muss. Zur Bestimmung der Druckverteilung in unmittelbarer Nähe des Staupunkts sei auf die Untersuchung von Taylor (1960) hingewiesen.

4.2 Mindestschaufelzahl

Eine grundlegende Frage bei der Auslegung von Pelton-Turbinen ist, wie viele Schaufeln mindestens verwendet werden müssen, damit kein Wasser des Wasserstrahls ungenutzt das Schaufelrad durchströmen kann. Die Vorbedingung zur Bestimmung der Mindestschaufelzahl ist, dass die Turbine im Normalbetrieb läuft. Nach Abb. 4.2 soll die äußerste Strahlschicht die möglichste sein, in der das Wasser zum Teil die Schaufeln durchschleusen wird. Somit wird die Mindestschaufelzahl mit dieser Strahlschicht bestimmt. Der letzte Wassertropfen (am Punkt b), der von der Schaufel B noch entweicht, muss die voreilende Schaufel A spätestens bei deren Stellung A' erreichen. Die dazu benötigte Zeit beträgt

$$2t = 2 \cdot \frac{R_c \cdot \sin \alpha_b}{C_0} \quad (4.4)$$

Abb. 4.2 Bestimmung der kleinsten Schaufelzahl aus Betrachtung der äußersten Strahlschicht



Da diese Zeit die maximal erlaubte Zeit darstellt, muss die entsprechende Drehung der Schaufel A nach Abb. 4.2 die folgende Bedingung erfüllen:

$$2t \cdot \omega < 2\alpha_b - \alpha_s \quad (4.5)$$

bzw. mit $\alpha_s = 2\pi/N$ als Schaufelteilungswinkel:

$$2t \cdot \omega < 2\alpha_b - \frac{2\pi}{N} \quad (4.6)$$

Zusammen mit Gl. (4.4) und wegen $\omega R_c = U_c$ wird die minimal erforderliche Schaufelzahl bestimmt durch

$$N_{\min} = \frac{\pi}{\alpha_b - U_c/C_0 \cdot \sin \alpha_b} \quad (4.7)$$

Unter der Bedingung $2U_c \approx C_0$ für den Normalbetrieb wird dies vereinfacht zu

$$N_{\min} = \frac{2\pi}{2\alpha_b - \sin \alpha_b} \approx 2\pi R_c/t \quad (4.8)$$

Dabei wurden zur Vereinfachung $2\alpha_b \approx 2t/R_c$ und $\sin \alpha_b = t/R_c$ verwendet.

Eine ähnliche Berechnung findet man auch bei Raabe (1989). In der Praxis ist die verwendete Schaufelzahl viel höher als nach Gl. (4.8) minimal notwendig. Liegt z. B. bei einer Pelton-Turbine die Mindestschaufelzahl nach obiger Gleichung bei 14, ist die verwendete Schaufelzahl oft bei 20 oder 21. Die optimale Schaufelzahl bei einer Pelton-Turbine richtet sich stets nach dem maximalen Wirkungsgrad und ist von mehr Betriebsparametern als nur der oben gezeigten Bedingung abhängig. Ein aus der Praxis sehr gut bewährtes Kriterium zur Bestimmung der optimalen Schaufelzahl wird in Abschnitt 4.5 beschrieben.

4.3 Wasserstrahl-Schaufel-Interaktion und ihre Spezifikation

Die Schaufeln einer Pelton-Turbine unterliegen einer periodischen Beaufschlagung durch den Wasserstrahl. Zur Auslegung der Schaufeln und Optimierung des Betriebes soll das entsprechende Strahlstück für eine einmalige Beaufschlagung einer Schaufel bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird der Schaufeleintritt nach Abb. 4.3 durch eine gerade Kante angenähert, deren Kreisdurchmesser D_c geringfügig kleiner als der Spitzkreisdurchmesser ist (siehe auch Abb. 1.4).

Die Schaufel beginnt mit dem Schneiden des Wasserstrahls an der Stelle a auf der oberen Seite des Strahls. Die entsprechende Schaufelstellung ist durch α_a gekennzeichnet und wird berechnet aus

$$\cos \alpha_a = \frac{R_m - d_0/2}{R_c} = \frac{D_m - d_0}{D_c} \quad (4.9)$$

Analog zur Gl. (1.30) in Kapitel 1 kann die Schaufelstellung α_a in obiger Gleichung unter den Betriebsbedingungen $k_m = 0.47$ und $\varphi_B = 0.11$ auch als Funktion der spezifischen Drehzahl ausgedrückt werden:

$$\cos \alpha_a = \frac{1 - 0.81 n_q}{1 + 2 n_q} \quad (4.10)$$

Nachfolgend und zu der Zeit t_b schneidet die gleiche Schaufel den Wasserstrahl an der Stelle b auf der unteren Seite des Strahls. Das heißt, dass das Wasserteilchen, das sich zur Zeit $t = 0$ an der Stelle b befindet, die Schaufelschneide zur Zeit $t = t_b$ erreichen wird. Die entsprechende Schaufelstellung berechnet sich zu

$$\cos \alpha_b = \frac{D_m + d_0}{D_c} \quad (4.11)$$

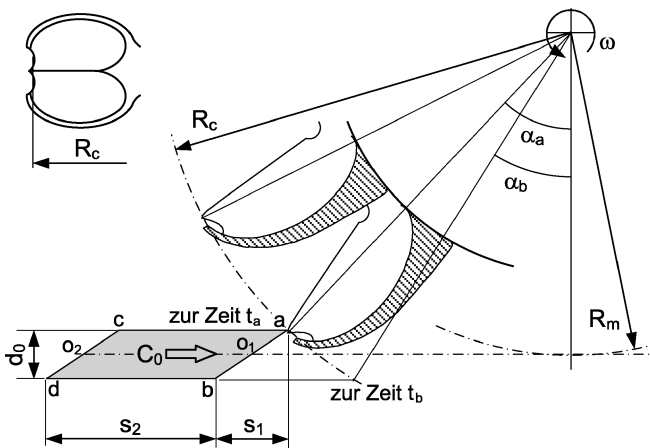


Abb. 4.3 Definition des Strahlstückes $abcd$ und Schaufelstellungen

bzw. in Funktion der spezifischen Drehzahl mit

$$\cos \alpha_b = \frac{1 + 0.81 n_q}{1 + 2 n_q} \quad (4.12)$$

Die Schaufelstellung α_{o1} , bei der die Schaufel die Strahlachse schneidet, wurde bereits in Kapitel 1 als eine spezielle Schaufelstellung angegeben, siehe Gl. (1.30).

Abb. 4.4 zeigt die gerechneten speziellen Schaufelstellungen α_a , α_{o1} und α_b in Abhängigkeit der spezifischen Drehzahl. Bei Pelton-Turbinen mit hoher spezifischer Drehzahl beginnt das Eintreten des Wasserstrahls in die Schaufel deutlich früher als bei Pelton-Turbinen mit niedriger spezifischer Drehzahl. Die sich daraus ergebenden Probleme beim Wassereintritt in die Schaufel werden in den Abschnitten 4.7 und 4.8 behandelt.

Das Strahlstück, das in eine Schaufel eintritt, ist in Abb. 4.3 durch das Parallelogramm $abcd$ bezeichnet. Die Schnittlinie ab kann als eine gerade Linie angesehen werden (Anhang 4). Die Form dieses Strahlstücks ist durch die Längen s_1 und s_2 definiert. Mittels der Berechnungen aus Anhang 4 sind diese Längen jeweils gegeben durch

$$\frac{s_1}{D_m} = \frac{d_0}{D_m} \frac{1}{\sqrt{(D_c/D_m)^2 - 1}} \left(\frac{1}{k_m} - 1 \right) \quad (4.13)$$

und

$$\frac{s_2}{D_m} = \frac{1}{k_m} \cdot \frac{\pi}{N} \quad (4.14)$$

Das Längenverhältnis s_1/s_2 berechnet sich nach Anhang 4 aus

$$\frac{s_1}{s_2} \approx \frac{0.5}{1 + n_q} \quad (4.15)$$

und beträgt im Allgemeinen zwischen 0.43 und 0.46.

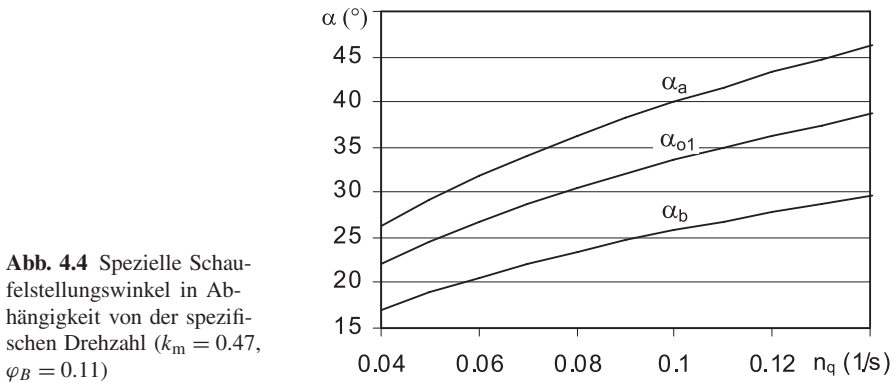


Abb. 4.4 Spezielle Schaufelstellungswinkel in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl ($k_m = 0.47$, $\varphi_B = 0.11$)

Weiterhin ist es noch von Bedeutung, die Schaufelstellungswinkel α_c und α_d zu berechnen, bei denen jeweils die letzten Wasserteilchen der Stellen c und d des Strahlstücks $abcd$ in die Schaufel eintreten. Aus Berechnungen in Anhang 5 sind diese Schaufelstellungswinkel jeweils gegeben durch

$$\alpha_c = \alpha_a - \frac{k_m (\tan \alpha_{o1} - \alpha_{o1}) + 2\pi / N}{1 - k_m} \quad (4.16)$$

und

$$\alpha_d = \alpha_b - \frac{k_m (\tan \alpha_{o1} - \alpha_{o1}) + 2\pi / N}{1 - k_m} \quad (4.17)$$

Abb. 4.5 zeigt die für eine Pelton-Turbine ($n_q = 0.1$ 1/s) gerechneten 4 Schaufelstellungen. Während der Winkel α_a nach Abb. 4.4 zwischen 30° und 45° variiert, sind die letzten zwei Schaufelstellungen (α_c und α_d) praktisch annähernd symmetrisch zur 0-Stellung ($\alpha = 0$). Dieser Sachverhalt deutet darauf hin, dass der Eintritt der mittleren Strahlschicht (auf der Strahlachse) etwa bei der senkrechten Schaufelstellung ($\alpha = 0$) endet. Diese Kenntnis wird noch gebraucht, um die Schaufelzahl eines Pelton-Rades in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl zu bestimmen (Abschnitt 4.5).

Während des Eintritts des Wasserstrahls in die Schaufel durchläuft die Schaufel einen Winkelbereich von $\Delta\alpha = \alpha_d - \alpha_a$. Diesem Winkelbereich muss eine besondere Beachtung beigemessen werden, wenn eine Pelton-Turbine mit zwei oder mehreren Injektoren ausgelegt werden soll. Damit es zu keiner gegenseitigen Störung zwischen zwei Wasserstrahlen kommt, muss der Versatzwinkel zwischen zwei In-

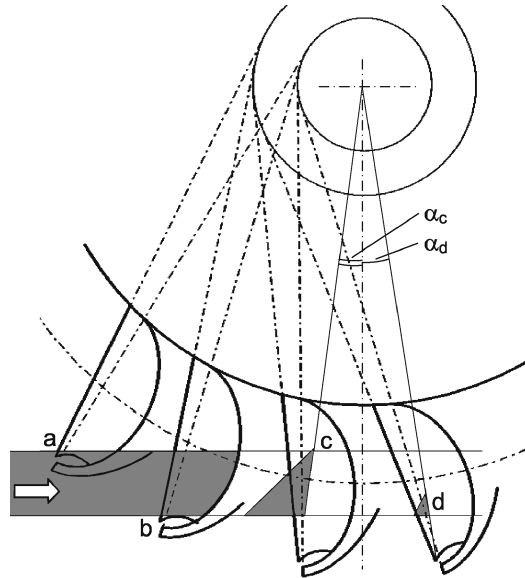


Abb. 4.5 Spezielle Schaufelstellungen, bei denen Wasserteilchen jeweils an den Stellen a , b , c und d auf dem Strahl (vgl. Abb. 4.3) in die Schaufel eintreten, $n_q = 0.1$ 1/s

jektoren deutlich größer als $\Delta\alpha$ sein. Die Verweilzeit des Wassers in der Schaufel kann ignoriert werden, da das Wasser die Schaufel größten Teils seitlich verlässt. Normalerweise beträgt der Winkelbereich $\Delta\alpha$ für den störungsfreien Betrieb einen Wert zwischen 40° bis 55° . Bei 6-düsigen Maschinen ist daher immer Vorsicht angebracht. Die gegenseitige Störung zweier Wasserstrahlen würde einerseits einen zusätzlichen Wirkungsgradverlust bewirken, und andererseits lokale mechanische Schäden verursachen. Die Kriterien zur Bestimmung des kleinsten Versatzwinkels zwischen zwei Injektoren werden in Kapitel 18 ausführlich behandelt.

Nach Abb. 4.3 und 4.5 erhält die Schaufel den kompletten Wasserstrahl nur im Winkelbereich von α_b bis α_c . Der mittlere Winkel $(\alpha_b + \alpha_c)/2$ kann herangezogen werden, wenn die Strahl-Schaukel-Interaktion bewertet werden soll. Die ideale Strahl-Schaukel-Interaktion wird erzielt, wenn der Wasserstrahl zum größten Teil senkrecht in die Schaufel eintritt (Abb. 4.6). Dadurch wird die optimale Ausbreitung des Wasserstrahls in der Schaufel erreicht. Die Strömung verläuft dann längs der Schaufeloberfläche mit nahezu konstanter Umfangsgeschwindigkeit. Dies entspricht der Bedingung zur Erzielung eines maximalen hydraulischen Wirkungsgrades.

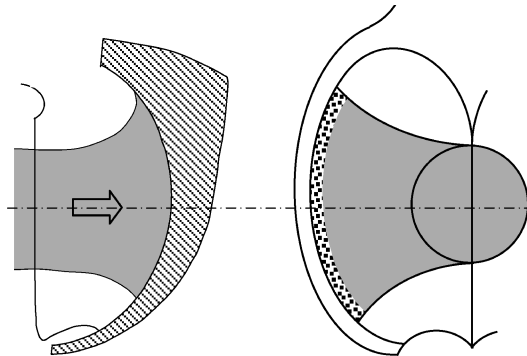


Abb. 4.6 Ausbreitung des Wassers in der Schaufel

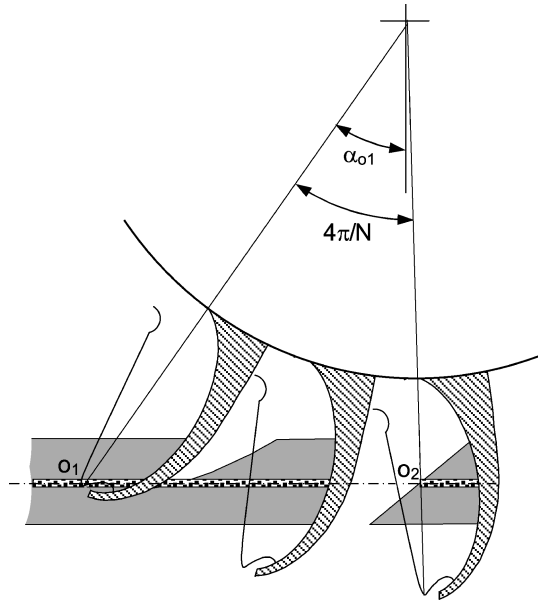
4.4 Koinzidenz- und Symmetriebedingungen

In der praktischen Anwendung von Pelton-Turbinen liegt die Laufzahl k_m im Bereich zwischen 0.45 und 0.48, wodurch maximale Wirkungsgrade erzielt werden können. Um den möglichen Hintergrund dieser Praxis darzustellen, wird eine dünne Strahlschicht betrachtet, die auf der Strahlachse liegt (Abb. 4.7).

In Anhang 5 sind die Schaufelstellungswinkel α_{o1} und α_{o2} sowie ihre Differenz abgeleitet. Nach Gl. (a5.9) gilt

$$\alpha_{o1} - \alpha_{o2} = \frac{2\pi}{N} + k_m (\tan \alpha_{o1} - \tan \alpha_{o2}) \quad (4.18)$$

Abb. 4.7 Koinzidenzbedingung zur Interaktion zwischen dem Wasserstrahl und den rotierenden Schaufeln



Um eine stabile Interaktion zwischen einem Wasserstrahl und den rotierenden Schaufeln zu erreichen, sollten durchschnittlich zwei Schaufeln unter der Vollbeaufschlagung eines Wasserstrahls stehen (Abb. 4.7). Mit anderen Worten: beginnt eine Schaufel eine bestimmte Strahlschicht zu schneiden, muss die andere Schaufel, die um zwei Schaufelteilungen voreilt, von der Beaufschlagung der gleichen Strahlschicht entlastet werden. Zur Markierung des Eintritts wird nach Abb. 4.7 die Verbindungslinie zwischen der Spitze der Schaufelmittelschneide und der Drehachse des Pelton-Rades herangezogen (Anhang 5). Bei Betrachtung der Strahlschicht auf der Strahlachse nach Abb. 4.7 bedeutet die formulierte Bedingung zur Beaufschlagung, dass der Winkel $\alpha_{o1} - \alpha_{o2}$ zweimal dem Schaufelteilungswinkel entsprechen soll. Diese Anforderung ist somit formuliert in der folgenden Gleichung mit $\lambda = 1$:

$$\alpha_{o1} - \alpha_{o2} = 2\lambda \cdot (2\pi / N) \quad (4.19)$$

Der Faktor λ wird als Platzhalter verwendet, um später reale Betriebsbedingungen berücksichtigen zu können, bei denen es sich nicht um die Beaufschlagung auf exakt zwei Schaufeln handelt. Die Bedeutung von λ lässt sich nun damit erklären, dass durchschnittlich eine Anzahl von 2λ Schaufeln gleichzeitig unter Vollbeaufschlagung eines Wasserstrahls stehen.

Wird Gl. (4.19) in Gl. (4.18) eingesetzt und nach der Laufzahl k_m aufgelöst, ergibt sich:

$$k_m = \frac{2\pi}{N} \frac{2\lambda - 1}{\tan \alpha_{o1} - \tan \alpha_{o2}} \quad (4.20)$$

Der Winkel α_{o2} wird durch Gl. (4.19) ersetzt. Daraus ergibt sich schließlich

$$k_m = \frac{2\pi}{N} \frac{2\lambda - 1}{\tan \alpha_{o1} - \tan(\alpha_{o1} - 4\lambda\pi/N)} \quad (4.21)$$

Diese Gleichung mit $\lambda = 1$ stellt eine Bedingung dar, bei der durchschnittlich zwei Schaufeln unter der Vollbeaufschlagung eines Wasserstrahls stehen, wie dies bereits in Abb. 4.7 veranschaulicht wurde. Wird diese Bedingung, Koinzidenzbedingung genannt, beispielsweise auf eine konkrete Pelton-Turbine mit 21 Schaufeln und $\alpha_{o1} = 33.5^\circ$ ($n_q = 0.1$) angewandt, so ist der Arbeitspunkt der Turbine bei $k_m = 0.44$ zu erwarten. In den meisten Anwendungen von Pelton-Turbinen liegt die Laufzahl k_m bekanntlich zwischen 0.45 und 0.48. Die oben dargestellte Herleitung erklärt somit den physikalischen Hintergrund der praktischen Betriebsbedingungen mit $k_m < 0.5$. Weil die in der Praxis auftretenden Werte der Laufzahl größer als erwartet sind, werden zumeist mehr als zwei Schaufeln von einem Wasserstrahl gleichzeitig beaufschlagt. Dies kann aus Gl. (4.21) festgestellt werden, indem sich z. B. mit $\lambda = 1.05$ eine Laufzahl von $k_m = 0.47$ ergibt, die im Bereich des realen Betriebspunkts liegt. Der Faktor λ wird somit als Multischaufelziffer bezeichnet und kann zum $\lambda = 1.05$ für eine mittlere spezifische Drehzahl von $n_q = 0.1$ angenommen werden. Wie im nächsten Abschnitt noch gezeigt wird, ist die Multischaufelziffer eine Funktion der Laufzahl und der spezifischen Drehzahl eines Pelton-Rades.

Es wurde im Zusammenhang mit Abb. 4.5 erwähnt, dass der mittlere Schaufelstellungswinkel zwischen α_c und α_d etwa Null sein soll. Das heißt, dass der Schaufelstellungswinkel α_{o2} praktisch Null ist:

$$\alpha_{o2} = 0 \quad (4.22)$$

Diese Bedingung wird als Symmetriebedingung bezeichnet. Daraus kann z. B. die Schaufelzahl in Abhängigkeit der spezifischen Drehzahl eines Pelton-Rades bestimmt werden.

4.5 Schaufelzahl des Pelton-Rades

Die Symmetriebedingung nach Gl. (4.22) wird auf Gl. (4.19) angewendet. Daraus ergibt sich die Schaufelzahl

$$N = \frac{4\pi\lambda}{\alpha_{o1}} \quad (4.23)$$

Andererseits ergibt sich aus Gl. (4.20) mit $\alpha_{o2} = 0$

$$k_m = \frac{2\pi}{N} \frac{2\lambda - 1}{\tan \alpha_{o1}} \quad (4.24)$$

Aus diesen letzten beiden Gleichungen lässt sich die Multischaufelziffer eliminieren. Die Schaufelzahl berechnet sich dann zu

$$N = \frac{2\pi}{\alpha_{01} - k_m \tan \alpha_{01}} = f(k_m, n_q) \quad (4.25)$$

Dabei wurde für die Funktion $f(k_m, n_q)$ die Beziehung nach Gl. (1.30) verwendet. Aus Vergleich mit Gl. (4.8) für die Mindestschaufelzahl erkennt man den ähnlichen Aufbau der beiden Berechnungen. Die Schaufelzahl nach Gl. (4.25) zeigt ihre klare Abhängigkeit von der Laufzahl und der spezifischen Drehzahl eines Pelton-Rades.

Die Multischaufelziffer wird bestimmt aus Gl. (4.23) und (4.25):

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - k_m (\tan \alpha_{01}) / \alpha_{01}} = f(k_m, n_q) \quad (4.26)$$

Mit dieser Multischaufelziffer kann die Schaufelzahl auch direkt aus Gl. (4.23) ermittelt werden. Ferner wird aus dem Ausdruck $\cos \alpha_{01}$ nach Gl. (1.30) der Ausdruck $\tan \alpha_{01}$ gebildet und anschließend in Gl. (4.24) eingesetzt. Daraus ergibt sich eine weitere Berechnungsformel für die Schaufelzahl:

$$N = \frac{\pi}{k_m} \frac{2\lambda - 1}{\sqrt{n_q (1 + n_q)}} \quad (4.27)$$

Diese Form der abgeleiteten Schaufelzahl verknüpft gleichzeitig die Laufzahl, die spezifische Drehzahl und die Multischaufelziffer. Zu einem gegebenen Pelton-Rad (N) unter bestimmter Betriebsbedingung (k_m, n_q) kann somit die reale Multischaufelziffer ermittelt werden. Davon ausgehend lässt sich das Betriebsverhalten der Pelton-Turbine bewerten.

Abb. 4.8 und 4.9 zeigen jeweils die Multischaufelziffer und die Schaufelzahl in Abhängigkeit von der Laufzahl und der spezifischen Drehzahl. Für eine mittlere spezifische Drehzahl von $n_q = 0.11$ und Laufzahl von $k_m = 0.47$ wird z. B. eine

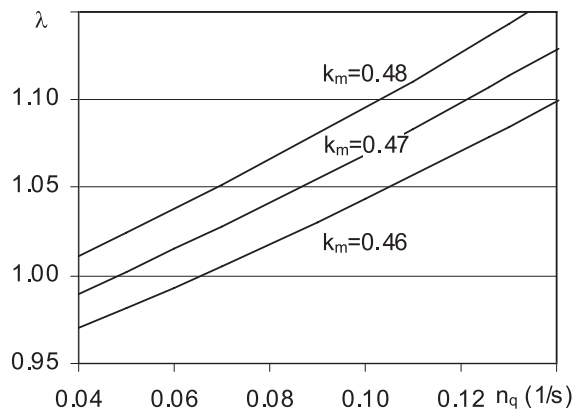
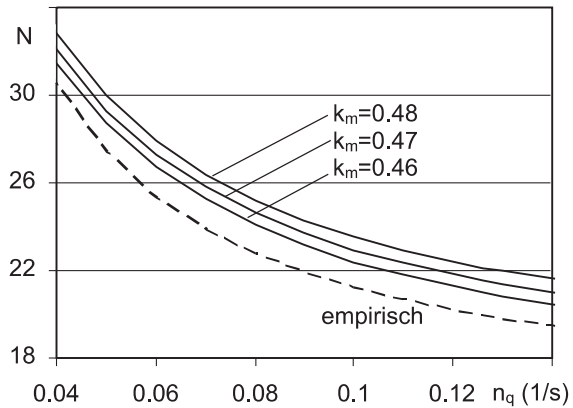


Abb. 4.8 Multischaufelziffer in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl und der Laufzahl unter Symmetriebedingungen

Abb. 4.9 Schaufelzahl in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl und der Laufzahl unter Symmetriebedingungen. Zum Vergleich ist die empirische Berechnung nach Taygun (1946) für $k_m = 0.47$ dargestellt



Schaufelzahl von $N = 22$ bestimmt, was auch der Realität sehr gut entspricht. Die Multischaufelziffer ergibt sich dabei zu $\lambda = 1.08$. Bei Pelton-Rädern mit kleiner spezifischer Drehzahl und im Betrieb mit k_m gegen 0.5 gehend, tendiert die Multischaufelziffer zu Eins. Insbesondere für $n_q \rightarrow 0$ und $k_m = 0.5$ ergibt sich $\lambda = 1$. In diesem genannten Fall ist die vollkommene Koinzidenzbedingung erfüllt. Die Interaktion zwischen dem Wasserstrahl und den rotierenden Schaufeln ist dann vergleichbar mit der Interaktion zwischen dem Wasserstrahl und einer geradlinig bewegten Schaufel.

Die obigen Berechnungen sind mit der Symmetriebedingung $\alpha_{o2} = 0$ ausgeführt worden. Die daraus bestimmte Schaufelzahl für das Pelton-Rad mit großer spezifischer Drehzahl kann unter Umständen bei der mechanischen Fertigung zu Problemen führen, da der Freiraum zwischen zwei benachbarten Schaufeln relativ eng wird. In solchen Fällen wird meist eine geringere Schaufelzahl als berechnet gewählt. Wird beispielsweise aus $n_q = 0.13$ und $k_m = 0.47$ eine Schaufelzahl mit $N = 21$ berechnet, wählt man in der Praxis eine Schaufelzahl von $N = 19$. Nach Gl. (4.21) bedeutet dies eine geringe Änderung der Multischaufelziffer von $\lambda = 1.11$ auf $\lambda = 1.10$. Der Schaufelstellungswinkel α_{o2} wird nach Gl. (4.19) jedoch von $\alpha_{o2} = 0$ auf $\alpha_{o2} = -4$ verändert. Da diese Winkeländerung nicht besonders groß ist, ist die Schaufelzahl $N = 19$ anstatt $N = 21$ ohne weiteres zulässig. Zweifelsfrei lassen sich die in der Praxis auftretenden relativ niedrigen Schaufelzahlen mit der Maximierung des Wirkungsgrades begründen. Dabei können andere Einflussfaktoren, insbesondere der Reibungseffekt nach Kapitel 9, 10 und 11, eine große Rolle spielen. Aus einer früheren experimentellen Untersuchung wurde eine empirische Gleichung zur Bestimmung der Schaufelzahl von Taygun (1946) vorgeschlagen:

$$N = 15 + \frac{1}{2} \cdot D_m/d_0 \quad (4.28)$$

Unter der Anwendung der Beziehung nach Gl. (1.26) kann diese empirische Gleichung auch als Funktion der Laufzahl und der spezifischen Drehzahl dargestellt

werden:

$$N = 15 + 1.3k_m/n_q \quad (4.29)$$

Es kann nachwiesen werden, dass die gerundete Schaufelzahl nur sehr gering von der Laufzahl abhängt. Somit ist für eine mittlere Laufzahl von $k_m = 0.47$

$$N = 15 + 0.62/n_q \quad (4.30)$$

Sie ist somit eine Funktion rein geometrischer Größen. Zum Vergleich ist die daraus berechnete Schaufelzahl in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl bereits in Abb. 4.9 dargestellt worden. Es zeigt sich qualitativ eine sehr gute Übereinstimmung zwischen empirischen und theoretischen Werten. Die aus Koinzidenzbedingung bzw. Symmetriebedingung hergeleiteten Beziehungen zeigen die physikalischen Hintergründe für die Bestimmung der Schaufelzahl eines Pelton-Rades. Damit ist nun auch geklärt, warum die Laufzahl bei einer Pelton-Turbine stets im Bereich zwischen 0.45 und 0.48 liegt, also kleiner als 0.5 sein muss.

4.6 Relativlaufbahn des Wasserstrahls

Die reale Interaktion zwischen dem Wasserstrahl und einer Pelton-Schaukel kann veranschaulicht werden, wenn sie in der bewegten Schaufel betrachtet wird. Dazu wird hier zunächst die relative Laufbahn eines Wasserteilchens, das in die Schaufel eintritt, berechnet. Das Wasserteilchen befindet sich nach Abb. 4.10 auf der Laufbahn, die um h von der Drehachse entfernt ist. Mit dem in der Abbildung eingezeichneten Koordinaten-System sind die Komponenten der Relativgeschwindigkeit $\vec{W}_0$ des Wasserteilchens vor dem Eintritt in die Schaufel gegeben durch

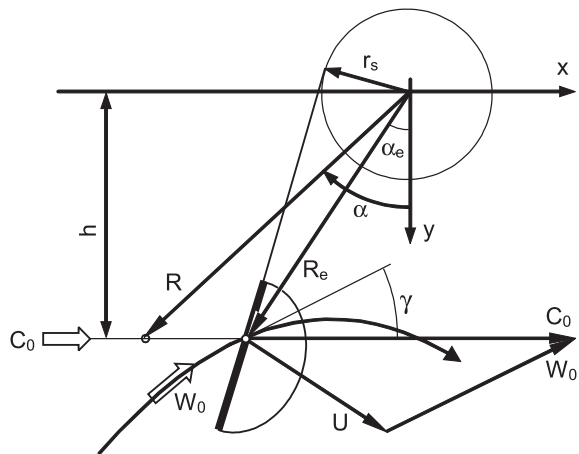


Abb. 4.10 Relative Laufbahn eines Wasserteilchens, das beim Schaufelstellungswinkel α_e in die Schaufel eintritt

$$W_{0x} = C_{0x} - U_x = C_0 - \omega \cdot h \quad (4.31)$$

$$W_{0y} = 0 - U_y = -\omega \cdot R \cdot \sin \alpha \quad (4.32)$$

Es wird angenommen, dass das betrachtete Wasserteilchen bei der Schaufelstellung α_e an der Stelle $R_e = h / \cos \alpha_e$ in die Schaufel eintritt ($x = x_e$, $y = h$). Der Eintrittszeitpunkt wird mit Null fixiert. Die Laufbahn der Partikel vor dem Eintritt in die Schaufel ist demnach mit negativer Zeit zu berechnen.

Da das Wasserteilchen vor dem Eintritt in die Schaufel sich auf der Bahn $h = \text{const}$ d. h. $R \cdot \cos \alpha = \text{const}$ befindet, ist nach Gl. (4.31) $W_{0x} = \text{const}$. Die Laufbahn des Wasserteilchens im relativen System ist dann beschrieben durch

$$x = x_e + \int_0^t W_{0x} dt = x_e + (C_0 - \omega \cdot h) \cdot t \quad (4.33)$$

$$y = h + \int_0^t W_{0y} dt = h - \omega \int_0^t R \cdot \sin \alpha dt \quad (4.34)$$

Wegen $R \cdot \sin \alpha = -x_e - C_0 \cdot t$ berechnet sich Gl. (4.34) zu

$$y = h + \omega \int_0^t (x_e + C_0 \cdot t) dt = h + \omega \left(x_e t + \frac{1}{2} C_0 t^2 \right) \quad (4.35)$$

Durch Eliminieren der Zeit aus Gln. (4.33) und (4.35) kann die Laufbahn des betrachteten Wasserteilchens berechnet werden:

$$y = h + \omega \frac{x - x_e}{C_0 - \omega \cdot h} \left(x_e + \frac{1}{2} \cdot \frac{x - x_e}{1 - \omega \cdot h / C_0} \right) \quad (4.36)$$

Die berechnete Laufbahn gilt jedoch nur für Wasserteilchen, die zur Zeit $t = 0$ an der Stelle $x = x_e$ und $y = h$ in die Schaufel eintreten. Die Tangente der Laufbahn am Schaufeleintritt stimmt dort mit der Relativgeschwindigkeit (W_0) überein, wie dies in Abb. 4.10 gezeigt ist. Der Eintrittswinkel γ des betrachteten Wasserteilchens in die Schaufel berechnet sich aus der Beziehung

$$\tan \gamma = - \left(\frac{W_{0y}}{W_{0x}} \right)_e = \frac{\omega \cdot x_e}{C_0 - \omega \cdot h} \quad (4.37)$$

Zur Auslegung des Pelton-Rades strebt man oft danach, die Schaufelmittelschneide mit zugehörigem Grundkreis r_s so auszulegen bzw. soweit zu kippen, dass diese zur mittleren relativen Laufbahn des gesamten Wassers möglichst senkrecht steht. Die Strömungsausbreitung in der Schaufel sieht demnach so aus, wie sie bereits in Abb. 4.6 veranschaulicht wurde.

Wird die Relativbewegung des Wasserteilchens für die Zeit $t > 0$ als unbeeinflusst von der Schaufel weiter betrachtet, so würde die Laufbahn des Wasserteil-

chens ihren Höhepunkt erreichen, bei der sich die Geschwindigkeitskomponente $W_y = 0$ ergibt (Abb. 4.10). Das Wasserteilchen befindet sich jedoch auf der y -Achse, da sich nach Gl. (4.32) $\alpha = 0$ ergibt.

4.7 Strömungsablösung beim Eintritt am Schaufelausschnitt

Es wurde bereits in Abschnitt 4.3 gezeigt bzw. in Abb. 4.4 veranschaulicht, dass bei Pelton-Turbinen mit großer spezifischer Drehzahl die Schaufel mit dem Schneiden des Wasserstrahls sehr früh beginnt. Daraus ergibt sich, dass aufgrund des Geschwindigkeitsplans nach Abb. 4.11 die Relativgeschwindigkeit sehr „steil“ zur Schaufel gerichtet ist und die Strömung am Schaufeleintritt sich ablösen kann. Das an der Schaufeleintrittskante vorbeilaufende Wasser folgt dann der relativen Laufbahn, die bereits in Abschnitt 4.6 berechnet wurde, und trifft kurz darauf wieder auf die Innenfläche der Schaufel. Der Ort des Auftreffens des Wassers auf der Innenseite der Schaufel kann aus Abb. 4.11 bestimmt werden, indem innerhalb der gleichen Zeit die Schaufel um $\Delta\alpha = \omega t$ verdreht und der Wasserstrahl um eine Strecke von $\Delta x = C_0 \cdot t$ bewegt wird. Als Konsequenz dieser Tatsache werden Schäden an entsprechenden Stellen auf der Schaufelinnenseite durch das Aufprallen des Wassers entstehen. Diese Schäden sind bereits im praktischen Betrieb von Pelton-Turbinen mit großen spezifischen Drehzahlen beobachtet worden. Abb. 4.12 zeigt das systematische Ausbrechen von Verschleißbeschichtung auf der Schaufelinnenseite an der Stelle, wo das abgelöste Wasser in Form von Tropfen mit der Auswirkung ei-

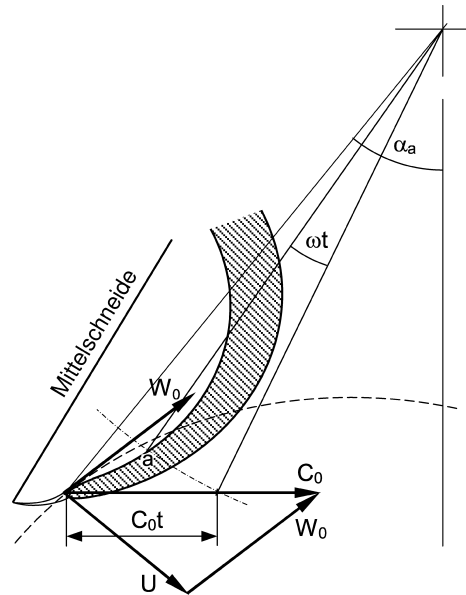
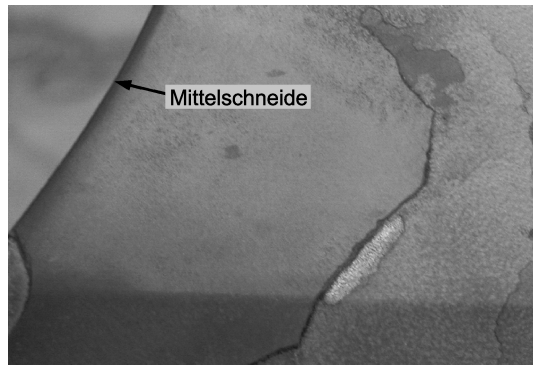


Abb. 4.11 Strömungsablösung und Wiederauftrittsstelle a bei Pelton-Rädern mit grosser spezifischer Drehzahl

Abb. 4.12 Systematisches Ausbrechen von Beschichtungen an der Schaufelinnenseite einer Pelton-Turbine ($n_q = 0.13$), verursacht durch den Hammereffekt von Wassertropfen



nes Hammereffekts wieder auftritt. Der hohe periodische Tropfenschlag, im gezeigten Beispiel von 30 Hz, schwächt die Haftung der Verschleißbeschichtung und verursacht das Ausbrechen der Beschichtung nach kurzer Betriebszeit. Es ist daher ratsam, den Profilverlauf im Bereich des Schaufelausschnitts sorgfältig auszulegen, wenn die spezifische Drehzahl der Pelton-Turbine groß ist.

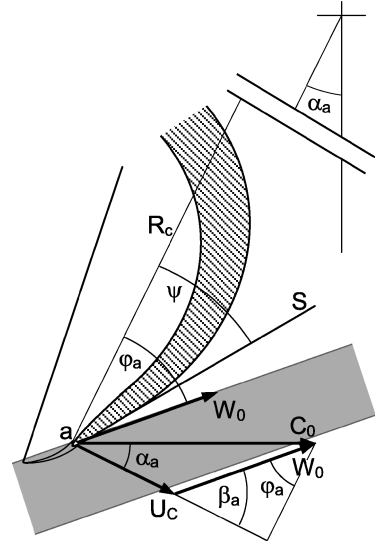
4.8 Stoßfreie Bedingung am Schaufelrücken

In dem Moment, in dem der Wasserstrahl vom Ausschnitt der Schaufel eingeschnitten wird, wird der Wasserstrahl in zwei Teile geteilt. Ein Teil tritt in die Schaufel ein; der andere Teil fliegt an der Schneide des Ausschnitts vorbei. Bei ungünstiger Auslegung des Schaufelausschnitts kann es passieren, dass der zweite Teil des Wasserstrahls zum Teil auf den Schaufelrücken stößt. Hierfür sind insbesondere Pelton-Turbinen mit hoher spezifischer Drehzahl anfällig, da nach Abb. 4.11 die Relativgeschwindigkeit am Schaufeleintritt sehr „steil“ ist. Das Anstoßen des Wasserstrahls auf den Schaufelrücken wird vor allem einen Wirkungsgradverlust verursachen und soll daher möglichst vermieden werden. Ein Kriterium dazu soll nachfolgend erarbeitet werden.

Der Anhaltspunkt zur Auslegung des Profils am Schaufelausschnitt ist das Geschwindigkeitsverhältnis im Relativsystem. Es wurde bereits im letzten Abschnitt gezeigt, dass die steilste Relativgeschwindigkeit und daher der kritischste Strömungswinkel sich zum Beginn des Einschneidens des Wasserstrahls ergeben. Die entsprechende Schaufelstellung ist gegeben durch α_a und das entsprechende Strömungsverhältnis ist in Abb. 4.13 dargestellt. Die Relativgeschwindigkeit weist in die Richtung, die durch den Winkel φ_a gegeben ist. Der Flächenverlauf am Schaufelrücken ist durch S bezeichnet, der einen festen Neigungswinkel von ψ gegenüber dem Positionsradius besitzt. Damit der Wasserstrahl am Schaufelrücken berührungsfrei abfließen kann, gilt die Bedingung $\psi < \varphi_a$.

Der Strömungswinkel φ_a wird aus dem Geschwindigkeitsverhältnis am Schaufeleintritt ermittelt. Nach dem in Abb. 4.13 eingezeichneten Geschwindigkeitsplan

Abb. 4.13 Bedingung zur stoßfreien Strömung am Schaufelrücken in der Ausschnittszone: $\psi < \varphi_a$ mit $\varphi_a = \pi/2 - \beta_a$



berechnet sich der Strömungswinkel φ_a nach dem Sinussatz zu

$$\cos \varphi_a = \frac{C_0 \cdot \sin \alpha_a}{W_0} \quad (4.38)$$

Dabei wurde die Beziehung $\sin(\pi - \beta_a) = \sin \beta_a = \cos \varphi_a$ verwendet.

Die Relativgeschwindigkeit berechnet sich nach dem Kosinussatz aus

$$W_0^2 = U_c^2 + C_0^2 - 2U_c C_0 \cos \alpha_a \quad (4.39)$$

bzw.

$$\frac{W_0^2}{C_0^2} = \frac{U_c^2}{C_0^2} + 1 - 2 \frac{U_c \cos \alpha_a}{C_0} \quad (4.40)$$

Wird Gl. (4.40) in Gl. (4.38) eingesetzt, ergibt sich

$$\cos^2 \varphi_a = \frac{\sin^2 \alpha_a}{(U_c/C_0)^2 + 1 - 2(U_c/C_0) \cdot \cos \alpha_a} \quad (4.41)$$

Diese Gleichung kann auch in Funktion der spezifischen Drehzahl dargestellt werden. Dafür werden Gl. (4.10) für α_a sowie Gl. (1.33) mit $k_m = 0.47$ verwendet. Es ergibt sich aus Gl. (4.41)

$$\cos^2 \varphi_a = \frac{1 - (1 - 0.81n_q)^2 / (1 + 2n_q)^2}{0.22(1 + 2n_q)^2 + 0.76n_q + 0.06} \quad (4.42)$$

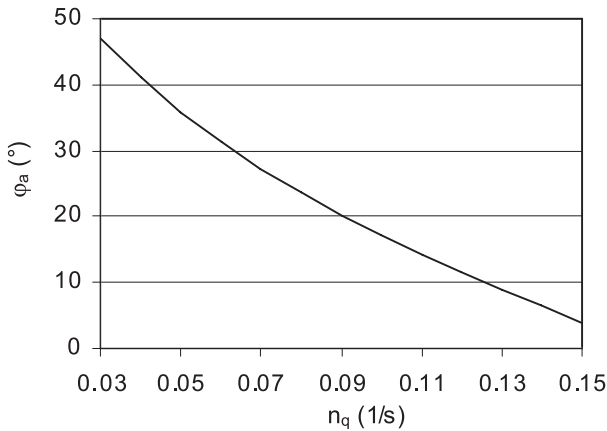


Abb. 4.14 Strömungswinkel am Schaufelrücken in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl

Entsprechend dieser Gleichung ist die Abhängigkeit des Strömungswinkels von der spezifischen Drehzahl in Abb. 4.14 dargestellt. Es ist klar ersichtlich, dass der Strömungswinkel φ_a bei Pelton-Turbinen mit großer spezifischer Drehzahl sehr niedrig ist. Dies erschwert die stoßfreie Auslegung des Rückenprofils der Schaufel ($\psi < \varphi_a$) in der Ausschnittszone. Da der Wasserstrahl auf den Rücken der Schaufel aufkommen wird und er dadurch eine Gegenkraft zur Schaufeldrehung verursacht, muss man mit einem Wirkungsgradverlust rechnen. Ferner wird auch an dieser Stelle vermehrt Abrasion auftreten. Es lässt sich anhand bestätigter Berechnungen zeigen, dass der betrachtete Strömungswinkel φ_a nur sehr schwach von der Laufzahl k_m abhängt.

Für die praktische Anwendung kann der Strömungswinkel φ_a in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl folgendermaßen angegeben werden:

$$\varphi_a = 1500n_q^2 - 610n_q + 63 \quad (4.43)$$

Diese Gleichung stellt in der Tat eine gute Näherung zu Gl. (4.42) dar. Damit liegt nun eine Referenz zur Auslegung von Pelton-Schaukeln mit $\psi < \varphi_a$ vor.

4.9 Stoßkraft und ihre Leistung beim Eintritt

Der Eintritt des Wasserstrahls in die Schaufel geschieht sowohl an der Nebenschneide am Schaufelausschnitt als auch längs der Hauptschneide d. h. der Schaufelmitelschneide. An der Nebenschneide kann die Strömungsablösung bei einem Laufrad mit großer spezifischer Drehzahl auftreten, wie dies bereits in Abschnitt 4.7 erläutert wurde. Abgesehen davon sind sämtliche Eintrittsvorgänge, sowohl an der Nebenschneide als auch längs der Hauptschneide, mit einer Ablenkung der Strömung gekoppelt und somit stoßbehaftet. Im Vergleich zur stoßbehafteten Gitterströmung,

wo die Stoßverluste unvermeidlich auftreten und aus der Anwendung von Energie- und Impulssatz exakt erfasst werden können, kann der stoßbehaftete Eintritt bei Pelton-Schaufeln als verlustfrei betrachtet werden. Ein derartiger Strömungsmechanismus basiert darauf, dass bei der Ablenkung der Strömung an einer Wand die veränderliche kinetische Energie in Druckenergie umgewandelt wird, die kurz darauf wieder als kinetische Energie frei gegeben wird. Die Umwandlung dieser Energien geschieht ohne räumliche Einschränkung. Eine derartige Strömung mit Ablenkung wurde bereits in Abschnitt 4.1 (Abb. 4.1) gezeigt. Dieser Prozess unterscheidet sich grundsätzlich von der stoß- und daher verlustbehafteten Gitterströmung und kann somit als verlustfrei erfasst werden.

4.9.1 Ablenkung der Strömung an der Schaufelmittelschneide

Zur Erfassung dieses verlustfreien Prozesses wird die Eintrittsströmung längs der Schaufelmittelschneide betrachtet. Die Mittelschneide weist meistens einen Winkel ε von 10° bis 20° auf (Abb. 4.15) und steht im Allgemeinen schief sowohl zur Strahlggeschwindigkeit als auch zur Relativgeschwindigkeit. Der Einfachheit halber wird hier nur der Fall betrachtet, bei dem die Schaufelmittelschneide senkrecht zur Strahlachse steht. Aus der Ablenkung der Relativströmung um den Winkel ε resultiert eine Kraft, die auf die bewegte Schaufel wirkt und daher eine Leistung erbringt. Die Bestimmung der Stoßkraft erfolgt aus dem Impulssatz. Dazu wird anhand Abb. 4.15 ein x - y - z -Koordinatensystem festgelegt. Die x - y -Ebene liegt in der von Strahlachse und Schaufelmittelschneide aufgespannten Fläche, wobei die x - und y -Achsen jeweils parallel zur Strahlachse und Schaufelmittelschneide stehen. Allgemein wird davon ausgegangen, dass die Relativgeschwindigkeit unter dem Neigungswinkel γ auf die Schaufelmittelschneide gerichtet ist.

Zur Anwendung des Impulssatzes wird im Relativsystem die obere Hälfte der Schaufel betrachtet, in der der Relativedurchfluss und die Stoßkraft jeweils mit $\dot{Q}_w/2$ und $F_{St}/2$ gegeben sind. Der Impulsstrom des Wasserstrahls vor der Ablenkung ist gegeben durch den Vektor mit drei Komponenten:

$$\vec{I}_0 = \left(\frac{1}{2} \rho \dot{Q}_w W_0 \cos \gamma, \frac{1}{2} \rho \dot{Q}_w W_0 \sin \gamma, 0 \right) \quad (4.44)$$

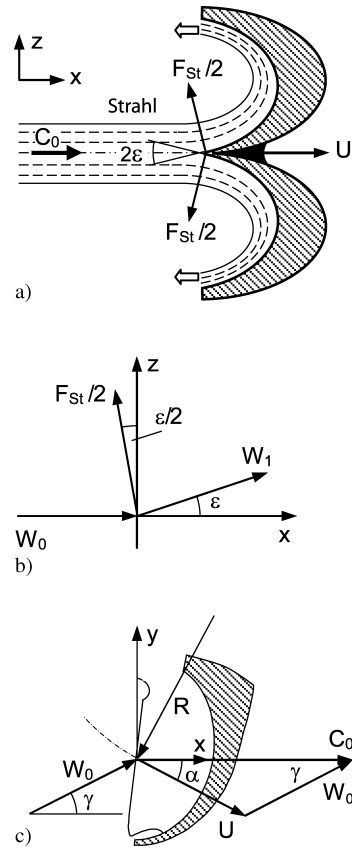
Dabei gilt, dass die Relativgeschwindigkeit in der x - y -Ebene liegt.

Nach der Ablenkung des Wasserstrahls wird der Impulsstrom durch den Impulsvektor $\vec{I}_1 = (I_{1x}, I_{1y}, I_{1z})$ angegeben.

Die Stoßkraft liegt in der x - z -Ebene. Diese Annahme beruht darauf, dass die Schaufel im Bereich des Strahleintritts längs der y -Richtung keine Änderung aufweist und somit die entsprechende Kraftkomponente verschwindet. Die vektorielle Stoßkraft ist gegeben durch

$$\frac{1}{2} \vec{F}_{St} = \left(-\frac{1}{2} F_{St} \sin \frac{\varepsilon}{2}, 0, \frac{1}{2} F_{St} \cos \frac{\varepsilon}{2} \right) \quad (4.45)$$

Abb. 4.15 Strömungsablenkung
an der Schaufelmittelschneide



Aus dem Impulssatz in der Form $\frac{1}{2} \vec{F}_{St} = \vec{I}_1 - \vec{I}_0$ können folgende Beziehungen erhalten werden:

$$I_{1x} = \frac{1}{2} \left(\rho \dot{Q}_w W_0 \cos \gamma - F_{St} \sin \frac{\varepsilon}{2} \right) \quad (4.46)$$

$$I_{1y} = \frac{1}{2} \rho \dot{Q}_w W_0 \sin \gamma \quad (4.47)$$

$$I_{1z} = \frac{1}{2} F_{St} \cos (\varepsilon / 2) \quad (4.48)$$

Um diese Beziehungen nach der Stoßkraft aufzulösen, wird der Energiesatz verwendet. Für die verlustfreie Ablenkung der Strömung bleibt die kinetische Energie des Wassers nach der Ablenkung erhalten. Dies kann ausgedrückt werden durch

$$I_{1x}^2 + I_{1y}^2 + I_{1z}^2 = I_{0x}^2 + I_{0y}^2 + I_{0z}^2 \quad (4.49)$$

Daraus ergibt sich die Stoßkraft

$$F_{St}/2 = \rho \dot{Q}_w W_0 \cos \gamma \cdot \sin(\varepsilon/2) \quad (4.50)$$

Sie ist auf die Strömung gerichtet. Die Kraft, die auf die Schaufel gerichtet ist, ist gegeben durch $-\vec{F}_{St}/2$.

Die Umfangsgeschwindigkeit der Schaufel kann angegeben werden mit $\vec{U} = (U \cos \alpha, -U \sin \alpha, 0)$. Unter der Betrachtung von Strömungen in beiden Schaufelhälften errechnet sich die Leistung, die von der Stoßkraft auf beiden Schaufelhälften erbracht wird, zu

$$P_{St} = -\vec{U} \cdot \vec{F}_{St} = 2\rho \dot{Q}_w W_0 U \cos \alpha \cos \gamma \cdot \sin^2(\varepsilon/2) \quad (4.51)$$

bzw. infolge $\sin^2(\varepsilon/2) = (1 - \cos \varepsilon)/2$ zu

$$P_{St} = \rho \dot{Q}_w W_0 U \cos \alpha \cos \gamma \cdot (1 - \cos \varepsilon) \quad (4.52)$$

Die spezifische Arbeit, die durch die Stoßkraft geleistet ist, lässt sich berechnen aus

$$e_{St} = \frac{P_{St}}{\rho \dot{Q}_w} = W_0 U \cos \alpha \cos \gamma \cdot (1 - \cos \varepsilon) \quad (4.53)$$

In Bezug auf die spezifische kinetische Energie $C_0^2/2$ des Wasserstrahls beträgt diese Arbeit einen prozentualen Anteil von

$$\eta_{St} = \frac{e_{St}}{\frac{1}{2} C_0^2} = 2 \frac{W_0}{C_0} \frac{U}{C_0} \cos \alpha \cos \gamma \cdot (1 - \cos \varepsilon) \quad (4.54)$$

Dies wird als Teilwirkungsgrad der Stoßkraft bezeichnet. Ein spezieller Fall ist gegeben, wenn der Schaufelstellungswinkel $\alpha = 0$ ist und somit $\gamma = 0$ und $W_0 = C_0 - U_m$ gelten. Dies entspricht dem senkrechten Ausrichten der Relativströmung auf die Schaufelmittelschneide und ist somit äquivalent zur geradlinigen Schaufelbewegung. Mit $k_m = U_m/C_0$ ergibt sich aus Gl. (4.54)

$$\eta_{St} = 2k_m(1 - k_m)(1 - \cos \varepsilon) \quad (4.55)$$

Sie ist formell gleich der Gl. (1.16) bzw. Gl. (1.40). Somit wird η_{St} als Teilwirkungsgrad bezeichnet. Zahlenmäßig, für beispielsweise $k_m = 0.5$ und $\varepsilon = 15^\circ$, beträgt dieser Teilwirkungsgrad $\eta_{St} = 1.7\%$. Wird angenommen, dass 10% von der entsprechenden Leistung verloren geht, beträgt der Stoßverlust lediglich 0.17%.

Die separate Betrachtung der Stoßkraft und deren Auswirkung dient dazu, den gesamten Leistungsaustausch zwischen dem Wasserstrahl und den rotierenden Schaufeln in zwei Prozessen zu unterteilen: stoßbehafteter Eintritt und kontinuierliche Strömung innerhalb der Schaufel bis zum Austritt. Der hydraulische Wirkungsgrad des kontinuierlichen Prozesses berechnet sich dann aus

$$\eta_{h,k} = 2k_m(1 - k_m) \cdot (\cos \varepsilon - \cos \beta_2) \quad (4.56)$$

Zusammen mit dem Teilwirkungsgrad η_{St} ergibt sich der gesamte Wirkungsgrad, der mit Gl. (1.40) übereinstimmt.

Die Unterteilung des gesamten Prozesses in zwei Teilprozesse findet ihre Anwendung dort, wo Strömungseffekte wie Leistung, Wirkungsgrad usw. aus einer Integration der Strömung in der Schaufel ermittelt werden sollen. Dabei muss die untere Integrationsgrenze am Schaufeleintritt durch Angabe des realen Winkels ε , der ungleich Null ist, festgelegt werden. Ein vergleichbares Rechenbeispiel, bezogen auf den nächsten Abschnitt, wird in Kapitel 11 gezeigt, wo die Wirkung der Strömungsreibung auf die Relativströmung in der Schaufel durch Integration berechnet wird.

4.9.2 Ablenkung der Strömung an der Ausschnittsschneide

Zur Berechnung der Stoßkraft an der Nebenschneide am Schaufelausschnitt wird die Schneide mit einer geraden Kante in z -Richtung nach Abb. 4.16 angenommen. Die x -Koordinate steht parallel zur Strahlachse. Da der Fall mit $\gamma > \gamma_c$ die Strömungsablösung bei Eintritt in die Schaufel zeichnet und dies entsprechend Abschnitt 4.7 nicht vorkommen soll, wird hier nur der Fall mit $\gamma < \gamma_c$ betrachtet.

Abgesehen von der Strömungssingularität an der Eintrittskante steht die Umlenkungskraft oder Stoßkraft senkrecht zur Schaufeloberfläche. Dies hat zur Folge, dass ein Teil des Wassers in Abhängigkeit vom Winkelunterschied $\Delta\gamma = \gamma_c - \gamma$ rückwärts läuft. Für die Berechnung der Strömung in der Schaufel müsste man dann nur das vorwärts strömende Wasser berücksichtigen. Da der Winkelunterschied $\Delta\gamma$

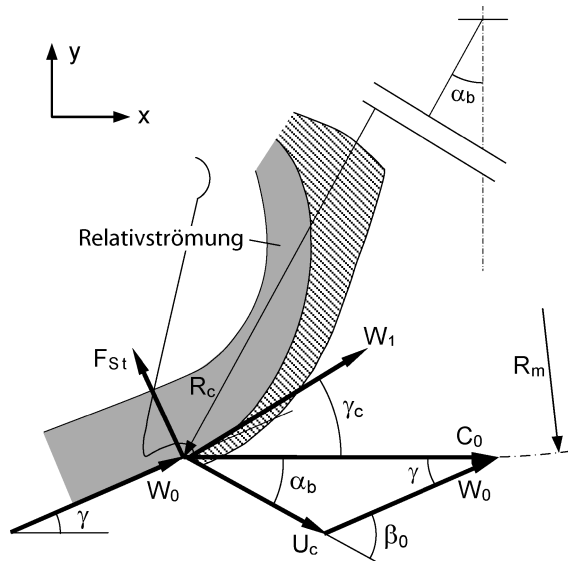


Abb. 4.16 Stoßkraft an der Nebenschneide am Schaufelausschnitt

in der Tat einen sehr kleinen Wert darstellt, kann die rückwärts strömende Wassermenge vernachlässigt werden. Dies führt jedoch nach dem Impulssatz dazu, dass die Richtung der Stoßkraft leicht von der Normale der Schaufeloberfläche abweicht. Anstatt senkrecht zur Schaufeloberfläche stimmt sie dann mit der Winkelhalbierenden des Umlenkungswinkels überein. Diese Betrachtungsweise ist bereits in Abb. 4.15 verwendet worden, wo die Stoßkraft um $\varepsilon/2$ von der Normale der Schaufeloberfläche abweicht.

Im rotierenden System kann der Impulsstrom des Wasserstrahls vor der Umlenkung (Index 0) durch seine Komponenten dargestellt werden:

$$I_{0x} = \rho \dot{Q}_w W_0 \cos \gamma \quad (4.57)$$

$$I_{0y} = \rho \dot{Q}_w W_0 \sin \gamma \quad (4.58)$$

Dabei kann der Relativedurchfluss aus Berechnungen im Abschnitt 6.1 bestimmt werden.

Nach der Umlenkung des Wasserstrahls ist der Impulsstrom des Strahls gegeben durch (mit $W_1 = W_0$)

$$I_{1x} = \rho \dot{Q}_w W_0 \cos \gamma_c \quad (4.59)$$

$$I_{1y} = \rho \dot{Q}_w W_0 \sin \gamma_c \quad (4.60)$$

Nach dem Impulssatz errechnet sich die Stoßkraft, die auf die Strömung wirkt, aus

$$F_{St,x} = I_{1x} - I_{0x} \quad (4.61)$$

$$F_{St,y} = I_{1y} - I_{0y} \quad (4.62)$$

Die Umlenkung des Wasserstrahls am Eintritt des Schaufelausschnitts geschieht beim Schaufelstellungswinkel α_b , der bereits in Abb. 4.2 bzw. Abb. 4.3 klar definiert wurde. Die Umfangsgeschwindigkeit der Nebenschneide des Ausschnitts ist somit gegeben durch

$$U_x = U_c \cos \alpha_b \quad (4.63)$$

$$U_y = -U_c \sin \alpha_b \quad (4.64)$$

Die Leistung, die von der Stoßkraft erbracht wird, errechnet sich aus dem entsprechenden Vektorprodukt

$$P_{St} = -\vec{F}_{St} \cdot \vec{U}_c = -(F_{St,x} U_x + F_{St,y} U_y) \quad (4.65)$$

Durch Anwendung von Gln. (4.57) bis (4.64) und wegen $\alpha_b + \gamma = \beta_0$ wird die Leistung dargestellt in der Form von:

$$P_{St} = \rho \dot{Q}_w W_0 U_c [\cos \beta_0 - \cos (\alpha_b + \gamma_c)] \quad (4.66)$$

Die spezifische Stoßarbeit errechnet sich dann aus

$$e_{\text{St}} = \frac{P_{\text{St}}}{\rho \dot{Q}_{\text{w}}} = W_0 U_{\text{c}} [\cos \beta_0 - \cos (\alpha_{\text{b}} + \gamma_{\text{c}})] \quad (4.67)$$

Gemäß Abb. 4.16 repräsentiert der Winkel $\alpha_{\text{b}} + \gamma_{\text{c}}$ den geometrischen Einlaufwinkel am Schaufelausschnitt und wird daher durch β_1 bezeichnet. In Bezug auf die spezifische kinetische Energie $C_0^2/2$ des Wasserstrahls ergibt die Stoßarbeit einen Teilwirkungsgrad von

$$\eta_{\text{St}} = \frac{e_{\text{St}}}{C_0^2/2} = 2 \frac{W_0 U_{\text{c}}}{C_0^2} (\cos \beta_0 - \cos \beta_1) \quad (4.68)$$

Mit $k_{\text{m}} = U_{\text{m}}/C_0$ ergibt sich somit

$$\eta_{\text{St}} = 2k_{\text{m}}^2 \frac{W_0}{U_{\text{m}}} \frac{R_{\text{c}}}{R_{\text{m}}} (\cos \beta_0 - \cos \beta_1) \quad (4.69)$$

Für $\beta_1 = \beta_0$ ist die Stoßarbeit gleich Null.

Wie bereits im Abschnitt 4.9.1 angedeutet wurde, ist die separate Betrachtung der Stoßarbeit beim Eintritt deswegen notwendig, da diese Arbeit nicht durch Integrationsberechnung innerhalb der Schaufel vom Ein- bis zum Austritt erfasst werden kann. Ein Rechenbeispiel wird in Kapitel 11 gezeigt.

Freistrahlturbinen

Hydromechanik und Auslegung

Zhengji, Z.

2009, XII, 260 S. 100 Abb., Hardcover

ISBN: 978-3-540-70771-4