1

Schaltungen im stationären Zustand

Definition 1.1 (Modell) *Ein Modell ist ein Mittel, um einen Zusammenhang zu veranschaulichen. Es stellt die wesentlichen Sachverhalte dar und verbirgt unwesentliche Details.*

Definition 1.2 (Stationärer Zustand) *Der stationäre Zustand ist der Betriebszustand einer elektronischen Schaltung, in dem alle Ausgleichsvorgänge abgeschlossen und alle Spannungen und Ströme konstant sind.*

Betrachtungsgegenstand in der Elektronik sind Schaltungen, ihre Funktion und ihr Entwurf. Die Funktionsmodelle einer Schaltung sind Schaltpläne und Gleichungssysteme. Ein Schaltplan beschreibt die verwendeten Bauteile und wie sie verbunden sind. Außer der bewährten graphischen Darstellung kann eine Schaltungsbeschreibung auch eine computerinterne Netzliste sein.

Die zu lösenden Aufgaben sind Analyse und Entwurf. Die Schaltungsanalyse besteht darin, für eine gegebene Schaltung die Ströme und Spannungen zu berechnen oder abzuschätzen. Der Lösungsweg umfasst mehrere Schritte:

- Zuerst wird der Schaltplan erstellt.
- Aus dem Schaltplan wird eine (nahezu) funktionsgleiche Ersatzschaltung abgeleitet, die die funktionalen Eigenschaften besser widerspiegelt.

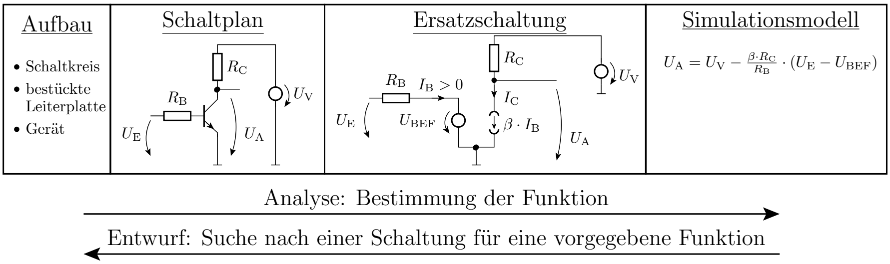


Abb. 1.1. Betrachtungsgegenstände der Elektronik

G. Kemnitz, *Technische Informatik*, eXamen.press,
DOI 10.1007/978-3-540-87841-4_1, © Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2009

- Die Ersatzschaltung wird durch ein Gleichungssystem nachgebildet.
- Mit Hilfe des Gleichungssystems werden die gesuchten Werte berechnet.

Die einzelnen Transformationen werden später alle ausführlich behandelt. Eine Eigenschaft, die alle diese Modelle haben, ist bereits hier zu erkennen.

> *Die geometrische Anordnung der Bauteile in der aufgebauten Schaltung und die Leitungsführung haben keinen Einfluss auf die Funktion.*

Denn diese Informationen sind in keinem der Modelle enthalten und gehören damit offensichtlich zu den unwesentlichen Details.

Der Entwurf ist um einiges schwieriger. Er beinhaltet die Analyse als eine Teilaufgabe. Aus den Soll-Vorgaben – idealerweise einem Simulationsmodell – werden über Ersatzschaltungen die Schaltungen entwickelt. In der Regel werden hierzu Beispielschaltungen mit ähnlichen Eigenschaften gesucht und angepasst. Daran schließen sich Analysen zur Kontrolle, ob die Entwurfsziele erreicht wurden, und meist Nachbesserungsiterationen an.

Dieses Kapitel behandelt nur den stationären Zustand der Schaltungen. Im stationären Zustand sind die Spannungen und Ströme definitionsgemäß konstant. Das vereinfacht die physikalischen und systemtheoretischen Zusammenhänge, die zu berücksichtigen sind, erheblich.

1.1 Physikalische Grundlagen

> *Warum und unter welchen Bedingungen und Annahmen kann die Geometrie einer Schaltung bei der Beschreibung ihrer Funktion vernachlässigt werden?*

Diese Frage trennt zwischen den physikalischen Zusammenhängen, die für die Analyse und für den Entwurf elektronischer Schaltungen wichtig sind, und denen, die bereits im Modell »Schaltplan« als unwesentliche Details vernachlässigt werden. Die physikalischen Grundlagen der Halbleiterbauteile werden in diesem Abschnitt noch nicht behandelt. Ihre Funktionsweise ist erfahrungsgemäß leichter zu verstehen, wenn ihre wesentlichen Eigenschaften und Anwendungen vorher bekannt sind.

1.1.1 Energie, Potenzial und Spannung

	Symbol	Maßeinheit
Kraft (Vektor)	$\mathbf{F}$	N (Newton)
Feldstärke (Vektor)	$\mathbf{E}$	N/C=V/m
Ladung, Probeladung	Q, q	C=As (Coulomb)
Energie	W	J=Nm=Ws (Joule) eV=1,6 $\cdot 10^{-19}$J (Elektronenvolt)
Spannung	U	V (Volt)
Potenzial	φ	V (Volt)

Zwischen zwei Punktladungen Q_1 und Q_2 wirkt nach dem coulombschen Gesetz[1] eine Kraft mit dem Betrag:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \tag{1.1}$$

(ε – Dielektrizitätskonstante, Materialeigenschaft des Raumes zwischen den Ladungen; r – Abstand der Punktladungen). Die Kraftwirkungen aller ortsfesten und beweglichen Ladungen in einem Raum – das können sehr viele sein – addieren sich zu einem Kraftfeld. Zur Modellierung des Kraftfeldes wird eine gedachte Probeladung q im Raum bewegt und die Richtung und die Größe der Kraft, die auf sie wirkt, bestimmt. Die Feldstärke ist die Kraft geteilt durch die Größe der Probeladung:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q \tag{1.2}$$

Die Richtung der Feldstärke wird durch Feldlinien dargestellt (Abb. 1.2).

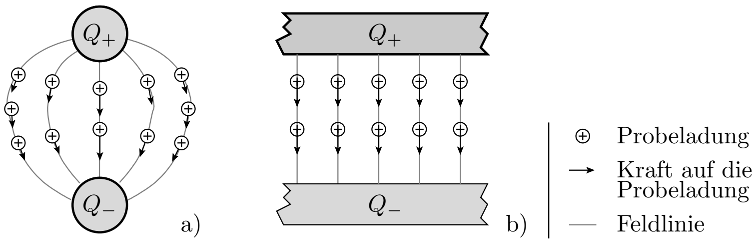


Abb. 1.2. Elektrisches Feld a) zwischen zwei Punktladungen b) zwischen aufgeladenen parallelen Platten

[1] Benannt nach Charles Augustin Coulomb (1736 - 1806), französischer Physiker, Begründer der Elektrostatik sowie der Magnetostatik.

Bei der Bewegung einer Probeladung in einem elektrischen Feld wird Energie umgesetzt:

$$W = \int_{\mathbf{P}_1}^{\mathbf{P}_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \tag{1.3}$$

($\mathbf{P}_i$ – Raumpunkte im elektrischen Feld). Ein positiver Energieumsatz bedeutet, dass elektrische Energie verbraucht (in andere Formen umgesetzt) und ein negativer Energieumsatz, dass elektrische Energie (aus anderen Formen) erzeugt wird. Nach dem Energieerhaltungssatz hängt die umgesetzte Energie nur vom Anfangs- und vom Endpunkt des Weges, nicht aber vom Weg selbst ab. Bei einer Bewegung einer Ladung auf einer geschlossenen Bahn zurück zum Startpunkt ist die umgesetzte Energie insgesamt immer Null. Denn sonst wäre es möglich, Ladungen in einem elektrischen Feld so zu bewegen, dass Energie erschaffen oder vernichtet wird. Das erste geometrieunabhängige physikalische Gesetz für elektronische Schaltungen lautet:

Satz 1.1 (Energieerhaltung) *Wenn sich eine Ladung auf einer geschlossenen Bahn durch einen Raum mit einem elektrischen Feld bewegt, hat sie, zurückgekehrt zum Startpunkt, wieder dieselbe elektrische Energie.*

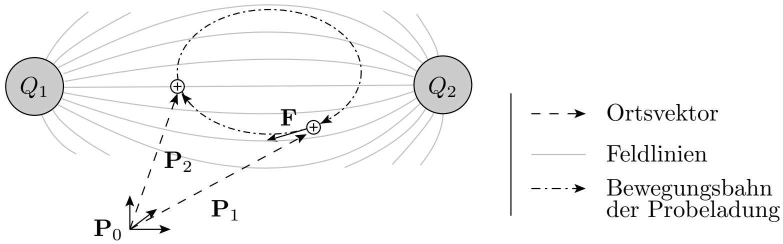


Abb. 1.3. Bewegung einer Probeladung in einem elektrischen Feld

Auf dieser Eigenschaft basieren die Definitionen der wichtigen elektrischen Größen Potenzial und Spannung.

Definition 1.3 (Potenzial) *Das (elektrische) Potenzial eines Raumpunktes* $\mathbf{P}$ *ist die erforderliche Energie, um eine Probeladung von einem Bezugspunkt* $\mathbf{P}_0$ *zum Punkt* $\mathbf{P}$ *zu bewegen, geteilt durch die Größe der Probeladung.*

Definition 1.4 (Spannung) *Die Spannung zwischen den Raum- bzw. Schaltungspunkten* $\mathbf{P_2}$ *und* $\mathbf{P}_1$ *ist die erforderliche Energie, um eine Probeladung vom Punkt* $\mathbf{P_1}$ *zum Punkt* $\mathbf{P}_2$ *zu transportieren, geteilt durch die Größe der Probeladung.*

Aus Gleichung 1.3 und der Definition des Potenzials ergibt sich, dass das Potenzial das Integral über die Feldstärke vom Bezugspunkt $\mathbf{P}_0$ entlang eines beliebigen Weges bis zum betrachteten Schaltungspunkt **P** ist:

$$\varphi(\mathbf{P}) = -\int_{\mathbf{P}_0}^{\mathbf{P}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \tag{1.4}$$

Das Potenzial ist *einem* Schaltungspunkt zugeordnet. Seine Maßeinheit ist V (Volt). Raumpunkte und auch Punkte in einer Schaltung, deren Ladungsträger dieselbe Energie besitzen, bilden Äquipotenzialbereiche (Flächen oder Räume). Als Bezugspunkt $\mathbf{P}_0$ wird ein markanter Äquipotenzialbereich gewählt, der in der Elektronik umgangssprachlich als Masse bezeichnet wird. In Schaltplänen ist das Symbol für den Bezugspunkt: $\perp$

Eine Spannung ist eine Potenzialdifferenz zwischen zwei Schaltungspunkten:

$$U = \varphi(\mathbf{P}_2) - \varphi(\mathbf{P}_1) \tag{1.5}$$

Die beiden Punkte werden in einem Schaltplan durch einen Spannungspfeil gekennzeichnet (Abb. 1.4). Bei einer Umkehrung der Zählrichtung ändert sich das Vorzeichen der Spannung. Aus den Gleichungen 1.2, 1.3, 1.4 und 1.5 folgt gemäß Definition 1.4:

Die Spannung zwischen zwei Schaltungspunkten ist die Energiedifferenz der Ladungsträger geteilt durch ihre Ladung:

$$U = \frac{W}{Q} \tag{1.6}$$

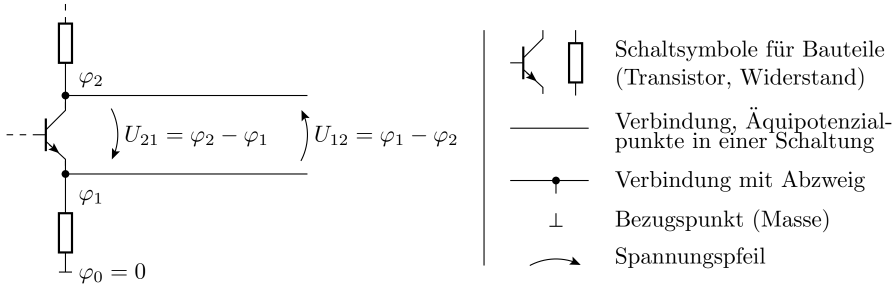


Abb. 1.4. Kennzeichnung von Potenzialen und Spannungen in einer Schaltung

Die Feldstärke hat in der Elektronik eine weitere Bedeutung. Zu hohe Feldstärken von $10^6 \ldots 10^7 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ können, wie es von Blitzen bei einem Gewitter oder von Funkenüberschlägen an der Zündkerze eines Verbrennungsmotors bekannt ist, Isolatoren in Leiter umwandeln. In der Mikroelektronik herrschen aufgrund der geringen Abmessungen zum Teil erheblich höhere Feldstärken als in der Starkstromtechnik. Für Bauteile, bei denen eine solche Zerstörungsgefahr besteht – das sind insbesondere Kondensatoren und MOS-Transistoren – gibt der Hersteller Maximalwerte für die Spannungen, die angelegt werden dürfen, an. Diese Maximalwerte sind unbedingt einzuhalten.

1.1.2 Strom

	Symbol	Maßeinheit/Wert
Strom	I	A (Ampere)
Elementarladung	e^- (Konstante)	$1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}$

Definition 1.5 (Strom) *Strom ist bewegte Ladung pro Zeit:*

$$I = \frac{d\,Q}{d\,t} \tag{1.7}$$

Eine identische Beschreibung ist das Produkt aus der Ladungsträgergeschwindigkeit und der Menge der bewegten Ladung pro Wegelement (Abb. 1.5):

$$I = \frac{d\,Q}{d\,l} \cdot \frac{d\,l}{d\,t} = Q_1 \cdot v \tag{1.8}$$

(v – Geschwindigkeit in Richtung des Stromflusses; Q_1 – bewegliche Ladung pro Wegelement).

In einem Schaltplan werden Ströme durch Zählpfeile auf der Leitung oder parallel zur Leitung eingezeichnet. Die Zählrichtung darf beliebig gewählt werden und ist bei der Angabe des Vorzeichens zu berücksichtigen. Der Strom wird positiv gezählt, wenn der Strompfeil entgegen der Richtung der Elektronenbewegung zeigt, sonst negativ.

Die beweglichen Ladungsträger in Festkörpern können Elektronen oder Löcher sein. Ein Elektron ist beweglich, wenn es in seiner energetischen und räumlichen Nachbarschaft freie Zustände gibt, die es bei einer Geschwindigkeitsänderung annehmen kann. Bei Kupfer ist z.B. ein Elektron je Atom beweglich. Die anderen Elektronen befinden sich energetisch in vollständig besetzten Bändern und sind dadurch ortsfest. Löcher sind unbesetzte Elektronenzustände, in deren energetischer Nachbarschaft fast alle Zustände besetzt

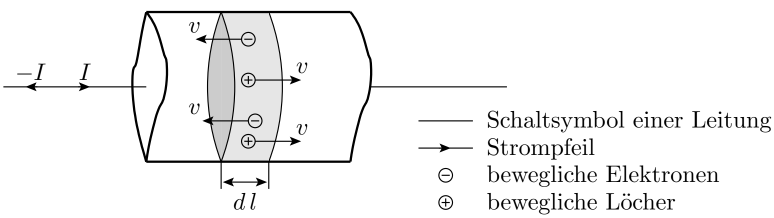


Abb. 1.5. Modell eines stromdurchflossenen Leiters

sind. Elektronen, die in diese Zustände wechseln, hinterlassen ihrerseits Löcher, in die andere Elektronen hineinwechseln können. Der Stromfluss verhält sich wie eine Bewegung positiver Ladungsträger in umgekehrter Richtung zur Elektronenbewegung. Besetzte und freie Elektronenzustände sind Begriffe aus der Quantenmechanik, die später in Abschnitt 3.1 »Bewegliche und unbewegliche Elektronen« erläutert werden.

Bewegliche Ladungsträger unterliegen wie alle beweglichen Teilchen einer ungerichteten thermischen Bewegung. Die thermische Bewegung, die für das Rauschen in elektronischen Schaltungen verantwortlich ist, kann von mehreren Arten von gerichteten Bewegungen überlagert sein:

- Diffusionsströmen,
- Driftströmen und
- Umladeströmen.

Diffusionsströme treten in Grenzschichten zwischen unterschiedlichen leitenden Materialien auf und spielen in der Halbleitertechnik eine wichtige Rolle. Die Ursache sind unterschiedliche Ladungsträgerdichten, die durch die thermische Bewegung ausgeglichen werden.

Driftströme entstehen durch elektrische Felder. Das Feld übt eine Kraft aus, die die Ladungsträger beschleunigt, die Löcher in Feldrichtung, die Elektronen entgegen der Feldrichtung. Aufgrund der thermischen Bewegung gibt es jedoch ständig Interaktionen mit anderen Teilchen, bei denen gerichtete Bewegungsenergie in Wärme, d.h. ungerichtete Bewegungsenergie, umgewandelt wird. Im Mittel ist die Driftgeschwindigkeit proportional zur Feldstärke:

$$v = \mu \cdot E \tag{1.9}$$

(v – Driftgeschwindigkeit in Feldrichtung; E – Betrag der Feldstärke in Bewegungsrichtung). Der Proportionalitätsfaktor μ ist die Beweglichkeit, eine materialspezifische und mit der Temperatur abnehmende Konstante.

In einem Leiter regelt sich die Feldstärke im stationären Zustand immer so ein, dass die Menge der zufließenden Ladung an jedem Leitungspunkt gleich der Menge der wegfließenden Ladung ist. Denn bei einer Störung dieses Gleichgewichts akkumulieren sich Ladungen. Das verursacht eine Feldstärkeänderung , die der Akkumulation entgegen wirkt, bis sich wieder ein Ladungsgleichgewicht einstellt. Das zweite geometrieunabhängige physikalische Gesetz für elektronische Schaltungen lautet:

Satz 1.2 (Kontinuität der Ladungsbewegung) *Im stationären Zustand gilt für jeden Punkt eines stromdurchflossenen Leiters, dass die Summe der Ströme Null ist. Wegfließende Ströme werden als negative zufließende Ströme gezählt.*

1.1.3 Ohmsches Gesetz[2]

	Symbol	Maßeinheit/Wert
Widerstand	R	Ω (Ohm)
Leitwert	G	$\mathrm{S} = \Omega^{-1}$ (Siemens)

In einem homogenen Leiter ohne nennenswerte Konzentrationsunterschiede der beweglichen Ladungsträger sind die Diffusionsströme vernachlässigbar. Für den Driftstrom gilt nach den Gleichungen 1.8 und 1.9, dass er sich proportional zur Feldstärke verhält und dieselbe Richtung wie das elektrische Feld besitzt:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{\mathrm{Drift}} = Q_\mathrm{l} \cdot \mu \cdot \mathbf{E} \tag{1.10}$$

(Q_l – bewegliche Ladung pro Wegelement; μ – Beweglichkeit). Das elektrische Feld regelt sich für einen vorgegebenen Strom genauso ein, dass

- es in Stromrichtung zeigt,
- auf jedem Wegelement genauso stark ist, dass der ankommende Strom gleich dem weiterfließenden Strom ist und
- das Integral der Feldstärke über die gesamte Leitungslänge gleich dem Spannungsabfall ist.

Aus diesen Zusammenhängen folgt:

Satz 1.3 (ohmsches Gesetz) *Der Strom durch einen Leiter verhält sich proportional zur Spannung über dem Leiter.*

Der Proportionalitätsfaktor ist der Widerstand:

$$R = \frac{U}{I} \tag{1.11}$$

oder sein Kehrwert der Leitwert:

$$G = \frac{I}{U} = R^{-1} \tag{1.12}$$

Das ohmsche Gesetz in der Form von Gleichung 1.11 setzt voraus, dass die Zählpfeile von Strom und Spannung am betrachteten Bauteil dieselbe Richtung besitzen. Sonst kehrt sich das Vorzeichen um (Abb. 1.6).

Das Modell, mit dem eine Leitung in einer elektronischen Schaltung berücksichtigt wird, hängt von der Größe des zu erwartenden Spannungsabfalls über ihr ab. Leitungen mit einem signifikanten Spannungsabfall werden als Widerstand modelliert und im Schaltplan als längliches Rechteck mit zwei Anschlüssen gezeichnet. Im anderen Fall wird eine Leitung als Verbindung ohne Potenzialunterschiede modelliert und als Linie dargestellt.

[2] Benannt nach Georg Simon Ohm (1789 - 1854), deutscher Physiker.

Abb. 1.6. Ohmsches Gesetz a) gleiche b) umgekehrte Zählrichtung von Strom und Spannung an einem Widerstand

1.1.4 Verlustleistung und Inbetriebnahmeregeln

	Symbol	Maßeinheit
Leistung	P	$\mathrm{W} = \mathrm{V} \cdot \mathrm{A}$ (Watt)
Verlustleistung	P_{V}	$\mathrm{W} = \mathrm{V} \cdot \mathrm{A}$ (Watt)
Wärmewiderstand	R_{th}	K/W

Die Leistung ist die umgesetzte Energie pro Zeit:

$$P = \frac{W}{t} \tag{1.13}$$

Die umgesetzte elektrische Energie ist das Produkt aus der Spannung und der Ladung, die die Spannungsdifferenz überwindet. Die transportierte Ladung ist im stationären Zustand das Produkt aus Strom und Zeit. Geteilt durch die Zeit ergibt sich für die Leistung:

$$P = U \cdot I \tag{1.14}$$

Gleichung 1.14 setzt genau wie das ohmsche Gesetz in Form von Gleichung 1.11 voraus, dass der Spannungspfeil und der Strompfeil für das betrachtete Teilsystem dieselbe Richtung haben. Anderenfalls kehrt sich das Vorzeichen um.[3]

In der Elektronik spielt vor allem die Verlustleistung eine wichtige Rolle. Die Verlustleistung ist die in Wärme umgesetzte elektrische Energie pro Zeit. Die Wärmeenergie muss über das Gehäuse, den Verdrahtungsträger und einen eventuellen Kühlkörper an die Umgebung abgegeben werden. Sonst werden die Bauteile zu heiß und gehen kaputt. Die Temperaturdifferenz zwischen der Bauteiltemperatur und der Umgebungstemperatur verhält sich dabei proportional zur Verlustleistung:

[3] In der Elektrotechnik gilt diese Festlegung nur für Verbraucher. Für Energieerzeuger wird die Stromrichtung entgegen der Spannungsrichtung gezählt, so dass sich das Vorzeichen umkehrt. Leistungsangaben sind dadurch in der Elektrotechnik Betragsangaben mit dem Zusatzattribut Erzeuger oder Verbraucher. In der Elektronik ist eine vorzeichenbehaftete Leistung, die Energieerzeuger und Energieverbraucher nur anhand des Vorzeichens unterscheidet, für die Modellbildung günstiger.

$$\Delta T = P_{\mathrm{V}} \cdot R_{\mathrm{th}} \tag{1.15}$$

(P_{V} – Verlustleistung). Der Proportionalitätsfaktor R_{th} ist der Wärmewiderstand. Jedes Bauteil hat eine maximale Verlustleistung P_{max}, die im Datenblatt steht und nicht überschritten werden darf. Die maximale Verlustleistung hängt von der maximalen Betriebstemperatur, der maximalen Umgebungstemperatur, dem Wärmewiderstand des Bauteils und weiteren Faktoren ab und kann durch geeignete Kühlsysteme (Kühlkörper, Lüfter etc.) vergrößert werden. Kleine elektronische Bauteile ohne Kühlkörper haben eine maximale Verlustleistung in der Größenordnung von 100 mW. Elektronische Bauteile mit einer guten Wärmeableitung können Leistungen bis zu einigen Watt umsetzen. Leistungsobergrenzen gibt es auch für Bauteile, in denen andere Formen der Energieumwandlung stattfinden:

- Leuchtdioden, die einen Teil der elektrischen Energie in Licht umwandeln,
- Motoren, die einen Teil der elektrischen Energie in mechanische Energie umwandeln, und
- Generatoren, die mechanische Energie in elektrische Energie umwandeln.

Für elektronische Bauteile mit zwei Anschlüssen, z.B. Widerstände, ist der zulässige Leistungsumsatz durch Hyperbeläste begrenzt (Abb. 1.7):

$$U_{\mathrm{max}} = \frac{P_{\mathrm{max}}}{I} \tag{1.16}$$

Die Arbeitsbereiche von Verbrauchern elektrischer Energie liegen im 1. und 3. Quadranten. Sie haben einen positiven Leistungsumsatz. Energieerzeuger – Batterien, Generatoren etc. – besitzen einen negativen Leistungsumsatz und arbeiten entsprechend im 2. oder 4. Quadranten.

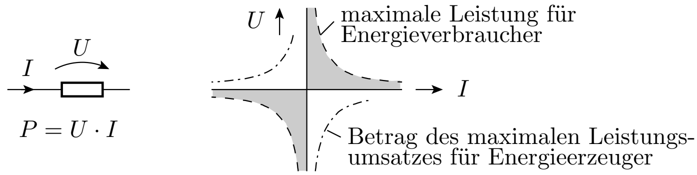


Abb. 1.7. Maximale Leistung elektronischer Bauteile mit zwei Anschlüssen

Bei einer Schaltung mit mehr als zwei Anschlüssen müssen die Energieumsätze aller Ladungsträger, die durch die Schaltung fließen, berücksichtigt werden. Die Energie der hineinfließenden Ladungsträger ist zu jedem Zeitpunkt das Produkt aus der Stromstärke und dem Potenzial am Anschluss. Die herausfließenden Ströme haben das entgegengesetzte Vorzeichen, so dass die Energie der Ladungsträger, die zu jedem Zeitpunkt die Schaltung verlassen, automatisch abgezogen wird. Die innerhalb der Schaltung umgesetzte

Leistung ist entsprechend die Summe aus den Produkten der Potenziale und Ströme an allen Anschlüssen (Abb. 1.8):

$$P = \sum_{i=1}^{N_\mathrm{A}} \varphi_i \cdot I_i \tag{1.17}$$

(N_A – Anzahl der Anschlüsse; φ_i – Potenzial von Anschluss i; I_i – Strom, der in Anschluss i hineinfließt).

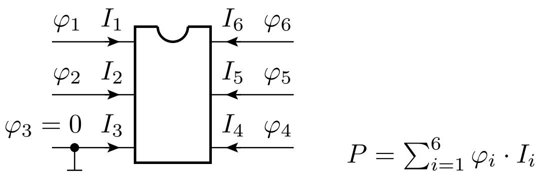


Abb. 1.8. Leistungsumsatz an Bauteilen mit mehr als zwei Anschlüssen

Inbetriebnahmeregeln

Bei Überschreiten der zulässigen Verlustleistung besteht für die betroffenen Bauteile Zerstörungsgefahr. Beim Entwurf, der Herstellung und der Reparatur von elektronischen Schaltungen entstehen mit einer gewissen Häufigkeit Fehler. Um das Risiko zu mindern, dass solche Fehler, bevor sie gefunden werden, Folgefehler in Form von Zerstörungen verursachen, ist es empfehlenswert, die Inbetriebnahme immer mit folgenden Schritten zu beginnen [5]:

- Sichtkontrolle im spannungsfreien Zustand: Optische Kontrolle, dass die Schaltung die richtigen Bauteile enthält und diese, soweit erkennbar, richtig verbunden sind.
- Elektrische Verbindungskontrolle: Kontrolle, dass die Widerstandswerte entlang einer Verbindung und zwischen den Verbindungen plausible Werte haben. Insbesondere dürfen zwischen nichtverbundenen Schaltungspunkten keine Widerstandswerte nahe Null Ohm messbar sein.
- Rauchtest: Inbetriebnahme mit Labornetzteilen mit elektronischer Strombegrenzung. Anlegen der Versorgungsspannungen und langsame Erhöhung der Stromobergrenze, bis die Begrenzung abschaltet oder der zulässige Maximalstrom erreicht ist. Ständige Kontrolle auf Erwärmung und Rauchentwicklung.

1.1.5 Zusammenfassung und Übungsaufgaben

Warum kann die geometrische Anordnung der Bauteile und der Verbindungen in einem Schaltplan vernachlässigt werden? Die Antwort steckt in den

Definitionen der physikalischen Größen Strom und Spannung. Die Spannung ist so definiert, dass es für sie ein geometrieunabhängiges Gesetz gibt: »Entlang eines geschlossenen Weges ist die Summe der Spannungsabfälle Null.« Der Strom ist auch so definiert, dass es zumindest im stationären Zustand ein geometrieunabhängiges Gesetz gibt: »Im stationären Zustand ist für jeden Punkt eines Leiters die Summe der zufließenden Ströme Null.« Weiterhin ist Folgendes wichtig:

- Die Stärke der Driftströme in einem Leiter verhält sich proportional zur Spannung (ohmsches Gesetz).
- Für die physikalischen Größen Feldstärke, Spannung und Leistung gibt es Obergrenzen, die nicht überschritten werden dürfen.

Auf diesen wenigen physikalischen Zusammenhängen basiert der überwiegende Teil der Elektronik. Empfohlene ergänzende Literatur für das Selbststudium zu diesem Abschnitt sind Standardwerke der Physik, z.B. [44].

Aufgabe 1.1

Wo treten höhere Feldstärken auf, in der Haushaltselektrik, in der die Leitungen, die Spitzenspannungen bis zu etwa 500 V führen, durch eine 1 mm dicke Kunststoffschicht isoliert sind, oder in der Mikroelektronik, in der leitende Gebiete mit Potenzialunterschieden von wenigen Volt durch wenige hundert Nanometer dicke Oxidschichten getrennt sind?

Aufgabe 1.2

a) Wie hoch ist die Driftgeschwindigkeit der beweglichen Elektronen in einem Kupferdraht mit einem Querschnitt von $A = 0{,}1\,\mathrm{mm}^2$, der von einem Strom von 10 mA durchflossen wird?
b) Stellen Sie Ihr Ergebnis in Relation zu der Aussage: »Der elektrische Strom ist so schnell, dass er im Bruchteil einer Sekunde die Erde umrunden kann.«
c) Wenn es nicht die beweglichen Ladungsträger sind, welche physikalische Größe ist es dann, die sich im Bruchteil einer Sekunde entlang einer Leitung um die Erde bewegen würde?

Hilfestellung: Sie benötigen Gleichung 1.8. Kupfer hat ein bewegliches Elektron je Atom. Ein Kubikmillimeter Kupfer enthält $\approx 8{,}5 \cdot 10^{19}$ Atome.

Aufgabe 1.3

a) Welche Energie wird umgesetzt, wenn sich eine Ladung von 1 As vom Pluspol einer 4,5 V-Batterie durch einen Verbraucher zum Minuspol bewegt?

b) Welche Energie wird umgesetzt, wenn der gesamte Weg der Ladung aus Aufgabenteil a vom Pluspol durch den Verbraucher zum Minuspol und durch die Batterie zurück zum Pluspol betrachtet wird?
c) Wie lange dauert der Ladungstransport in Aufgabenteil a, wenn der Verbraucher einen Widerstand von $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ besitzt?

Aufgabe 1.4

Festwiderstände als Bauteile haben eine gewisse Fertigungstoleranz. Die angebotenen Nennwerte sind in DIN IEC 60063 vom Dezember 1985, besser bekannt unter dem Begriff »E-Reihe«, festgelegt.

a) Suchen Sie im Internet, z.B. bei Wikipedia, unter dem Suchbegriff »E-Reihe«, welche Nennwerte es für Widerstände der E12-Reihe im Bereich von $1\,\mathrm{k\Omega}$ bis $10\,\mathrm{k\Omega}$ gibt.
b) Auf welchen Nennwert muss der Widerstandswert $R = 5\,\mathrm{k\Omega}$ gerundet werden, damit er durch einen Festwiderstand der E12-Reihe realisiert werden kann?

Aufgabe 1.5

Widerstände runder Bauform werden mit einem Farbcode gekennzeichnet. Suchen Sie im Internet nach einer Farbcodetabelle (Suchbegriffe »Widerstand (Bauelement)« und »Farbcode«). Welche Werte haben die folgenden Widerstände:

Widerstand	Ring 1	Ring 2	Ring 3	Ring 4	Ring 5
R_1	rot	rot	schwarz	schwarz	gold
R_2	gelb	violett	schwarz	orange	gold
R_3	braun	schwarz	schwarz	rot	gold

Aufgabe 1.6

Wie groß darf der Spannungsabfall über einem Widerstand von $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ mit einer maximal zulässigen Verlustleistung vom $P_{\max} = 0{,}125\,\mathrm{W}$ maximal sein?

Aufgabe 1.7

Durch Simulation wurden an den Anschlüssen eines Schaltkreises die in Abb. 1.9 dargestellten Ströme und Potenziale bestimmt. Ohne Kühlkörper beträgt die maximal zulässige Verlustleistung laut Datenblatt $P_{\max 1} = 300\,\mathrm{mW}$ und mit dem zugehörigen Kühlkörper $P_{\max 2} = 1\,\mathrm{W}$. Benötigt der Schaltkreis den Kühlkörper?

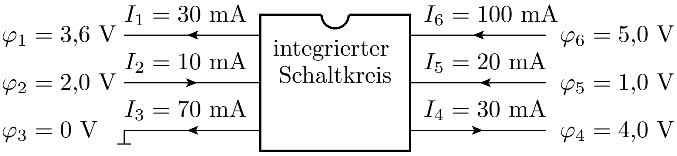


Abb. 1.9. Ströme und Potenziale zu Aufgabe 1.7

1.2 Mathematische Grundlagen

Definition 1.6 (Gleichspannungs- und Gleichstromanalyse) *Bestimmung der Ströme und Spannungen einer Schaltung im stationären Zustand.*

Definition 1.7 (Knoten) *Ein Knoten ist eine Verbindung, in der mehr als zwei unterschiedliche Ströme zusammentreffen.*

Definition 1.8 (Masche) *Eine Masche ist ein geschlossener Strompfad in einer Schaltung mit demselben Anfangs- und Endknoten.*

Definition 1.9 (Zweipol) *Ein Zweipol ist eine elektronische Schaltung mit zwei Anschlüssen, deren Funktion durch die Relation zwischen der Spannung und dem Strom an seinen Anschlüssen beschrieben wird.*

Definition 1.10 (Zweig) *Ein Zweig ist ein Zweipol, der zwischen zwei Knoten einer Schaltung angeordnet ist.*

Definition 1.11 (Spannungsquelle) *Eine Spannungsquelle ist eine Ersatzschaltung für einen Zweipol mit einem bekannten, vorgegebenen, gemessenen oder über eine andere Vorschrift als dem ohmschen Gesetz zu berechnenden Spannungsabfall.*

Definition 1.12 (Stromquelle) *Eine Stromquelle ist eine Ersatzschaltung für einen Zweipol mit einem bekannten, vorgegebenen, gemessenen oder über eine andere Vorschrift als dem ohmschen Gesetz zu berechnenden Strom.*

Dieser Abschnitt behandelt die Gleichstrom- bzw. Gleichspannungsanalyse. Das Ziel ist, die Ströme und Spannungen in einer Schaltung im stationären Zustand zu bestimmen. Dazu müssen aus der Schaltung geeignete Gleichungen abgeleitet werden. Die Grundlagen hierfür bilden die kirchhoffschen Sätze:[4]

Satz 1.4 (Knotensatz) *Die Summe aller in einen Knoten hineinfließenden Ströme ist Null (Abb. 1.10 a).*

Satz 1.5 (Maschensatz) *Die Summe aller Spannungsabfälle in einer Masche ist Null (Abb. 1.10 b).*

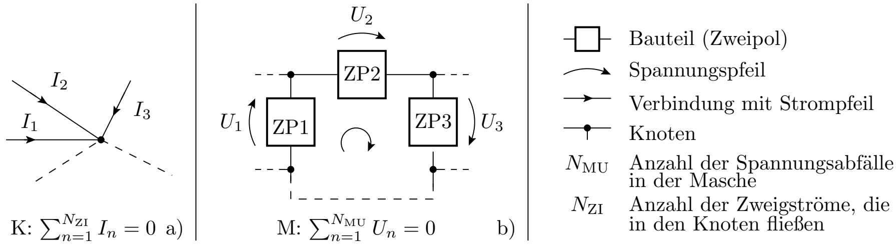


Abb. 1.10. Kirchhoffsche Sätze a) Knotensatz b) Maschensatz

Der Knotensatz leitet sich aus Satz 1.2 ab. Dieser besagt, dass im stationären Zustand an allen Punkten einer Leitung die Summe der hineinfließenden Ströme Null ist. Ein Knoten ist physikalisch ein Leitungspunkt, so dass er auch diese Eigenschaft besitzt.

Der Maschensatz leitet sich aus Satz 1.1 ab. Dieser besagt, dass sich eine Ladung, die sich auf einer geschlossenen Bahn durch ein elektrisches Feld bewegt, zurückgekehrt zum Startpunkt wieder dieselbe elektrische Energie besitzt. In einer Schaltung gibt es Spannungen und damit auch elektrische Felder. Eine Masche ist eine geschlossene Bahn und die Summe der Spannungsabfälle ist gleich der Energiedifferenz geteilt durch die Ladung. Der Maschensatz ist folglich nur ein Spezialfall von Satz 1.1.

1.2.1 Aufstellen der Knoten- und Maschengleichungen

Nach dem Knotensatz kann für jeden Knoten einer Schaltung eine Gleichung aufgestellt werden. Abbildung 1.11 zeigt eine Beispielschaltung. Welche Knoten enthält die Schaltung? Nach Definition 1.7 ist ein Knoten eine Verbindung, in der mehr als zwei unterschiedliche Ströme zusammentreffen. Das sind

- Verzweigungen, wobei alle Verzweigungen einer Leitung einen Knoten bilden,
- ein gedachter interner Schaltungspunkt in jedem Bauteil mit mehr als zwei Anschlüssen und
- der Bezugspunkt, wenn er mit mehr als zwei Bauteilanschlüssen verbunden ist.

Für die in Abb. 1.11 eingezeichneten Knoten lauten die Knotengleichungen

[4] Benannt nach Gustav Robert Kirchhoff (1824 - 1887), deutscher Physiker.

$$
\begin{aligned}
\mathrm{K1}: &\quad I_1 - I_2 - I_7 - I_{10} = 0 \\
\mathrm{K2}: &\quad I_2 - I_3 - I_4 = 0 \\
\mathrm{K3}: &\quad I_4 - I_5 - I_6 = 0 \\
\mathrm{K4}: &\quad I_6 + I_7 - I_8 - I_9 = 0 \\
\mathrm{K5}: &\quad I_9 + I_{10} - I_{11} = 0 \\
\mathrm{K6}: &\quad -I_1 + I_3 + I_5 + I_8 + I_{11} = 0
\end{aligned}
\tag{1.18}
$$

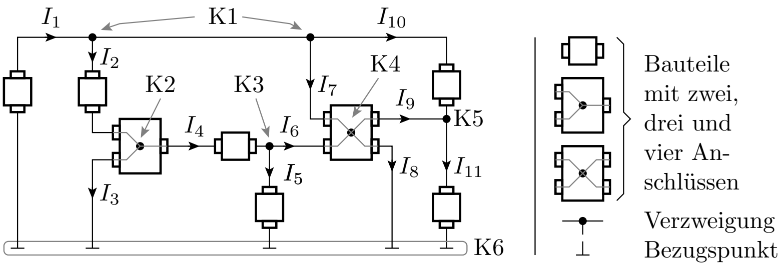


Abb. 1.11. Beispielschaltung mit eingezeichneten Knoten

In dem System der Knotengleichungen ist jeder Strom genau zweimal enthalten, in der Gleichung des Knotens, von dem er laut Zählrichtung wegfließt, mit negativem Vorzeichen und in der Gleichung des Knotens, in den er hineinfließt, mit positivem Vorzeichen. Die Summe der linken Seiten aller Knotengleichungen ist immer genau Null. Eine der Knotengleichungen ist folglich eine Linearkombination der anderen. Das Gleichungssystem für die Schaltungsanalyse muss immer genau eine Knotengleichung weniger enthalten, als die Schaltung Knoten hat. In der Regel wird die Gleichung für den Bezugspunkt weggelassen. Im Beispiel werden nur die Gleichungen für die Knoten K1 bis K5 weiterverwendet.

Eine weitere Menge von Gleichungen liefert der Maschensatz. Auch hier ist die erste Frage, welche Maschen die Schaltung enthält. In unserer Beispielschaltung lassen sich die Maschen in dieser Form nicht so einfach darstellen, weil die Knoten zum Teil in den Bauteilen liegen. Die Schaltung muss zuerst in eine Ersatzschaltung umgeformt werden, in der alle Knoten außerhalb der Bauteile liegen. Das ist eine Ersatzschaltung aus Knoten und Zweipolen. Wie diese Transformation genau funktioniert, wird später behandelt. Das ist nicht so einfach und hängt von der Funktion der Bauteile ab. In diesem Abschnitt muss die Begründung genügen, dass die Schaltungsanalyse anders nicht zu lösen ist. Abbildung 1.12 zeigt eine entsprechende Ersatzschaltung für Abb. 1.11.

Für jeden Zweipol der Ersatzschaltung sei der Spannungsabfall bekannt oder aus den Strömen berechenbar. Vor der Aufstellung der Maschengleichungen wird zuerst die Umlaufrichtung festgelegt, in der die Spannungsabfälle zu

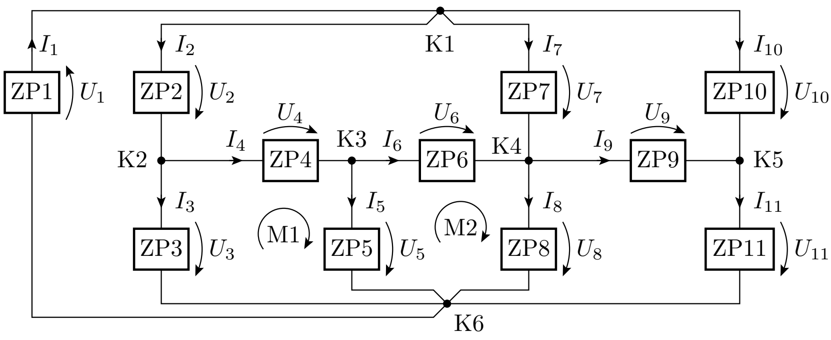


Abb. 1.12. Beispielschaltung mit eingezeichneten Knoten

addieren sind. Für die eingezeichneten Maschen M1 und M2 gilt z.B.

$$\begin{aligned} \text{M1} &: -U_3 + U_4 + U_5 = 0 \\ \text{M2} &: -U_5 + U_6 + U_8 = 0 \end{aligned} \tag{1.19}$$

Die Summe der beide Maschengleichungen ist auch eine Maschengleichung, die im Beispiel die Masche M1 und M2 umschließt. Offenbar sind einige Maschengleichungen Linearkombinationen anderer. Für die Schaltungsanalyse werden nur linear unabhängige Gleichungen benötigt. Welche Maschen liefern linear unabhängige Gleichungen? Eine hinreichende Bedingung hierfür ist, dass jede Maschengleichung einen Zweig überdeckt, über den keine weitere der ausgewählten Maschen verläuft.

Der Algorithmus für die Auswahl der Maschen betrachtet die Zweige als Kanten eines Graphen (Abb. 1.13 a). Für jede festgelegte Masche wird eine Kante, über die die Masche verläuft, für alle weiteren Maschen als »verboten« gekennzeichnet. Durch das Streichen der Kanten nimmt die Anzahl der Maschen im Graph ab. Am Ende bleibt ein maschenfreier Graph übrig. Mehr linear unabhängige Maschen gibt es nicht. Die gefundenen Maschen werden in die ursprüngliche Schaltung eingezeichnet. Die Gleichungen für die Maschen in Abb. 1.13 b lauten

$$\begin{aligned} \text{M1} &: & -U_3 + U_4 + U_5 &= 0 \\ \text{M2} &: & -U_5 + U_6 + U_8 &= 0 \\ \text{M3} &: & -U_1 + U_2 + U_4 + U_6 + U_8 &= 0 \\ \text{M4} &: & -U_4 - U_2 + U_7 - U_6 &= 0 \\ \text{M5} &: & -U_7 + U_{10} - U_9 &= 0 \\ \text{M6} &: & -U_8 + U_9 + U_{11} &= 0 \end{aligned} \tag{1.20}$$

Die Zusammenfassung der Knoten- und Maschengleichungen führt auf ein lineares Gleichungssystem. Die Anzahl der Gleichungen ist gleich der Anzahl der Zweige. In diesem Gleichungssystem ist in der Regel die Spannung über

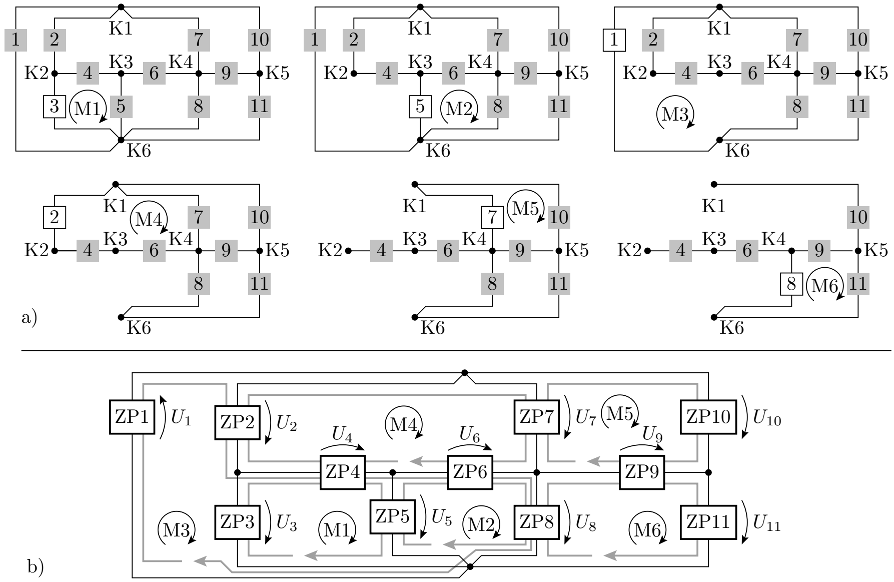


Abb. 1.13. a) Maschenauswahl b) Schaltung mit eingezeichneten Maschen

und der Strom durch jeden Zweig unbekannt, d.h., die Anzahl der Unbekannten ist genau doppelt so groß wie die Anzahl der Gleichungen. Die fehlenden Gleichungen sind die Strom-Spannungs-Beziehungen der Zweipole.

An dieser Stelle wird es so kompliziert, dass es praktisch gleich wieder einfacher wird. Es ist nicht möglich, jede denkbare Bauteilfunktion so durch Gleichungen zu beschreiben, dass zusammen mit den Knoten- und Maschengleichungen ein lösbares Gleichungssystem entsteht. Deshalb wird das Problem umgekehrt angegangen. Es werden Bauteilmodelle verwendet, mit denen sich lösbare Gleichungssysteme aufstellen lassen. Damit dieser Ansatz auch für reale Schaltungen funktioniert, wird das Verhalten der realen Bauteile in einem vorgelagerten Schritt durch Schaltungen aus eben solchen Bauteilen angenähert.

Die Schaltungsanalyse erfolgt nicht auf dem direkten Weg, sondern über den Umweg der Annäherung der Bauteile und Schaltungen durch Ersatzschaltungen.

1.2.2 Lineare Zweipole

Definition 1.13 (Leerlaufspannung) *Die Leerlaufspannung ist die Spannung zwischen den Anschlüssen eines Zweipols, wenn der Anschlussstrom Null ist.*

Definition 1.14 (Kurzschlussstrom) *Der Kurzschlussstrom ist der Anschlussstrom eines Zweipols, wenn beide Anschlüsse miteinander verbunden (kurzgeschlossen) sind.*

Definition 1.15 (Innenwiderstand) *Der Innenwiderstand ist das Verhältnis aus der Spannungsänderung und der Stromänderung an den Anschlüssen eines linearen Zweipols.*

Eine Klasse von Bauteilen, für die sich das Gleichungssystem problemlos aufstellen und lösen lässt, sind die linearen Zweipole. Ein linearer Zweipol ist dadurch gekennzeichnet, dass seine Strom-Spannungs-Beziehung[5] eine Gerade ist (Abb. 1.14). Der Schnittpunkt mit der Spannungsachse ist die Leerlaufspannung U_0 und der Schnittpunkt mit der Stromachse der Kurzschlussstrom I_{K}.

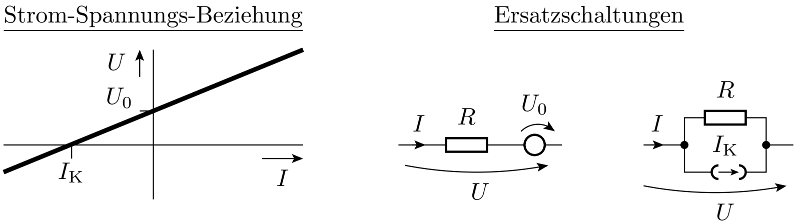


Abb. 1.14. Strom-Spannungs-Beziehung und Ersatzschaltungen linearer Zweipole

Jede Gerade, die beide Achsen schneidet, kann durch eine Reihenschaltung aus einer Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung als Quellenspannung und ihrem Innenwiderstand

$$U = U_0 + R \cdot I \tag{1.21}$$

oder durch eine Parallelschaltung einer Stromquelle mit dem Kurzschlussstrom als Quellenstrom und dem Innenwiderstand beschrieben werden:

$$I = \frac{U}{R} + I_{\mathrm{K}} \tag{1.22}$$

Der Innenwiderstand beschreibt den Kennlinienanstieg und hat den Wert

$$R = -\frac{U_0}{I_{\mathrm{K}}} \tag{1.23}$$

Mit Hilfe der Gleichungen 1.21 und 1.22 können entweder in den Knotengleichungen die unbekannten Zweigströme durch die Zweigspannungen oder in

[5] Die Strom-Spannungs-Beziehung an einem Bauteil wird auch als Kennlinie bezeichnet.

den Maschengleichungen die Zweigspannungen durch die Zweigströme ausgedrückt werden. Dadurch halbiert sich die Anzahl der Unbekannten im Gleichungssystem. Es entsteht ein lösbares lineares Gleichungssystem aus N_Z linear unabhängigen Gleichungen mit N_Z Unbekannten (N_Z – Anzahl der Zweige in der Schaltung).

Die Spannungs- und Stromquellen in den Zweipolersatzschaltungen sind mathematische Modelle für bekannte (vorgegebene, gemessene oder konstante) Spannungen und Ströme. Die Bezeichnung Quelle hat sich eingebürgert, weil die idealen Energiequellen auch bekannte Quellenspannungen oder Quellenströme liefern. Das hier verwendete Modell ist jedoch viel umfassender. So werden im Weiteren auch Kennlinienäste von nichtlinearen Bauteilen, die parallel zur Spannungs- oder Stromachse verlaufen, und gemessene Werte durch Quellen nachgebildet.

1.2.3 Aufstellen und Lösen des Gleichungssystems

Abbildung 1.15 zeigt eine Beispielschaltung. Bekannt seien die Werte der Widerstände R_1 bis R_6, die Quellenspannungen U_{Q1} und U_{Q6} und der Quellenstrom I_{Q5}. Gesucht sind die Ströme durch und die Spannungsabfälle über den Widerständen.

Vorbereitung

Vor dem Aufstellen der Gleichungen müssen allen Widerständen, Strömen und Spannungen Namen geben werden. Für die Ströme und Spannungen sind die Zählrichtungen zu definieren und die Strom- und Spannungspfeile in die Schaltung einzuzeichnen. Die Zählrichtungen der Ströme und Spannungen dürfen zwar beliebig gewählt werden, sollten jedoch an den Widerständen übereinstimmen. Es ist weiterhin zu empfehlen, die Zweige durchzunummerieren und den Strömen, Spannungsabfällen, Widerständen etc. jeweils die Zweignummer als Index zu geben. Das mindert das Risiko, dass beim Aufstellen der Gleichungen Fehler entstehen. In Abb. 1.15 sind diese vorbereitenden Schritte bereits erfolgt.

Aufstellen der Knotengleichungen

Die Schaltung in Abb. 1.15 besitzt vier Knoten. Der Knoten K4 ist der Bezugspunkt. Die Gleichungen der übrigen Knoten lauten

$$\begin{aligned} \mathrm{K1}: \quad & -I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ \mathrm{K2}: \quad & I_2 - I_4 - I_{\mathrm{Q5}} - I_5 = 0 \\ \mathrm{K3}: \quad & I_3 + I_5 + I_{\mathrm{Q5}} - I_6 = 0 \end{aligned} \tag{1.24}$$

Die Gleichung für K4 wäre die Summe der drei aufgestellten Knotengleichungen multipliziert mit -1. Sie wird aber, da sie eine Linearkombination der übrigen Gleichungen ist, nicht gebraucht.

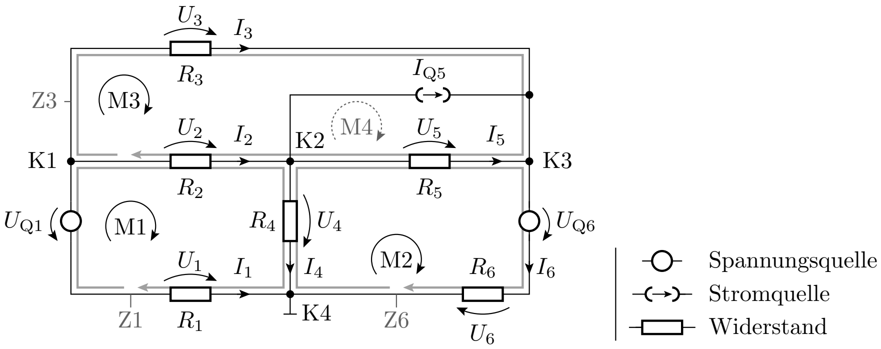


Abb. 1.15. Beispiel zur Nachbildung der Funktion einer Schaltung durch ein Gleichungssystem

Aufstellen der Maschengleichungen

Auch die Maschen sind in Abb. 1.15 bereits eingezeichnet. Für Masche M1 kann gedanklich der Zweig Z1, für Masche M2 der Zweig Z6 und für Masche M3 der Zweig Z3 gestrichen werden. Danach bleibt ein Graph mit nur noch einer Masche übrig, der Masche M4. Sie führt über einen Zweig mit einer Stromquelle. Wie später gezeigt wird, werden Maschengleichungen, die Spannungsabfälle über Stromquellen enthalten, ausschließlich zur Berechnung der Spannungsabfälle über den Stromquellen benötigt. Für die Berechnung der anderen Unbekannten sind sie überflüssig. Die Gleichungen der drei übrigen Maschen lauten

$$\begin{aligned} \mathrm{M1}: & -U_{\mathrm{Q1}} + U_2 + U_4 - U_1 = 0 \\ \mathrm{M2}: & -U_4 + U_5 + U_{\mathrm{Q6}} + U_6 = 0 \\ \mathrm{M3}: & \qquad\qquad U_3 - U_5 - U_2 = 0 \end{aligned} \tag{1.25}$$

Das Zwischenergebnis ist ein lineares Gleichungssystem mit $N_{\mathrm{Z}} = 6$ unbekannten Strömen, $N_{\mathrm{Z}} = 6$ unbekannten Spannungen und $N_{\mathrm{Z}} = 6$ linear unabhängigen Gleichungen. Um es zu lösen, fehlen noch weitere sechs lineare Gleichungen. Das sind die Strom-Spannungs-Beziehungen an den Widerständen.

Einbeziehung der Strom-Spannungs-Beziehungen an den Widerständen

An jedem Widerstand kann wahlweise der Strom durch den Quotienten aus der Spannung und dem Widerstand oder die Spannung durch das Produkt des Stroms mit dem Widerstand ersetzt werden. Es entsteht ein lösbares lineares Gleichungssystem aus sechs Gleichungen mit sechs Unbekannten. Damit es sich mit numerischen Standardverfahren lösen lässt, werden zuerst alle bekannten Quellenwerte in jeder Gleichung auf die rechte Seite gebracht. Anschließend werden alle Gleichungen zu einer Matrix-Gleichung zusammengefasst. Mit den Strömen als Unbekannte lautet die Matrix-Gleichung

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ -R_1 & R_2 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_4 & R_5 & R_6 \\ 0 & -R_2 & R_3 & 0 & -R_5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{Q5} \\ -I_{Q5} \\ U_{Q1} \\ -U_{Q6} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.26}$$

Mit den Spannungen als Unbekannte lautet die Matrix-Gleichung

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_3} & 0 & \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_6} \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{Q5} \\ -I_{Q5} \\ U_{Q1} \\ -U_{Q6} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.27}$$

Mischformen von unbekannten Strömen und Spannungen sind auch möglich:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_6} \\ -R_1 & R_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -R_2 & R_3 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{Q5} \\ -I_{Q5} \\ U_{Q1} \\ -U_{Q6} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.28}$$

Lösen des Gleichungssystems

Die Gleichungen 1.26 bis 1.28 haben alle die Form:

$$\mathrm{M} \cdot \mathrm{X} = \mathrm{Q} \tag{1.29}$$

(M – quadratische Matrix zur Beschreibung der Schaltungsstruktur; X – Vektor der Unbekannten; Q – Vektor der gegebenen Quellenwerte). Die Lösung erfolgt durch Multiplikation beider Seiten der Gleichung mit der invertierten Matrix M^{-1}:

$$\mathrm{X} = \mathrm{M}^{-1} \cdot \mathrm{Q} \tag{1.30}$$

Praktisch werden Gleichungssysteme mit einem Numerikprogramm gelöst, z.B. mit Matlab. In dem Programmbeispiel Abb. 1.16 werden zuerst die Widerstands- und Quellenwerte als Konstanten vereinbart. Anschließend wird mit ihnen die Matrix und der Spaltenvektor mit den Quellenwerten gebildet. Matrixspalten werden dabei durch Leerzeichen und Zeilen durch Semikolon getrennt. Das Beispielprogramm berechnet die unbekannten Ströme entsprechend Gleichung 1.26. Die eigentliche Berechnung, die Invertierung der quadratischen Matrix und die Multiplikation mit dem Vektor der Quellenwerte, besteht nur aus einer Programmzeile.

```
R1 = 1E3;   % Widerstand in Ohm
R2 = 2E3;   % Widerstand in Ohm
R3 = 10E3;  % Widerstand in Ohm
R4 = 3E3;   % Widerstand in Ohm
R5 = 1E3;   % Widerstand in Ohm
R6 = 2E3;   % Widerstand in Ohm
UQ1= 5;     % Spannung in V
UQ6 = -2;   % Spannung in V
IQ5 = 5E-3; % Strom in A

% Vektor der Quellenwerte
Q = [0; IQ5; -IQ5; UQ1; -UQ6; 0];
```

```
% Erzeugen der Matrix
M = [ -1  -1  -1   0   0   0;
       0   1   0  -1  -1   0;
       0   0   1   0   1  -1;
     -R1  R2   0  R4   0   0;
       0   0   0 -R4  R5  R6;
       0 -R2  R3   0 -R5   0];

I =(M^-1) * Q; % Berechnung
I              % Ergebnisanzeige
```

Abb. 1.16. Matlab-Programm zur Berechnung der Ströme in Abb. 1.15

1.2.4 Nützliche Vereinfachungen

Für die linearen Zweipole als Netzwerkzweige gibt es zwei Sonderfälle zu beachten (Abb. 1.17). Eine senkrechte Strom-Spannungs-Kennlinie bedeutet, dass der Strom nicht von der Spannung abhängt. Das ist das Modell einer Stromquelle, d.h. eines bekannten Zweigstroms. Eine waagerechte Strom-Spannungs-Kennlinie ist das Modell einer Spannungsquelle, d.h. einer bekannten Zweigspannung.

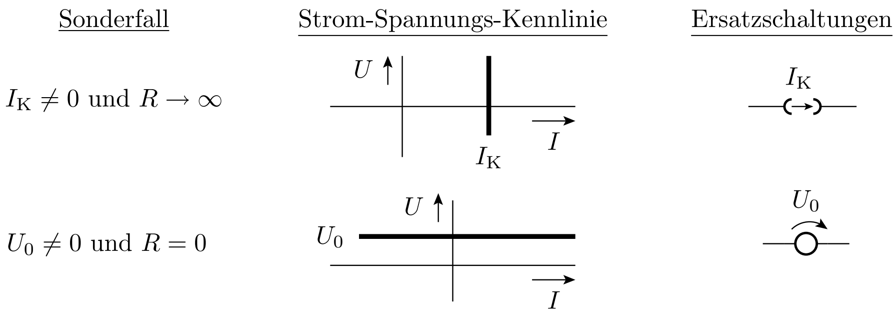


Abb. 1.17. Sonderfälle linearer Zweipole

Wenn ein Zweigstrom bekannt ist und die Spannung über dem Zweig nicht interessiert, wird eine Maschengleichung weniger benötigt. Voraussetzung dafür ist, dass keine Masche über die Stromquelle gelegt wird.

Abbildung 1.18 zeigt eine Beispielschaltung mit einer Stromquelle. Für diese Schaltung können eine Knotengleichung und zwei linear unabhängige Maschengleichungen aufgestellt werden. Für die Berechnung der Ströme I_1 und I_2 sowie der Spannungen U_1 und U_2 reichen aber die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \mathrm{K}: \quad & I_1 - I_2 = -I_{\mathrm{Q3}} \\ \mathrm{M1}: R_1 \cdot I_1 + & R_2 \cdot I_2 = U_{\mathrm{Q1}} \end{aligned} \tag{1.31}$$

Denn das ist bereits ein System, in dem die Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen gleich der Anzahl der Unbekannten ist. Die Spannung U_3 ergibt sich aus dem Quellenstrom:

$$U_3 = R_3 \cdot I_{\mathrm{Q3}} \tag{1.32}$$

Die Gleichung der Masche M2 wird nur zur Berechnung der Spannung U_{IQ3} über der Stromquelle benötigt:

$$\mathrm{M2}: U_{\mathrm{IQ3}} = -U_2 - U_3 \tag{1.33}$$

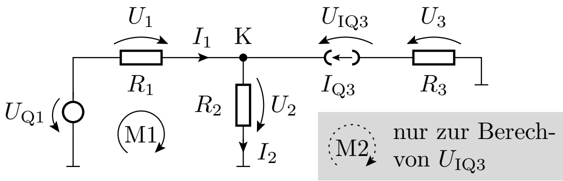


Abb. 1.18. Einsparung einer Maschengleichung

Wenn eine Zweigspannung bekannt ist und der Strom durch den Zweig nicht interessiert, genügt eine Knotengleichung weniger. Und zwar genügt es, statt der Knotengleichung an beiden Enden der Spannungsquelle nur die Summe der beiden Knotengleichungen zu verwenden.

In Abb. 1.19 a ist die Spannung über dem Zweig 3 bekannt. Durch Duplizierung der Spannungsquelle wird Knoten K1 an das untere Ende der Spannungsquelle verschoben (Abb. 1.19 b). Die Funktion bleibt unverändert. In jeder Masche werden nach wie vor dieselben Spannungen addiert. Die beiden Knoten K1 und K2 werden zu einem Knoten. Die resultierende Knotengleichung ist genau die Summe der Knotengleichungen der zusammengefassten Knoten. Der Strom zwischen den zusammengefassten Knoten entfällt, so dass sich die Anzahl der Unbekannten im selben Maße wie die Anzahl der Gleichungen verringert. Um wieder die Normalform herzustellen, in der die Zweige eine Reihenschaltung von nur einer Spannungsquelle und einem Widerstand sind,

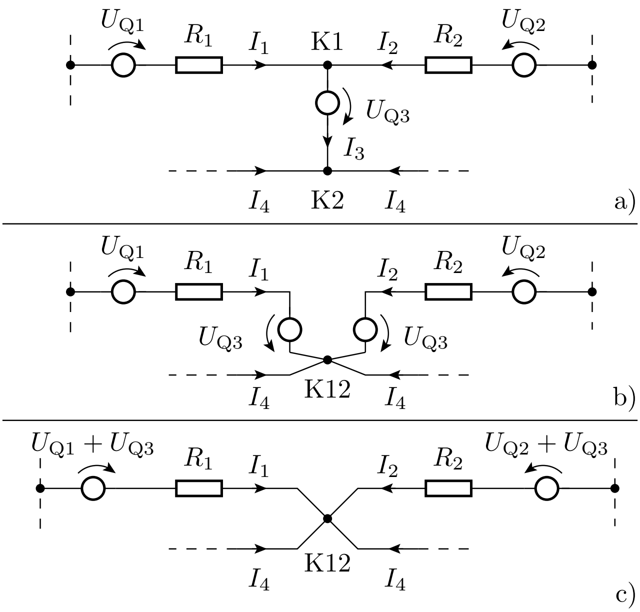


Abb. 1.19. Eliminieren eines Knotens

wird die duplizierte Spannungsquelle mit den Spannungsquellen der Zweige zusammengefasst (Abb. 1.19 c).

Die Analyse oder der Entwurf mehrerer funktionsunabhängiger Teilschaltungen ist wesentlich einfacher als die Analyse oder der Entwurf eines größeren zusammenhängenden Systems. Teilschaltungen sind auch dann schon funktionsunabhängig, wenn sie

- nur über einen Knoten (z.B. den Bezugspunkt),
- nur über Zweige mit bekannten Strömen und/oder
- nur über Knoten mit bekannten Potenzialen

verbunden sind. Bei einer Verbindung über nur einen Knoten gibt es keine Masche durch beide Schaltungsteile. Dadurch kann kein Strom zwischen den Teilschaltungen hin- und herfließen, was eine gegenseitige Beeinflussung ausschließt.

Der Fall, dass zwischen zwei Teilschaltungen nur bekannte Ströme fließen, wurde bereits am Beispiel der Schaltung in Abb. 1.18 betrachtet. Für die Teilschaltungen links und rechts der Stromquelle ist das Potenzial auf der jeweils anderen Seite ohne Einfluss auf die eigenen Ströme und Spannungen. Es ist vollkommen egal, ob das jeweils andere Ende der Stromquelle am Bezugspunkt oder mitten in einer anderen Schaltung endet.

Abbildung 1.20 zeigt das häufigste Beispiel, in dem Teilschaltungen über Knoten mit bekannten Potenzialen verbunden sind: Teilschaltungen mit einer gemeinsamen Versorgungsspannung. Die Versorgungsspannung kann hier gedanklich in beide Teilschaltungen dupliziert werden. Es entsteht eine funktionsgleiche Schaltung, in der die Teilschaltungen nur noch über einen Knoten verbunden und damit funktionsmäßig voneinander getrennt sind.

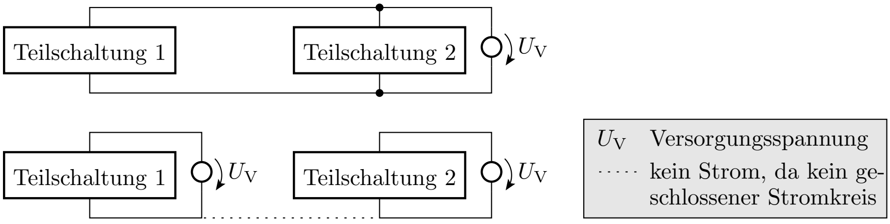


Abb. 1.20. Schaltungen, die sich nur die Versorgungsspannung teilen, sind voneinander funktionsunabhängig

Die hier skizzierten Fälle, in denen sich Teilschaltungen nicht gegenseitig beeinflussen, mögen in der Praxis nicht immer leicht zu erkennen sein. Aber sie zu erkennen, vereinfacht die Analyse, den Entwurf und das Verständnis der Funktionsweise von elektronischen Schaltungen ganz erheblich.

1.2.5 Gesteuerte Quellen

Wie am Beispiel der Schaltung in Abb. 1.11 gezeigt, bestehen tatsächliche elektronische Schaltungen nicht nur aus Bauteilen mit zwei Anschlüssen. Transistoren haben z.B. drei und integrierte Schaltkreise zum Teil sehr viele Anschlüsse. In diesem Abschnitt soll die Linearität der Bauteile, die die Voraussetzung für die Modellierung durch lineare Gleichungssysteme ist, beibehalten werden. Aber die Bauteile dürfen mehr als zwei Anschlüsse haben. Wie können solche Bauteile in einer linearen Ersatzschaltung berücksichtigt werden?

Abbildung 1.21 a zeigt ein lineares Bauteil mit vier Anschlüssen ohne interne Quellen. Ein Anschluss wird als Bezugspunkt gewählt. An den anderen Anschlüssen kann entweder von einer Quelle der Strom vorgegeben und die Spannung gemessen werden oder die Spannung vorgegeben und der Strom gemessen werden. Aus der Linearität und dem Fehlen interner Quellen leitet sich ab, dass die unbekannten Spannungen und Ströme Linearkombinationen der Quellenspannungen und -ströme sind. Das mathematische Modell dafür ist ein lineares Gleichungssystem:

$$\mathrm{X} = \mathrm{C} \cdot \mathrm{Q} \tag{1.34}$$

(X – Vektor der unbekannten Spannungen und Ströme; C – quadratische Matrix; Q – Vektor der Quellenwerte). Für jede Matrixgleichung lässt sich umgekehrt auch wieder eine funktionsgleiche Schaltung aufstellen. Die Elemente der Hauptdiagonalen der Matrix c_{ii} sind Proportionalitätsfaktoren zwischen

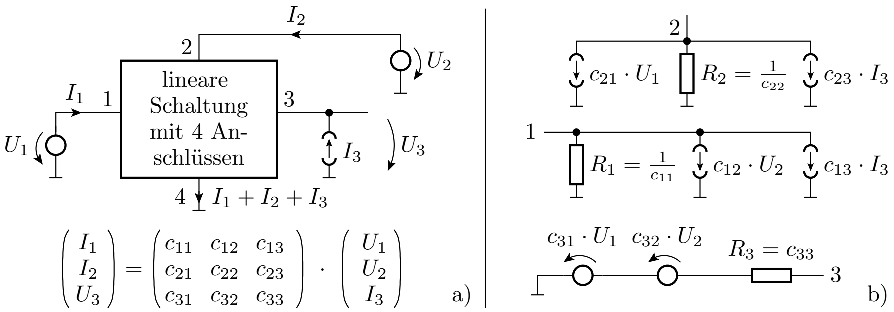


Abb. 1.21. Lineare Mehrpole a) Vierpol mit den gegebenen und gesuchten Strömen und Spannungen und seine Beschreibung durch eine Matrixgleichung b) funktionsgleiche Ersatzschaltung aus Zweipolen und gesteuerten Quellen

der Spannung und dem Strom am Anschluss i bzw. der Kehrwert davon. Das Modell hierfür ist ein Widerstand. Die übrigen Matrixkoeffizienten c_{ij} mit $i \neq j$ sind Proportionalitätsfaktoren zwischen Strömen und Spannungen an unterschiedlichen Anschlüssen. Das allgemeine Modell hierfür sind gesteuerte Quellen (Abb.1.21 b):

- stromgesteuerte Stromquellen: $I_j = c_{ij} \cdot I_i$,
- spannungsgesteuerte Stromquellen: $I_j = c_{ij} \cdot U_i$,
- stromgesteuerte Spannungsquellen: $U_j = c_{ij} \cdot I_i$ und
- spannungsgesteuerte Spannungsquellen: $U_j = c_{ij} \cdot U_i$.

Jedes quellenfreie lineare System lässt sich offenbar in eine Ersatzschaltung aus Widerständen und gesteuerten Quellen transformieren. Der nächste Gedankenschritt ist eine Erweiterung der Systemgrenzen, so dass das System auch Quellen einschließt, die nicht von außen gesteuert werden. Ein Quelle, die nicht gesteuert wird, hat einen konstanten Quellenwert. Zusammenfassend gibt es einen Konstruktionsalgorithmus, der Folgendes garantiert:

> *Jede lineare Funktion kann durch eine Ersatzschaltung aus Widerständen, konstanten Quellen und linearen gesteuerten Quellen nachgebildet werden.*

Mehr als diese drei Bauteiltypen sind für die Konstruktion linearer Ersatzschaltungen nicht erforderlich.

Auch die Umkehrung gilt. Jede Ersatzschaltung[6] aus Widerständen, konstanten und linearen gesteuerten Quellen lässt sich durch ein lineares Gleichungssystem beschreiben. Die Kennwerte der gesteuerten Quellen gehen dabei in die Koeffizienten der Matrix mit ein. Abbildung 1.22 zeigt die vereinfachte Ersatzschaltung eines Transistorverstärkers (siehe später Abschnitt

[6] Jede Ersatzschaltung, die nach den kirchhoffschen Sätzen möglich ist, siehe später Abschnitt 1.2.7.

1.5.1). Der Transistor arbeitet in dieser Schaltung als eine stromgesteuerte Stromquelle. Die Knoten- und Maschengleichungen werden fast genauso wie für eine Schaltung mit einer konstanten Quelle aufgestellt.

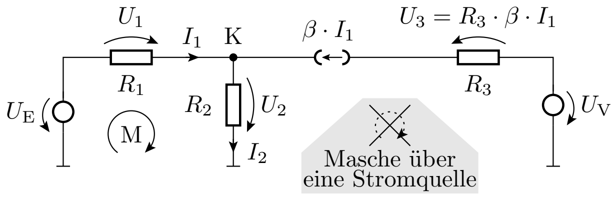


Abb. 1.22. Beispielschaltung mit einer gesteuerten Stromquelle

Die Schaltung besitzt zwei Knoten und drei Zweige, so dass sich eine Knotengleichung und zwei linear unabhängige Maschengleichungen aufstellen lassen. Die Gleichung der Masche über die Stromquelle ist wieder überflüssig, weil die Spannung über der Stromquelle nicht gesucht ist. Für die Berechnung der zwei unbekannten Ströme und Spannungen auf der linken Seite der Quelle genügt eine Knoten- und eine Maschengleichung:

$$\begin{aligned} \mathrm{K}: &\; I_1 - I_2 + \beta \cdot I_1 = 0 \\ \mathrm{M}: &\; R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = U_\mathrm{E} \end{aligned} \tag{1.35}$$

Der Unterschied zu den Gleichungen der ansonsten gleichen Schaltung mit einer Konstantstromquelle in Abb. 1.18 ist, dass der berechnete Quellenstrom auf der linken Gleichungsseite bleibt und nicht wie ein konstanter Quellenstrom auf die rechte Gleichungsseite gebracht wird. Das Gleichungssystem lautet in Matrixform

$$\begin{pmatrix} (1+\beta) & -1 \\ R_1 & R_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ U_\mathrm{E} \end{pmatrix} \tag{1.36}$$

Es besitzt genauso viele Unbekannte wie linear unabhängige Gleichungen und ist somit lösbar. Die unbekannte Spannung über dem Widerstand R_3 auf der rechten Seite der Quelle in Abb. 1.22, die in diesem Gleichungssystem nicht enthalten ist, beträgt, wie aus der Schaltung ablesbar ist

$$U_3 = R_3 \cdot \beta \cdot I_1 \tag{1.37}$$

1.2.6 Bauteile mit einer nichtlinearen Strom-Spannungs-Beziehung

Die Analyse einer Schaltung mit nichtlinearen Bauteilen ist eine Arbeitsbereichssuche mit einer linearen Schaltungsanalyse in der inneren Schleife.

Die meisten Halbleiterbauteile haben eine nichtlineare Strom-Spannungs-Beziehung. Das führt auf nichtlineare Gleichungssysteme. Für nichtlineare Gleichungssysteme gibt es im Gegensatz zu linearen Gleichungssystemen keinen universellen Lösungsalgorithmus. Deshalb wird in der Elektronik wie auch in anderen technischen Gebieten mit linearisierten Bauteilmodellen gerechnet. Im Weiteren werden die nichtlinearen Strom-Spannungs-Beziehungen meist durch lineare Teilbereiche angenähert. In Abb. 1.23 sind es z.B. drei Teilbereiche. Um die Ströme und Spannungen in einer solchen Schaltung zu berechnen, werden

- für alle nichtlinearen Bauteile die Arbeitsbereiche abgeschätzt,
- die nichtlinearen Bauteile durch ihre linearen Ersatzschaltungen im Arbeitsbereich ersetzt,
- ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung der unbekannten Größen aufgestellt und gelöst und
- kontrolliert, dass die berechneten Strom-Spannungs-Wertepaare für die nichtlinearen Bauteile tatsächlich auf den Kennlinien liegen.

Wenn eines der berechneten Strom-Spannungs-Wertepaare nicht auf der Kennlinie liegt, sondern auf der Verlängerung eines Kennlinienasts, wird ein anderer Arbeitsbereich gewählt und die gesamte Berechnung wiederholt.

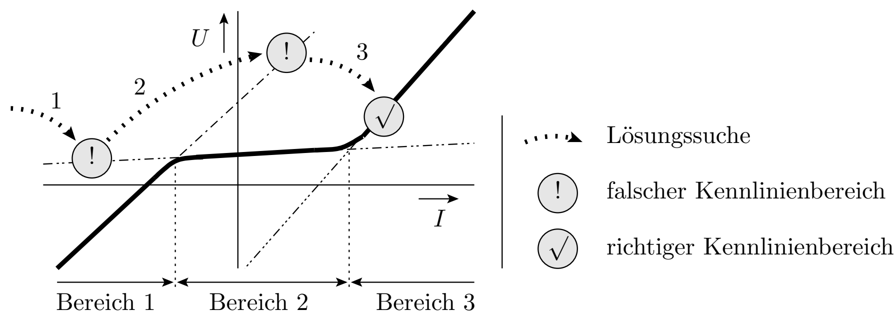


Abb. 1.23. Arbeitsbereichssuche für eine Schaltung mit einem nichtlinearen Zweipol mit drei linearen Kennlinienästen

In Abb. 1.23 wurde zu Beginn unterstellt, dass das Bauteil im mittleren Bereich arbeitet. Mit der zugehörigen linearen Ersatzschaltung wird für den Zweipol jedoch ein Strom-Spannungs-Wertepaar berechnet, das nicht auf dem Kennlinienast, sondern links auf der Verlängerungsgeraden liegt. Bei der Wahl des linken Arbeitsbereichs ergibt sich ein Strom-Spannungs-Wertepaar auf der rechten Verlängerungsgeraden. Erst mit der linearen Ersatzschaltung für den dritten Arbeitsbereich entsteht eine gültige Lösung.

In einer größeren Schaltung mit vielen nichtlinearen Bauteilen kann der Rechenaufwand für die Suche der Arbeitsbereiche, in denen die nichtlinearen Bauteile arbeiten, sehr aufwändig sein. In den im Weiteren behandelten

Beispielen wird die Anzahl der nichtlinearen Bauteile und die Anzahl der zu unterscheidenden Arbeitsbereiche immer so gering sein, dass dieses Problem nicht auftritt.

1.2.7 Vernachlässigte Leitungs- und Isolationswiderstände

Eine Ersatzschaltung, die die kirchhoffschen Sätze nicht befriedigt, ist fehlerhaft.

Bei der Aufstellung von Ersatzschaltungen werden gewöhnlich die Spannungsabfälle über Leitungen und die Ströme durch Isolatoren vernachlässigt. Das ist aber nur zulässig, wenn diese wirklich viel kleiner als die anderen Spannungsabfälle und Ströme in der Schaltung sind. Unzulässig sind insbesondere Maschen aus Quellenspannungen, die in der Summe nicht Null ergeben (Abb. 1.24 a). Das widerspricht dem Maschensatz. Wenn z.B. zwei Batterien mit unterschiedlicher Spannung parallelgeschaltet werden, bleibt eine Spannungsdifferenz übrig, die über den Innenwiderständen der Batterien und den Leitungswiderständen abfällt.

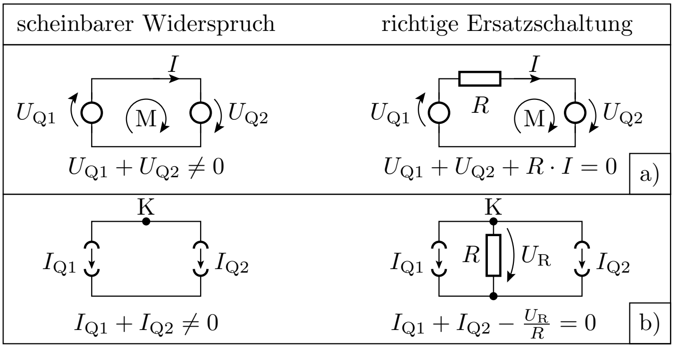


Abb. 1.24. Fehlerhafte Ersatzschaltungen

Ähnliches gilt, wenn, wie in Abb. 1.24 b dargestellt, ein Knoten ausschließlich mit Quellenströmen gespeist wird, die in Summe nicht Null ergeben. Im stationären Zustand ist die Summe der zufließenden Ströme immer Null. Denn im anderen Fall ändert sich die Ladungsmenge im Knoten. Die Spannung erhöht sich solange, bis der Strom einen Weg zurück findet. Im Beispiel könnte er über den Isolationswiderstand zwischen den beiden Knoten fließen. Bei einem sehr hohen Isolationswiderstand kann es auch zu einem Funkenüberschlag kommen. In einer Ersatzschaltung, die den Knotensatz verletzt, fehlt der Zweig, über den der Differenzstrom abfließt.

1.2.8 Zusammenfassung und Übungsaufgaben

Die Schaltungsanalyse besteht praktisch darin, alle linear unabhängigen Knotengleichungen und alle linear unabhängigen Maschengleichungen aufzustellen und das auf diese Weise entstandene Gleichungssystem so um bauteilspezifische Gleichungen zu ergänzen, dass es sich lösen lässt. Für lineare Schaltungen funktioniert das gut. Die Grundbausteine einer linearen Schaltung sind Widerstände sowie konstante und gesteuerte Quellen. Die Schaltungsanalyse für nichtlineare Schaltungen wird im Grunde auf die Analyse linearer Schaltungen zurückgeführt. Ergänzende und weiterführende Literatur siehe [8, 19, 30, 38, 39, 46].

Aufgabe 1.8

Bestimmen Sie für die Schaltung in Abb. 1.25 die Ströme I_1 bis I_3 in Abhängigkeit von der Quellenspannung U_{Q1} und den Widerstandswerten R_1 bis R_3.

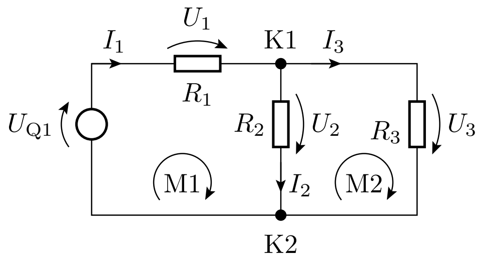


Abb. 1.25. Schaltung zu Aufgabe 1.8

a) Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Ströme auf.
b) Führen Sie für das Gleichungssystem einen Plausibilitätstest mit den Maßeinheiten durch.[7]
c) Schreiben Sie in Anlehnung an das Programm in Abb. 1.16 ein Matlab-Programm zur Berechnung der Ströme I_1 bis I_3.

Aufgabe 1.9

Analysieren Sie die Schaltung in Abb. 1.26.

a) Wählen Sie geeignete Knoten und Maschen aus, zeichnen Sie diese in die Schaltung ein und stellen Sie die zugehörigen Gleichungen auf.

[7] Kontrolle, dass die rechten und die linken Seiten der Gleichungen und alle Summanden einer Summe dieselben Maßeinheiten haben.

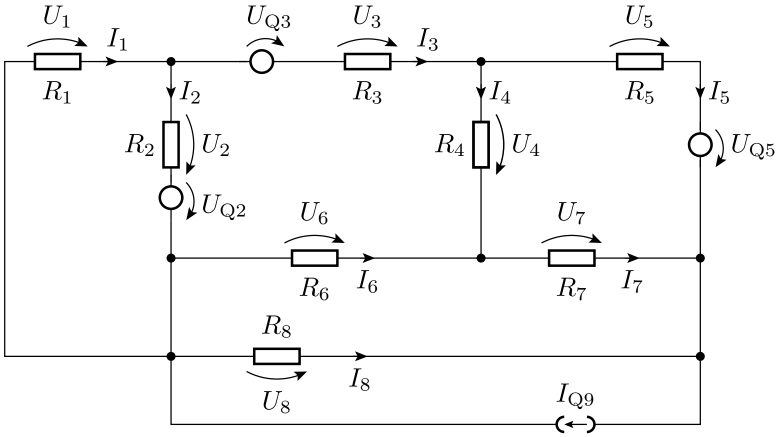


Abb. 1.26. Schaltung zu Aufgabe 1.9

b) Stellen Sie eine Matrixgleichung zur Berechnung der Ströme durch die Widerstände auf.
c) Stellen Sie eine Matrixgleichung zur Berechnung der Spannungsabfälle über den Widerständen auf.

Aufgabe 1.10

Berechnen Sie für die Schaltung in Abb. 1.27 den Strom I_1 und die Spannung U_2.

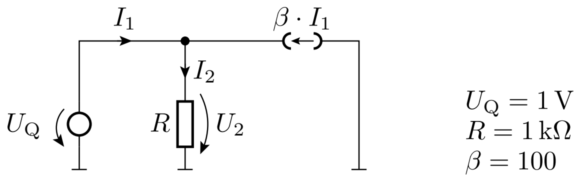


Abb. 1.27. Schaltung zu Aufgabe 1.10

Aufgabe 1.11

Berechnen Sie in der Schaltung Abb. 1.28 die Ströme, die durch die Widerstände fließen.

a) Bezeichnen Sie die Widerstände und Quellen. Zeichnen Sie die Strom- und Spannungspfeile sowie die verwendeten Maschen und Knoten ein.

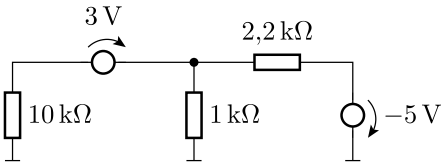


Abb. 1.28. Schaltung zu Aufgabe 1.11

b) Stellen Sie das Gleichungssystem in Matrixform auf.
c) Berechnen Sie die Ströme (z.B. mit Matlab oder einem Taschenrechner, der mit Matrizen rechnen kann).

Aufgabe 1.12

Spalten Sie die Schaltung in Abb. 1.29 in funktionsunabhängige Teilschaltungen auf.

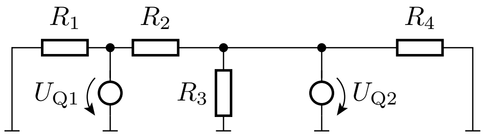


Abb. 1.29. Schaltung zu Aufgabe 1.12

Aufgabe 1.13

Die in Abb. 1.30 dargestellte Schaltung enthält einen nichtlinearen Zweipol mit der Kennlinie

$$I_{\mathrm{ZP}} = \begin{cases} (U_{\mathrm{ZP}} + 2\,\mathrm{V})\,/1\,\mathrm{k\Omega} & \text{für} \quad U_{\mathrm{ZP}} < -2\,\mathrm{V} \ (\mathrm{AB1}) \\ (U_{\mathrm{ZP}} - 1\,\mathrm{V})\,/1\,\mathrm{k\Omega} & \text{für} \quad U_{\mathrm{ZP}} > 1\,\mathrm{V} \quad (\mathrm{AB2}) \\ 0 \text{ sonst} & \qquad\qquad\qquad\quad (\mathrm{AB3}) \end{cases}$$

a) Skizzieren Sie die Kennlinie des nichtlinearen Zweipols.
b) Bestimmen Sie, in welchem Kennlinienbereich der nichtlineare Zweipol in der Schaltung arbeitet und bestimmen Sie den Strom I_{ZP}.

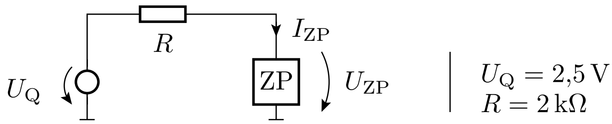


Abb. 1.30. Schaltung zu Aufgabe 1.13

1.3 Handwerkszeug

Die Abschätzung der Funktion und der Entwurf elektronischer Schaltungen erfolgen in der Praxis überwiegend mit Hilfe einer relativ kleinen Sammlung von Berechungsvorschriften und Schaltungstransformationen:

- Nachbildung nichtlinearer Schaltungen durch lineare Ersatzschaltungen,
- Zusammenfassen von Widerständen,
- Zurückführen auf Strom- und Spannungsteiler,
- Nutzung des Überlagerungsprinzips,
- ...

Diese Berechnungsvorschriften und Transformationen seien im Weiteren unser Werkzeugkasten. Der universelle Algorithmus zur Schaltungsanalyse mit Hilfe von Gleichungssystemen aus dem vergangenen Abschnitt ist in diesem Werkzeugkasten immer die Notlösung, die zum Einsatz kommt, wenn die einfachen Rechenwege versagen.

1.3.1 Zusammenfassen von Widerständen

Ein Zweipol aus mehreren Widerständen lässt sich stets zu einem Ersatzwiderstand zusammenfassen.

Der Gesamtwiderstand eines Zweipols aus mehreren Widerständen ergibt sich meist durch schrittweises Zusammenfassen der parallel geschalteten und der in Reihe geschalteten Widerstände. Reihenschaltung bedeutet, dass die Widerstände vom gleichen Strom durchflossen werden, Parallelschaltung, dass über ihnen dieselbe Spannung abfällt.

Sind zwei Widerstände in Reihe geschaltet, addieren sich die Spannungen bei gleichem Strom und folglich auch die Widerstandswerte (Abb. 1.31 a):

$$\frac{U_{\text{ges}}}{I} = R_{\text{ges}} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} = R_1 + R_2 \tag{1.38}$$

Sind zwei Widerstände parallel geschaltet, addieren sich die Ströme bei gleicher Spannung und folglich auch die Leitwerte (Abb. 1.31 b):

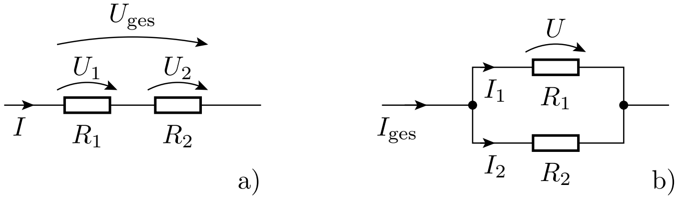


Abb. 1.31. Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

$$\frac{I_{\text{ges}}}{U} = G_{\text{ges}} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} = G_1 + G_2 \tag{1.39}$$

Für den Gesamtwiderstand gilt:

$$R_{\text{ges}} = R_1 \| R_2 = \frac{1}{G_{\text{ges}}} = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.40}$$

($\|$ – Operator für die Parallelschaltung). Diese beiden Regeln können schrittweise auf Zweipole aus mehreren Widerständen angewendet werden. Abbildung 1.32 zeigt das am Beispiel. Die Schrittfolge für das Beispiel lautet

a) Zusammenfassen der Reihenschaltung von R_3 und R_4:

$$R_{34} = R_3 + R_4 \tag{1.41}$$

b) Zusammenfassen der Parallelschaltung von R_2 und R_{34}:

$$R_{234} = R_2 \| R_{34} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}} \tag{1.42}$$

c) Zusammenfassen der Reihenschaltung von R_1 und R_{234}:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_{234} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}} \tag{1.43}$$

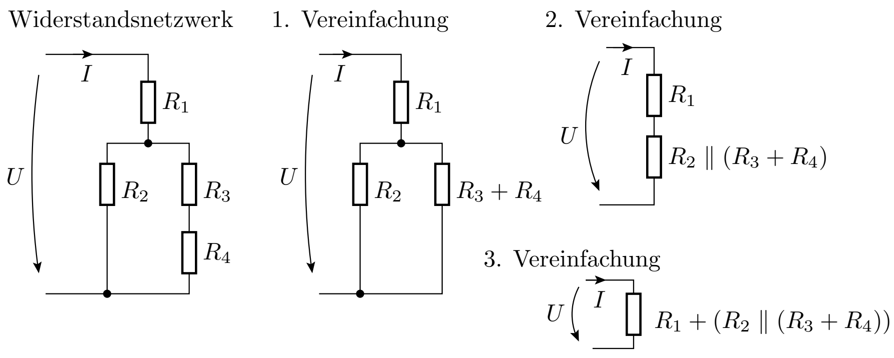


Abb. 1.32. Zusammenfassen von Widerständen

Das klassische Beispiel eines Widerstandsnetzwerkes, auf das die einfachen Zusammenfassungsregeln nicht anwendbar sind, ist die Brückenschaltung in Abb. 1.33 a. In dieser Schaltung gibt es weder Widerstände, durch die derselbe Strom fließt, noch Widerstände, über denen dieselbe Spannung abfällt.

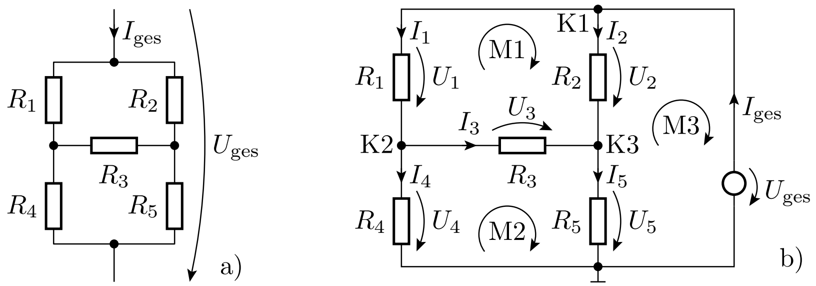


Abb. 1.33. a) Brückenschaltung b) Ersatzschaltung zur Berechnung des Gesamtwiderstands

Deshalb bleibt nur die Notlösung, die Berechnung des Stroms I_{ges} für eine fiktive Quellenspannung U_{ges} (Abb. 1.33 b).

Die Gesamtschaltung hat außer dem Bezugspunkt drei weitere Knoten, für die Knotengleichungen aufzustellen sind:

$$\begin{aligned} \text{K1}: & -I_1 - I_2 + I_{ges} = 0 \\ \text{K2}: & \quad I_1 - I_3 - I_4 = 0 \\ \text{K3}: & \quad I_2 + I_3 - I_5 = 0 \end{aligned} \tag{1.44}$$

Weiterhin lassen sich drei linear unabhängige Maschengleichungen aufstellen, in denen die Spannungsabfälle durch die Produkte aus den unbekannten Strömen und den Widerständen, durch die sie fließen, ersetzt werden:

$$\begin{aligned} \text{M1}: & -R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3 = 0 \\ \text{M2}: & -R_4 \cdot I_4 + R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 = 0 \\ \text{M3}: & \qquad\qquad -R_5 \cdot I_5 - R_2 \cdot I_2 = -U_{ges} \end{aligned} \tag{1.45}$$

Das gesamte Gleichungssystem lautet

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -R_1 & R_2 & -R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 & R_5 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & 0 & -R_5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_{ges} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -U_{ges} \end{pmatrix} \tag{1.46}$$

Es ist lösbar und berechnet alle Ströme einschließlich des gesuchten Stroms. Der Gesamtwiderstand des Zweipols beträgt

$$R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I_{ges}} \tag{1.47}$$

Der Lösungsweg ist etwas aufwändig. In der Literatur gibt es für diese spezielle Schaltung einen schnelleren Rechenweg, der unter der Bezeichnung »Dreieck-Stern-Transformation« zu finden ist. Der hier skizzierte Rechenweg hat jedoch den großen Vorteil, dass er für jede Schaltung funktioniert.

1.3.2 Spannungsteiler

Satz 1.6 (Spannungsteilerregel) *Die Spannungsabfälle über vom gleichen Strom durchflossenen Widerständen verhalten sich proportional zu den Widerstandswerten.*

Die Grundform, der unbelastete Spannungsteiler, besteht aus zwei Widerständen, die in Reihe geschaltet sind (Abb. 1.34 a). Die Spannungsabfälle über den einzelnen Widerständen verhalten sich proportional zum gemeinsamen Strom I, der durch sie fließt:

$$\frac{U_{\mathrm{R1}}}{R_1} = \frac{U_{\mathrm{R2}}}{R_2} = I \tag{1.48}$$

Die Eingabegröße ist bei einem Spannungsteiler immer die Spannung über beiden Widerständen. Ausgabegröße ist die verringerte Spannung über einem der Widerstände:

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{E}} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.49}$$

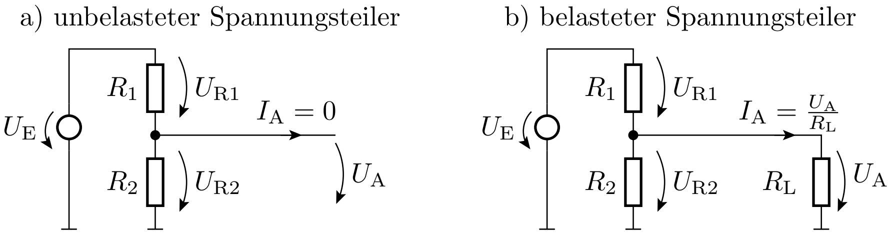


Abb. 1.34. Spannungsteiler

Bei einem belasteten Spannungsteiler ist zum Widerstand R_2 ein Lastwiderstand parallel geschaltet (Abb. 1.34 b). Diese Schaltung wird zuerst in einen unbelasteten Spannungsteiler umgerechnet, indem die Widerstände R_2 und R_{L} zu einem Ersatzwiderstand zusammengefasst werden:

$$R_{\mathrm{2L}} = R_2 \| R_{\mathrm{L}} \tag{1.50}$$

Anschließend wird wieder die Berechnungsvorschrift für den unbelasteten Spannungsteiler angewendet:

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{E}} \cdot \frac{R_{2\mathrm{L}}}{R_1 + R_{2\mathrm{L}}}$$
$$= U_{\mathrm{E}} \cdot \frac{R_2 \| R_{\mathrm{L}}}{R_1 + (R_2 \| R_{\mathrm{L}})} \tag{1.51}$$

Spannungsteiler mit mehreren Parallel- und Reihenschaltungen von Widerständen lassen sich auf einfache Spannungsteiler zurückführen, indem entsprechende Teilnetzwerke zu Ersatzwiderständen zusammengefasst werden. In der Schaltung in Abb. 1.35 bilden R_3 und R_4 einen unbelasteten Spannungsteiler:

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{R2}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \tag{1.52}$$

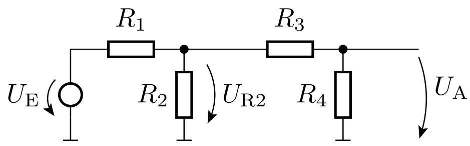


Abb. 1.35. Verketteter Spannungsteiler

Zur Berechnung von U_{R2} aus U_{E} müssen die Widerstände R_2 bis R_4 zuerst zu einem Gesamtwiderstand zusammengefasst werden:

$$R_{234} = R_2 \| \left(R_3 + R_4\right) = \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} \tag{1.53}$$

Dann kann die Spannungsteilerregel angewendet werden:

$$U_{\mathrm{R2}} = U_{\mathrm{E}} \cdot \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234}} \tag{1.54}$$

Eingesetzt in Gleichung 1.52 bildet sich die Eingangsspannung nach folgender Beziehung auf die Ausgangsspannung ab:

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{E}} \cdot \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \tag{1.55}$$

Die Notlösung, wenn diese einfachen Rezepte nicht anwendbar sind, ist wieder eine Schaltungsanalyse mit Hilfe der Maschen- und Knotengleichungen.

1.3.3 Stromteiler

Satz 1.7 (Stromteilerregel) *Die Ströme durch Widerstände, über denen dieselbe Spannung abfällt, verhalten sich umgekehrt proportional zu den Widerstandswerten.*

Die Grundform eines Stromteilers ist eine Parallelschaltung aus zwei Widerständen, über denen dieselbe Spannung abfällt (Abb. 1.36). In dieser Schaltung verhalten sich die Ströme umgekehrt proportional zu den Widerstandswerten:

$$R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 = (R_1 \parallel R_2) \cdot I_{\mathrm{ges}} = U \tag{1.56}$$

Das Verhältnis des Stroms durch R_1 als Ausgangsgröße zum Gesamtstrom als Eingangsgröße beträgt

$$\frac{I_1}{I_{\mathrm{ges}}} = \frac{R_1 \parallel R_2}{R_1} \tag{1.57}$$

Stromteiler mit mehreren parallel und in Reihe geschalteten Widerständen lassen sich durch Zusammenfassen von Teilwiderstandsnetzwerken auf den einfachen Stromteiler zurückführen.

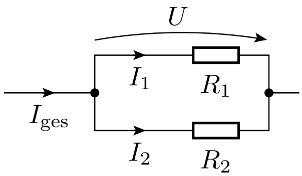


Abb. 1.36. Stromteiler

1.3.4 Helmholtzsches Überlagerungsprinzip

In einem linearen System – dazu gehören auch lineare Schaltungen – gilt der Überlagerungssatz.

Satz 1.8 (Überlagerungssatz) *In einem linearen System ist die Ausgabe einer Linearkombination von Eingaben gleich der Linearkombination der Ausgaben der einzelnen Eingaben:*

$$f(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2) = k_1 \cdot f(x_1) + k_2 \cdot f(x_2) \tag{1.58}$$

($f(\ldots)$ – beliebige lineare Funktion; k_i – beliebige Konstanten; x_i – beliebige Eingaben, Einzelwerte, Vektoren etc.).

Für den Überlagerungssatz gibt es vielfältige Anwendungen. Eine davon ist das helmholtzsche[8] Überlagerungsprinzip. In einem Netzwerk mit einer linearen Strom-Spannungs-Beziehung kann die Wirkung der einzelnen Quellen nacheinander berechnet werden. Die Gesamtwirkung der Quellen ist gleich der Summe der Wirkungen der Einzelquellen [19].

[8] Benannt nach Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894), deutscher Mediziner und Physiker.

Bei der Analyse linearer Schaltungen im vergangenen Abschnitt waren die Eingaben die Quellenwerte und die Ausgaben die zu berechnenden Ströme oder Spannungen. Die Abbildung hatte immer die Form von Gleichung 1.30:

$$\mathrm{X} = \mathrm{M}^{-1} \cdot \mathrm{Q}$$

(M – quadratische Matrix; X – Vektor der gesuchten Größen; Q – Vektor der vorgegebenen Quellenströme und Quellenspannungen). Bei dieser Abbildung ist die Eingabe ein Vektor mit mehreren Quellenwerten, der in Summanden zerlegt werden kann:

$$\mathrm{Q} = \mathrm{Q}_1 + \mathrm{Q}_2 + \ldots \tag{1.59}$$

Für jeden Summanden dürfen die gesuchten Größen einzeln berechnet werden. Das Gesamtergebnis ist dann die Summe der Einzelergebnisse:

$$\begin{aligned} \mathrm{X}_1 &= \mathrm{M}^{-1} \cdot \mathrm{Q}_1 \\ \mathrm{X}_2 &= \mathrm{M}^{-1} \cdot \mathrm{Q}_2 \\ \ldots&\ldots\ldots \\ \mathrm{X} &= \mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2 + \ldots \end{aligned} \tag{1.60}$$

Das helmholtzsche Überlagerungsprinzip betrachtet den Sonderfall, dass jeder Summand nur einen Quellenwert ungleich Null enthält. Dazu wird für jede Quelle im System eine eigene Ersatzschaltung aufgestellt, in der alle anderen Quellenwerte gleich Null gesetzt werden. Stromquellen, die keinen Strom liefern, sind Unterbrechungen. Spannungsquellen, die keine Spannung liefern, sind Verbindungen. Statt einer komplizierten Schaltung werden mehrere einfache Schaltungen betrachtet. Das hat zwei potenzielle Vorteile:

- Die Ersatzschaltungen mit nur einer Quelle zeigen sehr gut, wie die einzelnen Quellen die Ausgabe beeinflussen. Das fördert das Verständnis der Funktionsweise und hilft bei der zielgerichteten Anpassung der Ist-Funktion an die Soll-Funktion beim Entwurf.
- Die Analyse linearer Schaltungen mit nur einer Quelle lässt sich meist durch mehrfache Anwendung der Spannungs- und Stromteilerregel lösen. Das ist einfacher und anschaulicher als der Rechenweg über Gleichungssysteme.

Die Beispielschaltung in Abb. 1.37 besitzt zwei Spannungsquellen. Gesucht ist die Spannung über dem Widerstand R_2. Zur Berechnung der gesuchten Spannung wird einmal die Quelle Q2 und einmal die Quelle Q1 aus der Schaltung gestrichen (Abb. 1.37 unten). In beiden Ersatzschaltungen ergibt sich die gesuchte Spannung über ein Spannungsteilerverhältnis:

$$U_{\mathrm{R2.1}} = \frac{R_2 \| R_3}{R_1 + (R_2 \| R_3)} \cdot U_{\mathrm{Q1}} \quad U_{\mathrm{R2.2}} = \frac{R_1 \| R_2}{R_3 + (R_1 \| R_2)} \cdot U_{\mathrm{Q2}} \tag{1.61}$$

Die Überlagerung der beiden Teilergebnisse ergibt

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{R2}} &= U_{\mathrm{R2.1}} + U_{\mathrm{R2.2}} \\ &= \frac{R_2 \| R_3}{R_1 + (R_2 \| R_3)} \cdot U_{\mathrm{Q1}} + \frac{R_1 \| R_2}{R_3 + (R_1 \| R_2)} \cdot U_{\mathrm{Q2}} \end{aligned} \tag{1.62}$$

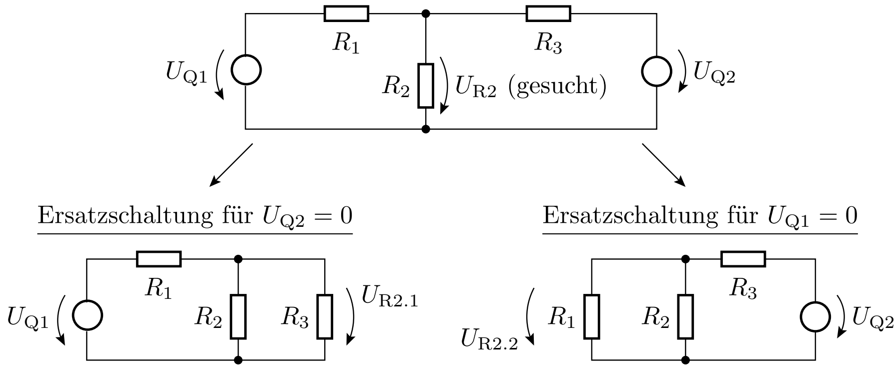


Abb. 1.37. Schaltungsanalyse für jede Quelle einzeln

1.3.5 Zweipolvereinfachung

Ein Zweipol, der intern aus einer beliebigen Anzahl von Widerständen und Quellen besteht und sich nach außen hin nicht wie eine Stromquelle verhält, kann, wie in Abschnitt 1.2.2 gezeigt wurde, immer in eine Ersatzschaltung aus einer Ersatzspannungsquelle mit der Leerlaufspannung und einem Ersatzwiderstand gleich dem Innenwiderstand umgerechnet werden (Gleichung 1.21):

$$U = U_0 + R_{\mathrm{Ers}} \cdot I$$

Die beiden Ersatzschaltungsparameter lassen sich sehr elegant mit Hilfe des helmholtzschen Überlagerungsprinzips bestimmen (Abb. 1.38).

Zur Bestimmung des Ersatzwiderstands R_{Ers} werden gedanklich

- alle Quellenwerte innerhalb des Zweipols gleich Null gesetzt,
- an den Anschlüssen ein Strom eingespeist und
- die Klemmspannung gemessen.

Das entspricht einer Messung des Widerstands zwischen den Anschlüssen der quellenfreien Schaltung.

> *Der Ersatzwiderstand eines Zweipols ist der Gesamtwiderstand des Widerstandsnetzwerks, das übrig bleibt, wenn alle Quellenwerte gleich Null gesetzt werden.*

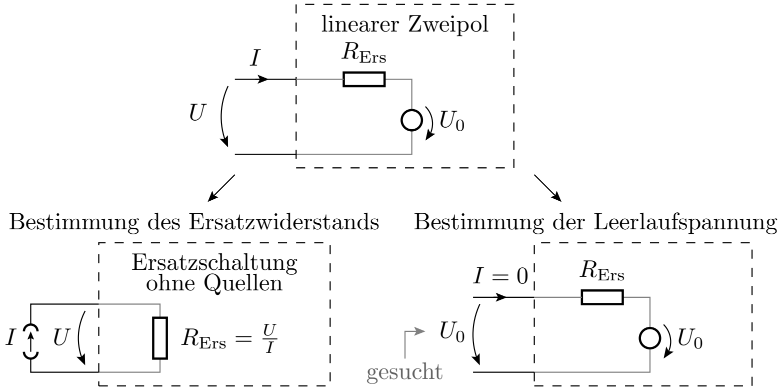


Abb. 1.38. Bestimmung des Ersatzwiderstands und der Leerlaufspannung eines linearen Zweipols nach dem Überlagerungsprinzip

Die praktische Berechnung erfolgt wie in Abschnitt 1.3.1, d.h. in der Regel über die schrittweise Zusammenfassung von Reihen- und Parallelschaltungen. Die Leerlaufspannung kann entweder über ein Gleichungssystem oder wie in Abschnitt 1.3.4 als Überlagerung der Leerlaufspannungsanteile, die die einzelnen Quellen verursachen, bestimmt werden.

Abbildung 1.39 zeigt ein Beispiel für einen Zweipol mit zwei internen Quellen. Der Gesamtwiderstand des Zweipols ohne Quellen beträgt

$$R_{Ers} = R_1 \| (R_2 + R_3) \tag{1.63}$$

Zur Berechnung der Leerlaufspannung könnte man in der Ersatzschaltung die beiden unbekannten Ströme I_1 und I_3 über ein Gleichungssystem aus einer Knoten- und einer Maschengleichung bestimmen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ (R_1 + R_2) & -R_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{Q3} \\ U_{Q1} \end{pmatrix} \tag{1.64}$$

Die Leerlaufspannung ist die Differenz zwischen der Spannung über der Spannungsquelle und der Spannung über dem Widerstand R_1:

$$U_0 = U_{Q1} - R_1 \cdot I_1 \tag{1.65}$$

Die Alternative ist auch hier die Ausnutzung des helmholtzschen Überlagerungsprinzips. Für $U_{Q1} = 0$ ergibt sich die Ersatzschaltung in Abb. 1.40 a. In dieser Ersatzschaltung lässt sich erst einmal $U_{R3.1}$ aus dem Quellenstrom und dem Ersatzwiderstand R_{123} berechnen:

$$U_{R3.1} = ((R_1 + R_2) \| R_3) \cdot I_{Q3} \tag{1.66}$$

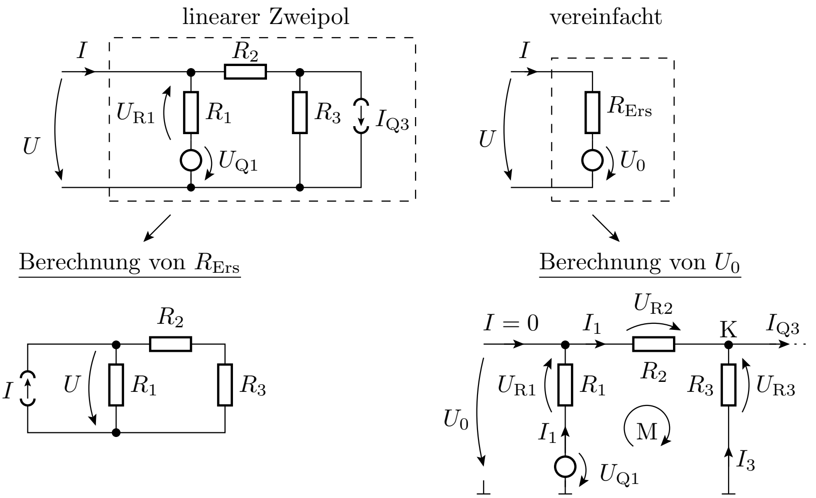


Abb. 1.39. Zweipolvereinfachung

Zwischen $U_{\mathrm{R3.1}}$ und der Spannung über R_1 existiert eine Spannungsteilerbeziehung:

$$\begin{aligned} U_{0.1} = -U_{\mathrm{R1.1}} &= -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_{\mathrm{R3.1}} \\ &= -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot ((R_1 + R_2) \,\|R_3) \cdot I_{\mathrm{Q3}} \end{aligned} \tag{1.67}$$

Für $I_{\mathrm{Q3}} = 0$, Ersatzschaltung Abb. 1.40 b, bilden die Widerstände R_1, R_2 und R_3 einen Spannungsteiler:

$$U_{0.2} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U_{\mathrm{Q1}} \tag{1.68}$$

Die Leerlaufspannung beträgt insgesamt:

$$\begin{aligned} U_0 &= U_{0.1} + U_{0.2} \\ &= -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot ((R_1 + R_2) \,\|R_3) \cdot I_{\mathrm{Q3}} + \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U_{\mathrm{Q1}} \end{aligned} \tag{1.69}$$

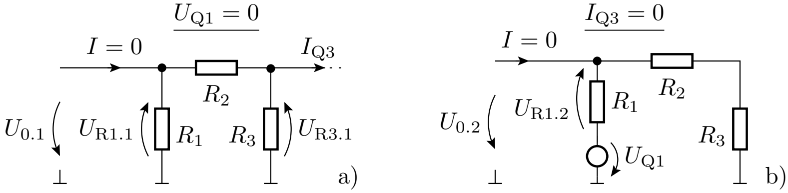


Abb. 1.40. Ersatzschaltungen zur Berechnung der Leerlaufspannungsanteile zu Abb. 1.39

1.3.6 Zusammenfassung und Übungsaufgaben

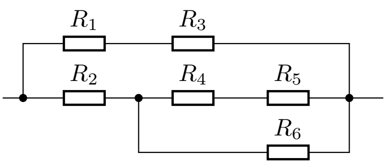
Das Handwerkszeug für die Berechnung der stationären Ströme und Spannungen in den linearen Ersatzschaltungen umfasst

- das ohmsche Gesetz,
- die Spannungs- und die Stromteilerregel,
- das helmholtzsche Überlagerungsprinzip,
- Zweipolvereinfachungen

und Transformationen unter Anwendung dieser Regeln, mit denen komplizierte Schaltungen in funktionsgleiche einfachere Ersatzschaltungen überführt werden. Ergänzende und weiterführende Literatur siehe [8, 19, 30, 37, 39, 46].

Aufgabe 1.14

a) Berechnen Sie den Gesamtwiderstand der Schaltung in Abb. 1.41 mit den gegebenen Werten.
b) Runden Sie alle Widerstandswerte auf Nennwerte der E12-Reihe und berechnen Sie dann den Gesamtwiderstand noch einmal (siehe hierzu auch Aufgabe 1.4 und Internet, Suchbegriff »E-Reihe, Festwiderstand«).

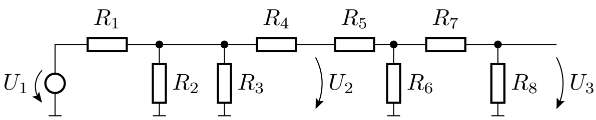


$R_1 = 4\,\mathrm{k\Omega}$
$R_2 = 8\,\mathrm{k\Omega}$
$R_3 = 6\,\mathrm{k\Omega}$
$R_4 = 1\,\mathrm{k\Omega}$
$R_5 = 3\,\mathrm{k\Omega}$
$R_6 = 4\,\mathrm{k\Omega}$

Abb. 1.41. Schaltung zu Aufgabe 1.14

Aufgabe 1.15

Gegeben sei das Widerstandsnetzwerk in Abb. 1.42. Wie groß sind die Spannungen U_2 und U_3?



$R_1 = R_4 = R_6 = 2\,\mathrm{k\Omega}$
$R_2 = R_3 = 8\,\mathrm{k\Omega}$
$R_5 = R_7 = R_8 = 1\,\mathrm{k\Omega}$
$U_1 = 8\,\mathrm{V}$

Abb. 1.42. Schaltung zu Aufgabe 1.15

Aufgabe 1.16

Berechnen Sie mit Hilfe des helmholtzschen Überlagerungsprinzips die Spannung U_A in der Schaltung Abb. 1.43.

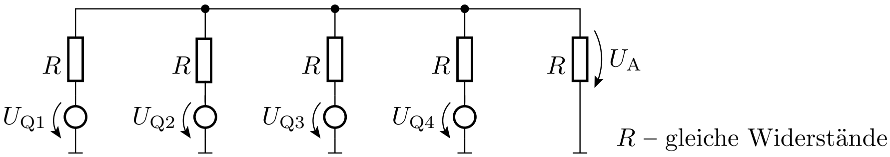


Abb. 1.43. Schaltung zu Aufgabe 1.16

Aufgabe 1.17

Legen Sie die Widerstandswerte für R_1 und R_2 in dem Zweipol in Abb. 1.44 a so fest, dass der Zweipol insgesamt eine Leerlaufspannung von $U_0 = 2\,\mathrm{V}$ und einen Ersatzwiderstand von $R_\mathrm{Ers} = 100\,\mathrm{k\Omega}$ besitzt (Abb. 1.44 b).

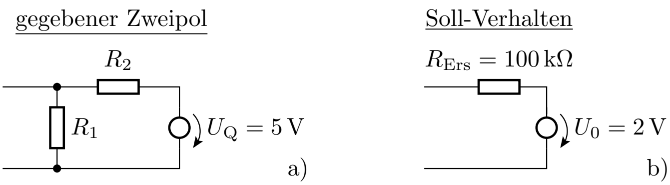
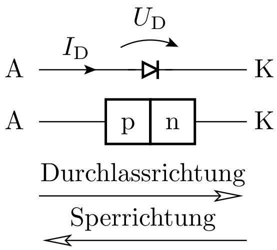


Abb. 1.44. Schaltung zu Aufgabe 1.17

1.4 Schaltungen mit Dioden

Eine Diode ist ein Zweipol, der ähnlich einem Ventil den Strom nur in einer Richtung passieren lässt. Die Anschlüsse heißen Anode und Kathode. Die Durchlassrichtung verläuft von der Anode zur Kathode, gekennzeichnet durch einen angedeuteten Pfeil im Schaltzeichen. Der senkrechte Strich an der Kathode symbolisiert die Sperrrichtung (Abb. 1.45).



U_D	Spannungsabfall in Durchlassrichtung
I_D	Strom in Durchlassrichtung
A	Anode
K	Kathode
p	Halbleitergebiet mit beweglichen Löchern
n	Halbleitergebiet mit beweglichen Elektronen

Abb. 1.45. Schaltzeichen und Anschlussbelegung einer Diode

Die wichtigste technische Realisierung von Halbleiterdioden ist der pn-Übergang. An einem pn-Übergang wechselt die Art der beweglichen Ladungsträger auf dem Weg von der Anode zur Kathode innerhalb des Bruchteils eines Mikrometers von Löchern zu Elektronen. Die fast sprunghaften Änderungen der Dichte der beweglichen Ladungsträger verursachen Diffusionsströme, die in Wechselwirkung mit den Driftströmen die charakteristische Ventilwirkung hervorrufen. Eine ausführlichere Beschreibung folgt in Abschnitt 3.1.4. Außer pn-Übergängen besitzen auch bestimmte Metall-Halbleiter-Übergänge (Schottky-Dioden[9]) und Elektronenröhren das charakteristische Verhalten einer Diode. In diesem Abschnitt werden nur das Anschlussverhalten und typische Schaltungen mit Dioden behandelt.

Die Kennlinie einer Diode lässt sich experimentell bestimmen. Der Versuchsaufbau ist eine Stromquelle, die nacheinander unterschiedliche Werte für I_D einspeist, und ein Messgerät, das den dabei auftretenden Spannungsabfall U_D misst (Abb. 1.46 a). Für positive Ströme springt die Spannung über der Diode fast sofort auf den Wert der Flussspannung U_F von einigen 100 mV. Bei einer Stromerhöhung beträgt der differenzielle Widerstand als Anstieg der Spannung über der Diode mit dem Strom

$$R_D = \frac{d\,U_D}{d\,I_D} \tag{1.70}$$

[9] Benannt nach Walter Schottky (1886 - 1976), deutscher Physiker und Elektrotechniker.

nur einige Milliohm bis Ohm. Sowohl die Flussspannung als auch der Anstieg unterliegen, wie den Datenblättern zu entnehmen ist, fertigungsbedingten Streuungen (Abb. 1.46 b).

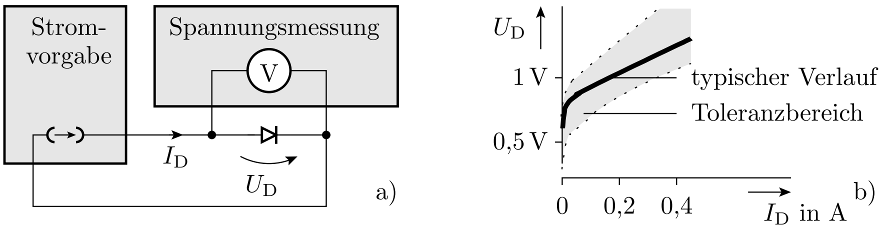


Abb. 1.46. Diodenkennlinie a) Messschaltung b) gemessene Kennlinie und Toleranzbereich für eine Diode vom Typ 1N4148

Ein Verhaltensmodell soll die wesentlichen Merkmale hervorheben und unwesentliche Details verbergen. Im Durchlassbereich ist es für die meisten Anwendungen nur wesentlich, dass der Stromfluss erst ab einer bestimmten Flussspannung U_F einsetzt. Die Kennlinienkrümmung und der geringe Anstieg lassen sich gegenüber den Fertigungstoleranzen und den Widerständen, die in der Schaltung zu der Diode in Reihe geschaltet sind, meist vernachlässigen. Die Ersatzschaltung ist eine Konstantspannungsquelle:

$$\text{Durchlassbereich } (I_D > 0): \; U_D = U_F \tag{1.71}$$

Bei Einspeisung eines negativen Stroms stellt sich eine betragsmäßig große, nahezu konstante negative Spannung über der Diode ein, die Durchbruchspannung U_S. Auch das ist das Verhalten einer Konstantspannungsquelle:

$$\text{Durchbruchbereich } (I_D < 0): \; U_D = U_S \tag{1.72}$$

Bei einem Spannungsabfall zwischen der Durchbruchspannung und der Flussspannung fließt ein für die meisten Anwendungen vernachlässigbar kleiner Strom. Dieser Arbeitsbereich ist der Sperrbereich und wird im Weiteren durch eine Unterbrechung modelliert (Abb. 1.47):

$$\text{Sperrbereich } (U_S < U_D < U_F): \; I_D = 0 \tag{1.73}$$

Der stationäre Strom durch eine Diode darf nicht größer als der Quotient aus der zulässigen Verlustleistung und dem Spannungsabfall über ihr sein (vergleiche Abschnitt 1.1.4). In Durchlassrichtung darf sein Betrag den Wert

$$|I_D| \leq \frac{P_{max}}{U_F} \tag{1.74}$$

und in Sperrrichtung den Wert

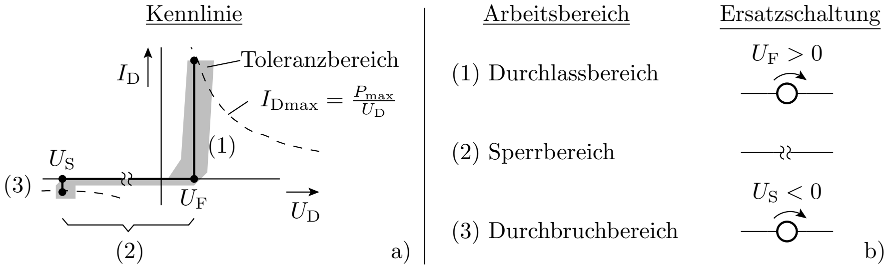


Abb. 1.47. a) Annäherung einer Diodenkennlinie durch drei lineare Äste b) Ersatzschaltungen der drei Kennlinienäste

$$|I_D| \leq \frac{P_{max}}{|U_S|} \tag{1.75}$$

nicht überschreiten. Wegen der betragsmäßig viel höheren Durchbruchspannungen sind im Durchbruchbereich betragsmäßig deutlich kleinere Ströme als im Durchlassbereich zulässig.

Zusammenfassend wird das Verhalten einer Diode im gewählten Modell durch drei Parameter beschrieben:

- die Flussspannung U_F,
- die Durchbruchspannung U_S und
- die maximale Verlustleistung P_{max}.

Statt der Durchbruchspannung U_S wird im Datenblatt oft die Spannungsfestigkeit angegeben. Die Spannungsfestigkeit ist eine Betragsangabe für eine negative Spannung U_D, bei der die Diode garantiert noch sperrt.

Tabelle 1.1. Modellparameter für Beispieldioden

		P_{max}	U_F	$\|U_S\|$
1N4148	(Standarddiode)	500 mW	$\approx$ 0,7 V	$\geq$ 100 V
BAT46	(Schottky-Diode)	150 mW	$\approx$ 0,45 V	$\geq$ 100 V
TLHR44...	(Leuchtdiode rot)	100 mW	$\approx$ 1,6 V	$\geq$ 6 V
TLHG44...	(Leuchtdiode grün)	100 mW	$\approx$ 2,4 V	$\geq$ 6 V
BZX83 C4V5	(Z-Diode)	500 mW		4,4 bis 5,0 V

Tabelle 1.1 zeigt einige Beispielwerte für Diodenparameter. Die Flussspannung von Standarddioden (Silizium-pn-Übergang) liegt in der Größenordnung von $U_F \approx 0{,}7$ V. Die Flussspannung von Schottky-Dioden (Metall-Halbleiter-Übergang) liegt deutlich darunter. Leuchtdioden haben Flussspannungen von 1,6 bis 4 V, wobei rote Leuchtdioden die geringste und blaue Leuchtdioden die höchste Flussspannung besitzen.

Die Durchbruchspannung bzw. die Spannungsfestigkeit im Sperrbereich liegt im Bereich von 30 V bis 1000 V. Ausgenommen sind Z-Dioden. Das sind spezielle Dioden für den Betrieb im Durchbruchbereich, die meist geringere Durchbruchspannungen besitzen. Für Z-Dioden ist im Datenblatt stets die Durchbruchspannung, dafür aber gewöhnlich nicht die Flussspannung zu finden.

Die maximale Verlustleistung einer Diode hängt vom Gehäuse ab. Sie liegt im Bereich von einigen 100 mW bis zu mehreren Watt. Oft ist nur der maximal zulässige Dauerstrom – für normale Dioden im Durchlassbereich und für Z-Dioden im Durchbruchbereich – angegeben, aus dem die maximale Verlustleistung zu errechnen ist.

1.4.1 Anzeige von Logikwerten mit einer Leuchtdiode

Ein Programmierkurs beginnt üblicherweise mit einem »Hello World«-Programm. Das ist ein einfaches Programm, das etwas Sichtbares tut. Das Gegenstück in der Elektronik ist die Ansteuerung einer Leuchtdiode mit einem digitalen Schaltkreis.

Die Digitaltechnik unterscheidet nur die Signalwerte »0« und »1«. In diesem Buch gilt im Weiteren »positive Logik«. Große Spannungen oder Ströme werden durch den Signalwert »1« und kleine Spannungen oder Ströme durch den Signalwert »0« dargestellt. Spannungs- und Stromwerte zwischen »groß« und »klein« sind ungültig, unbestimmt oder unzulässig und erhalten den Pseudo-Signalwert »X« (Abb. 1.48).

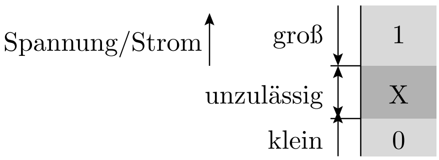
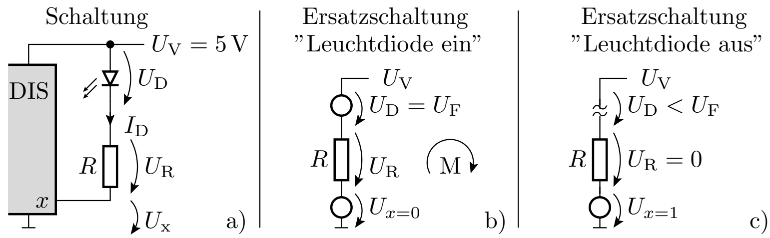


Abb. 1.48. Zuordnung zwischen Spannungen oder Strömen und Logikwerten

Aufgabe sei es, an einen Ausgang eines digitalen Schaltkreises, z.B. eines Mikrorechners, eine rote Leuchtdiode so anzuschließen, dass sie bei der Ausgabe einer »0« gut sichtbar leuchtet und bei der Ausgabe einer »1« aus ist. Abbildung 1.49 a zeigt die Gesamtschaltung. Damit die Leuchtdiode bei einer »0« leuchtet, muss sie zwischen der Versorgungsspannung und dem Ausgang angeordnet sein. Der zusätzliche Widerstand R dient zur Strombegrenzung.

Eine (Leucht-) Diode darf nur mit einem Reihenwiderstand zur Strombegrenzung betrieben werden.

Es sind zwei Arbeitsbereiche zu unterscheiden. Im Arbeitsbereich »Leuchtdiode ein« verhält sich eine rote Leuchtdiode näherungsweise wie eine Konstantspannungsquelle mit einer Quellenspannung von $U_{\mathrm{F}} \approx 1{,}6 \ldots 1{,}8\,\mathrm{V}$. Das



DIS digitaler integrierter Schaltkreis; $U_F = 1{,}6...1{,}8\,V$; $U_{x=0} = 0{,}2...0{,}5\,V$

Abb. 1.49. Leuchtdiode am Ausgang eines digitalen Schaltkreises

Potenzial einer logischen »0« steht im Datenblatt des Schaltkreises. Es beträgt in der Regel nicht mehr als einige 100 mV. Ein bekanntes Potenzial wird in der Ersatzschaltung durch eine Spannungsquelle zwischen dem betrachteten Schaltungspunkt und dem Bezugspunkt modelliert (Abb 1.49 b). Im Arbeitsbereich »Leuchtdiode aus« soll kein Strom fließen. Das ist der Sperrbereich der Leuchtdiode. Der Schaltkreisausgang verhält sich auch bei einem Ausgabewert »1« wie eine Spannungsquelle, nur jetzt mit einer größeren Spannung (Abb 1.49 c).

Die weitere Analyse und Berechnung erfolgt anhand der Ersatzschaltungen. Im Arbeitsbereich »Leuchtdiode ein« besitzt die Ersatzschaltung eine Masche, für die gilt

$$\mathrm{M}: U_V - U_F - U_{x=0} - U_R = 0 \tag{1.76}$$

Der Vorwiderstand R, der den Strom begrenzt, berechnet sich aus dem Spannungsabfall über dem Widerstand und dem erforderlichen Strom. Damit eine Leuchtdiode vernünftig leuchtet, ist etwa ein Strom von $I_D \approx 10\,\mathrm{mA}$ erforderlich:

$$R = \frac{U_V - U_F - U_{x=0}}{I_D} \approx \frac{5\,\mathrm{V} - 1{,}6\ldots1{,}8\,\mathrm{V} - 0{,}2\ldots0{,}5\,\mathrm{V}}{10\,\mathrm{mA}} = 290\ldots340\,\Omega \tag{1.77}$$

Aus der Rechnung ist ersichtlich, dass der Spannungsabfall über dem Widerstand R im Arbeitsbereich »Leuchtdiode ein« mehrere Volt betragen sollte. Denn die Spannung über dem Widerstand R unterliegt offenbar erheblichen bauteilabhängigen Streuungen. Je geringer der mittlere Spannungsabfall über dem Widerstand ist, desto größer ist der Streuungsbereich für den Strom durch die Diode. Die Parameterstreuungen der Bauteile sind nicht nur bei dieser Schaltung, sondern praktisch bei allen elektronischen Schaltungen eine der Hauptschwierigkeiten beim Entwurf. Im Arbeitsbereich »Leuchtdiode aus«, Ersatzschaltung Abb 1.49 c, ist unterstellt, dass über der Diode eine Spannung kleiner U_F abfällt. Der Schaltkreisausgang muss dafür mindestens eine Ausgangsspannung liefern von

$$U_{x=1} > U_V - U_F = 5\,\mathrm{V} - 1{,}6\ldots1{,}8\,\mathrm{V} = 3{,}2\ldots3{,}4\,\mathrm{V} \tag{1.78}$$

Als nächstes muss anhand des Datenblattes für den Schaltkreis kontrolliert werden, dass die Ausgangsspannung des Schaltkreises bei Ausgabe einer »1« und einem Ausgangsstrom Null mindestens diesen Wert hat. Weiterhin sind für alle Bauteile die maximalen Spannungen, Ströme und Verlustleistungen, die auftreten können, abzuschätzen und mit den zulässigen Maximalwerten in den Datenblättern zu vergleichen. Selbst in einer so winzigen Schaltung steckt schon ein erheblicher Entwurfsaufwand. Im Weiteren bleiben der Einfachheit halber die Bauteilstreuungen und die Verlustleistungen in den Rechnungen in der Regel unberücksichtigt.

1.4.2 Gleichrichter

Ein Gleichrichter ist eine Schaltung, die aus einer vorzeichenbehafteten Eingangsspannung eine nicht negative Ausgangsspannung erzeugt. Abbildung 1.50 a zeigt einen einfachen Gleichrichter und die Abbildungen 1.50 b und c seine Ersatzschaltungen. Für eine Eingangsspannung $U_{\mathrm{E}} > U_{\mathrm{F}}$ arbeitet die Diode im Durchlassbereich. Die Ausgangsspannung ist gleich der Eingangsspannung abzüglich der Flussspannung. Für eine Eingangsspannung $U_{\mathrm{S}} \le U_{\mathrm{E}} \le U_{\mathrm{F}}$ sperrt die Diode. Es fließt kein Strom durch den Widerstand. Die Ausgangsspannung ist Null. Der Durchbruchbereich wird nicht genutzt. Die Übertragungsfunktion lautet insgesamt

$$U_{\mathrm{A}} = \begin{cases} U_{\mathrm{E}} - U_{\mathrm{F}} & \text{für } U_{\mathrm{E}} > U_{\mathrm{F}} \\ 0 & \text{für } U_{\mathrm{S}} \le U_{\mathrm{E}} \le U_{\mathrm{F}} \end{cases} \tag{1.79}$$

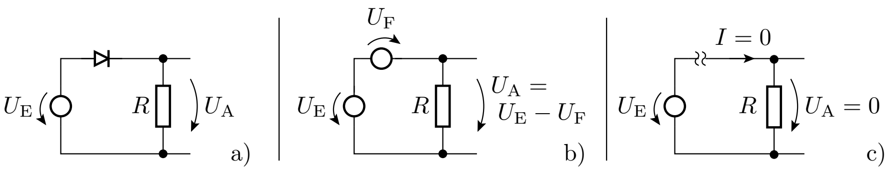


Abb. 1.50. Einfacher Gleichrichter a) Schaltung b) Ersatzschaltung für $U_{\mathrm{E}} > U_{\mathrm{F}}$ c) Ersatzschaltung für $U_{\mathrm{E}} \le U_{\mathrm{F}}$

Gleichrichter werden z.B. für die Umwandlung einer Wechselspannung in eine Gleichspannung genutzt. Eine Wechselspannung hat einen sinusförmigen Signalverlauf. Der einfache Gleichrichter schneidet, wie Abb. 1.51 zeigt, die negative Halbwelle ab. Wünschenswert wäre es, wenn, wie mit der grauen Kurve angedeutet, die negative Halbwelle nicht abgeschnitten, sondern ihr Betrag gebildet wird. Die Lösung ist der Brücken- oder Grätzgleichrichter (Abb. 1.52).

Der Brückengleichrichter besteht aus zwei Diodenpaaren. Bei einer Eingangsspannung größer der doppelten Flussspannung arbeiten die Dioden D1

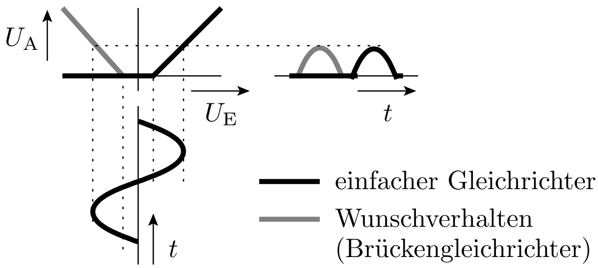


Abb. 1.51. Funktion eines einfachen Gleichrichters und Wunschverhalten

und D4 im Durchlassbereich. Die Ausgangsspannung ist gleich der Eingangsspannung abzüglich der doppelten Flussspannung. Im Bereich $-2 \cdot U_F \leq U_E \leq 2 \cdot U_F$ sind alle Dioden gesperrt. Für Eingangsspannungen $U_E < -2 \cdot U_F$ arbeiten die Dioden D2 und D3 im Durchlassbereich und die Dioden D1 und D4 sperren. Die Ausgangsspannung ist gleich der negierten Eingangsspannung abzüglich der doppelten Flussspannung. Die Übertragungsfunktion des Brückengleichrichters lautet insgesamt

$$U_A = \begin{cases} U_E - 2 \cdot U_F & \text{für} \quad U_E > 2 \cdot U_F \\ -U_E - 2 \cdot U_F & \text{für} \quad U_E < -2 \cdot U_F \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{1.80}$$

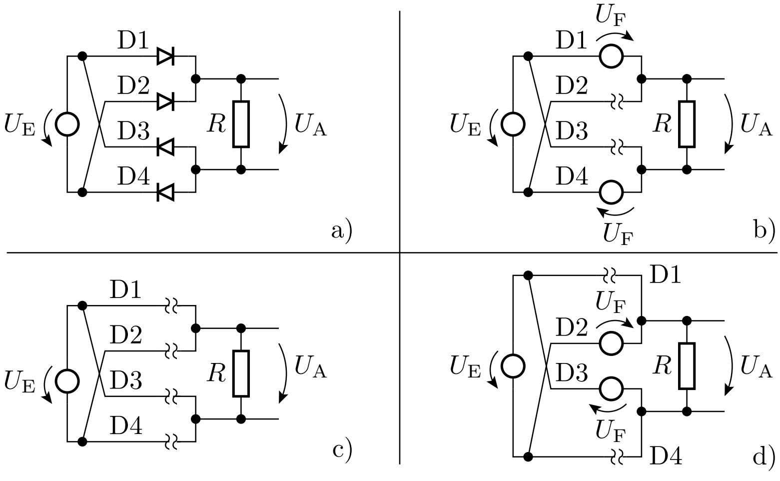


Abb. 1.52. Brückengleichrichter a) Schaltung b) Ersatzschaltung $U_E > 2 \cdot U_F$ c) Ersatzschaltung $-2 \cdot U_F \leq U_E \leq 2 \cdot U_F$ d) Ersatzschaltung $U_E < -2 \cdot U_F$

Bei der Kontrolle, dass die Ströme, Spannungen und Verlustleistungen für alle Bauteile und für die Gesamtschaltung im zulässigen Bereich liegen, ist bei einem Brückengleichrichter besonders darauf zu achten, dass die Durchbruchspannungen der Dioden so groß sind, dass die Dioden nie im Durchbruchbereich arbeiten. Warum der Durchbruchbereich unbedingt zu vermeiden ist, sollen Sie in Übungsaufgabe 1.20 selbst herausfinden.

1.4.3 Nachbildung von Spannungsquellen

Dioden werden in der Schaltungstechnik auch zur Nachbildung von Konstantspannungsquellen genutzt, wahlweise mit der Flussspannung oder der Durchbruchspannung als Quellenspannung. Dazu muss im genutzten Arbeitsbereich ein positiver (bzw. negativer) Strom durch die Diode fließen. Das erfordert in der Regel eine zusätzliche Versorgungsspannung und einen Widerstand.

In Abb. 1.53 soll von der Eingangsspannung U_{E} die Flussspannung U_{F} einer Diode abgezogen werden. Dazu muss der Strom I_{D} positiv sein:

$$I_{\mathrm{D}} = I_{\mathrm{A}} + I_{\mathrm{R}} > 0 \tag{1.81}$$

Aus der eingezeichneten Masche M in der Soll-Ersatzschaltung folgt

$$I_{\mathrm{R}} = \frac{U_{\mathrm{E}} - U_{\mathrm{F}} - U_{\mathrm{V}}}{R} \tag{1.82}$$

Eingesetzt in Gleichung 1.81 folgt daraus wiederum, dass die Versorgungsspannung in dieser Schaltung nicht größer als

$$U_{\mathrm{V}} < U_{\mathrm{E}} - U_{\mathrm{F}} + R \cdot I_{\mathrm{A}} \tag{1.83}$$

sein darf.

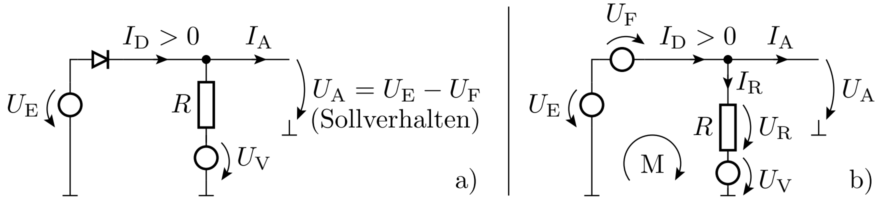


Abb. 1.53. Subtraktion der Flussspannung von der Eingangsspannung a) Schaltung b) Soll-Ersatzschaltung

Zur Addition der Flussspannung ist die Diode umzudrehen und der Strom muss in der entgegengesetzten Richtung fließen (Abb. 1.54). Das erfordert eine Versorgungsspannung von

$$U_{\mathrm{V}} > U_{\mathrm{E}} + U_{\mathrm{F}} + R \cdot I_{\mathrm{A}} \tag{1.84}$$

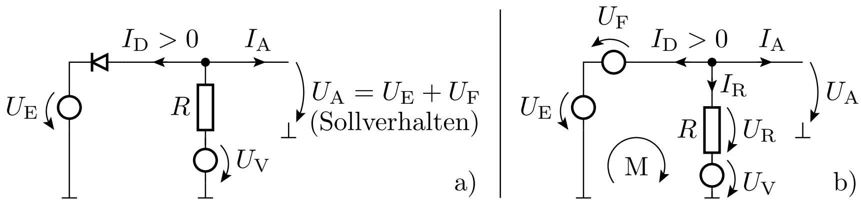


Abb. 1.54. Addition der Flussspannung zur Eingangsspannung a) Schaltung b) Soll-Ersatzschaltung

Zur Erzeugung einer konstanten Spannung gleich der Flussspannung wird die Ausgangsspannung über der Diode oder über einer Reihenschaltung von Dioden abgegriffen. Der Diodenstrom wird wieder von einer Versorgungsspannung und einem Widerstand bereitgestellt (Abb. 1.55).

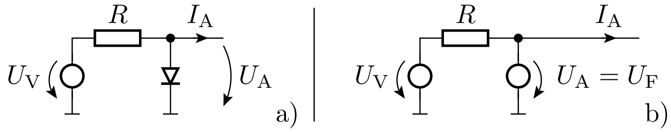


Abb. 1.55. Nachbildung einer Konstantspannungsquelle mit der Größe der Flussspannung U_{F} einer Diode a) Schaltung b) Soll-Ersatzschaltung

Für größere zu erzeugende konstante Spannungen wird der Durchbruchbereich genutzt. Als Dioden sind in diesen Fällen Z-Dioden[10] zu verwenden (Abb. 1.56). Die Versorgungsspannung muss in beiden Fällen mindestens

$$U_{\mathrm{V}} > U_{\mathrm{A}} + R \cdot I_{\mathrm{A}} \tag{1.85}$$

betragen.

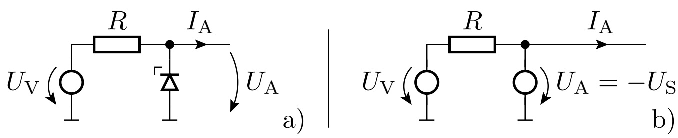


Abb. 1.56. Nachbildung einer Konstantspannungsquelle mit dem Betrag der Durchbruchspannung $|U_{\mathrm{S}}|$ einer Z-Diode a) Schaltung b) Soll-Ersatzschaltung

[10] Das Schaltsymbol einer Z-Dioden hat einen kleinen Winkel neben dem Strich, der die Sperrrichtung symbolisiert.

1.4.4 Logikschaltungen

Mit Dioden lassen sich auch die logischen Grundfunktionen UND und ODER realisieren. Abbildung 1.57 zeigt die Wertetabellen und die Schaltsymbole der beiden Logikschaltungen. Unter der getroffenen Annahme, dass eine »1« durch ein großes und eine »0« durch ein kleines Potenzial dargestellt wird, verlangt eine UND-Verknüpfung eine Schaltung, bei der sich das Minimum und eine ODER-Verknüpfung eine Schaltung, bei der sich das Maximum der Eingangspotenziale durchsetzt.

x_2	x_1	$x_1 \vee x_2$	$x_1 \wedge x_2$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

a)

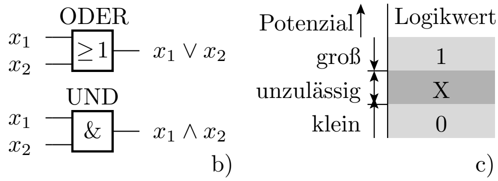


Abb. 1.57. UND- und ODER-Verknüpfung a) Wertetabellen b) Schaltzeichen c) Zuordnung zwischen Logikwerten und Potenzialen

Das logische ODER besteht aus parallel geschalteten Dioden mit gemeinsamer Kathode und einer Stromquelle (Abb. 1.58). Die Diode mit dem größten Eingangspotenzial an der Anode arbeitet im Durchlassbereich und legt das Ausgangspotenzial fest:

$$\varphi(y) = \max_{i=1}^{N_\mathrm{E}} (\varphi_i) - U_\mathrm{F} \tag{1.86}$$

(N_E – Anzahl der Gattereingänge; φ_i – Potenzial am Eingang i). Die übrigen Dioden sind gesperrt. Statt der Stromquelle genügt auch eine Reihenschaltung

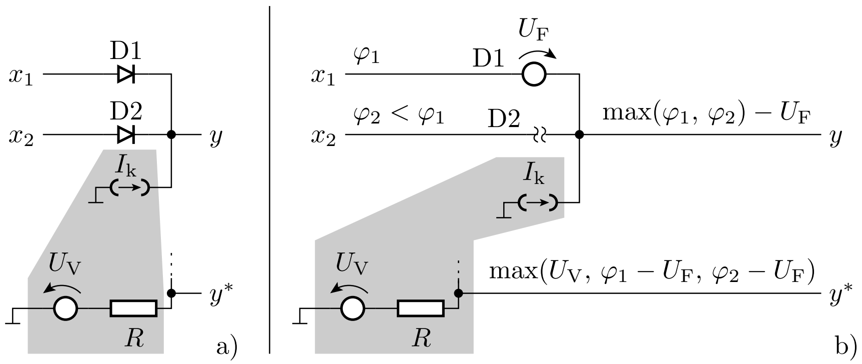


Abb. 1.58. Dioden-ODER a) Schaltung b) Ersatzschaltung

aus einem Widerstand und einer Versorgungsspannung. Die Versorgungsspannung darf dabei nicht größer als der Spannungswert für eine auszugebende »0« sein.

Bei einer UND-Verknüpfung soll sich das Minimum durchsetzen. Dazu sind die Dioden und die Stromquelle umzudrehen, so dass die Diode mit dem niedrigsten Eingangspotenzial leitet und die anderen sperren:

$$\varphi\left(y\right)=\min_{i=1}^{N_{\mathrm{E}}}\left(\varphi_i+U_{\mathrm{F}}\right) \tag{1.87}$$

(N_{E} – Anzahl der Gattereingänge). Beim Ersatz der Stromquelle durch eine Reihenschaltung aus einem Widerstand und einer Versorgungsspannung darf die Versorgungsspannung nicht kleiner als der Spannungswert für eine auszugebende »1« sein (Abb. 1.59).

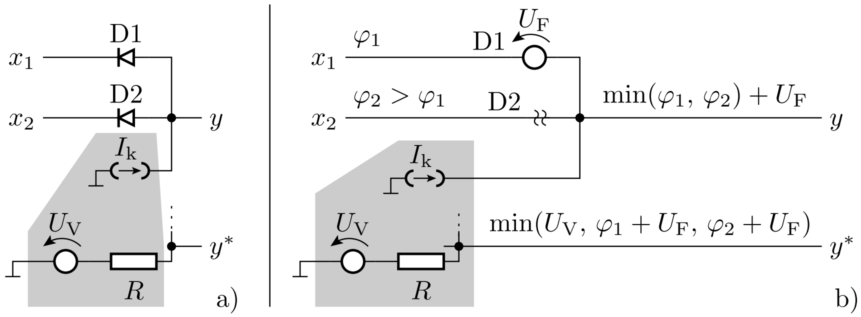


Abb. 1.59. Dioden-UND a) Schaltung b) Ersatzschaltung

UND- und ODER-Verknüpfungen können auch verkettet werden. In der ersten Diodenebene in Abb. 1.60 setzt sich jeweils der kleinere Wert und in der zweiten Ebene der größere Wert durch. Die logische Funktion lautet

$$y=(x_1\wedge x_2)\vee(x_3\wedge x_4) \tag{1.88}$$

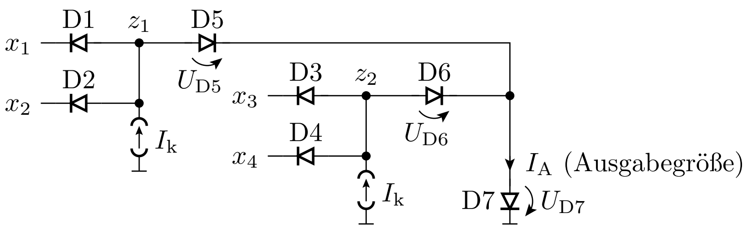


Abb. 1.60. UND-ODER-Verknüpfung mit Dioden

Die Ausgabegröße ist hier der Strom durch die Diode D7. Später wird an dieser Stelle ein Transistor eingefügt, der diesen Strom verstärkt und in eine Ausgabespannung umsetzt.

Das elektrische Verhalten der Schaltung soll anhand von je einer Ersatzschaltung für einen Arbeitsbereich, in dem $I_A = 0$ und einen Arbeitsbereich, in dem $I_A \geq I_k$ ist, näher untersucht werden (Abb. 1.61). In den Arbeitsbereichen mit $I_A = 0$ muss gelten

$$(U_{D5} + U_{D7} < 2 \cdot U_F) \text{ und } (U_{D6} + U_{D7} < 2 \cdot U_F) \tag{1.89}$$

Das setzt für die Potenziale an den Eingängen voraus

$$(\min(\varphi_1, \varphi_2) < U_F) \text{ und } (\min(\varphi_3, \varphi_4) < U_F) \tag{1.90}$$

Die größte Eingangsspannung, die noch als »0« interpretiert wird, ist etwas kleiner als U_F.

In den Arbeitsbereichen mit $I_A \geq I_k$ muss gelten

$$(U_{D5} + U_{D7} > 2 \cdot U_F) \text{ oder } (U_{D6} + U_{D7} > 2 \cdot U_F) \tag{1.91}$$

Das setzt für die Potenziale an den Eingängen voraus

$$(\min(\varphi_1, \varphi_2) > U_F) \text{ oder } (\min(\varphi_3, \varphi_4) > U_F) \tag{1.92}$$

Das kleinste Eingangspotenzial, das als »1« interpretiert wird, ist etwas größer als U_F (Abb. 1.61).

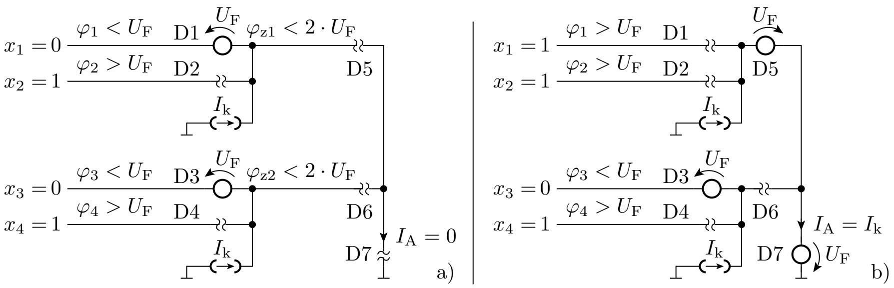


Abb. 1.61. Ersatzschaltungen der UND-ODER-Verknüpfung aus Abb. 1.60 a) für einen Arbeitsbereich mit $I_A = 0$ b) für einen Arbeitsbereich mit $I_A = I_k$

Der Eingangsstrom ist an allen Eingängen mit dem Signalwert »1« Null. An Eingängen mit dem Signalwert »0« fließt nur dann ein Strom, wenn die Diode im Durchlassbereich arbeitet. Die Richtung dieser Eingangsströme ist aus dem Eingang heraus und ihr Betrag gleich dem Quellenstrom I_k. Die Stromquellen können genau wie in Abb. 1.59 durch eine Reihenschaltung aus einer Versorgungsspannung und einem Widerstand ersetzt werden. Zur Umwandlung des Ausgangsstroms I_A in ein Ausgangspotenzial wird die Diode D7 später in Abschnitt 1.5.5 durch einen Bipolartransistor ersetzt.

1.4.5 Zusammenfassung und Übungsaufgaben

Eine Diode ist ein Zweipol mit einer nichtlinearen Kennlinie. Die Kennlinie kann durch drei lineare Arbeitsbereiche angenähert werden. Das sind

- der Durchlassbereich,
- der Sperrbereich und
- der Durchbruchbereich.

Im Durchlassbereich und im Durchbruchbereich ist die Ersatzschaltung eine Spannungsquelle und im Sperrbereich eine Unterbrechung. In der Schaltungstechnik werden Dioden zur Nachbildung von Spannungsquellen oder als Schalter verwendet. Als Spannungsquelle arbeiten sie im Durchlass- oder im Durchbruchbereich. Im Schaltbetrieb wechselt der Arbeitsbereich in Abhängigkeit von einer Eingabegröße zwischen dem Durchlass- und dem Sperrbereich. Weiterführende und ergänzende Literatur siehe [7, 8, 9, 10, 12, 16, 17, 19, 21, 37, 41] und Datenblätter von Dioden.

Aufgabe 1.18

Suchen Sie im Internet die Datenblätter der Dioden 10TQ035, BY228 und 1N757. Welche Werte haben die Parameter U_{F}, $|U_{\mathrm{S}}|$ und P_{max}?

Hinweise:

- Die zulässige Verlustleistung muss zum Teil aus dem zulässigen Dauerstrom und der Flussspannung (bzw. bei Z-Dioden der Durchbruchspannung) abgeschätzt werden.
- Bei Z-Dioden fehlt meist die Angabe der Flussspannung.
- Zur Eingrenzung, welche der Parameter im Datenblatt die gesuchten sein könnten, ist es hilfreich, auf die Maßeinheiten und die Größenordnung der Werte zu achten.

Aufgabe 1.19

Durch eine rote Leuchtdiode mit einer Flussspannung $U_{\mathrm{F}} = 1{,}6\,\mathrm{V}$ soll dauerhaft ein Strom von $I_{\mathrm{D}} = 30\,\mathrm{mA}$ fließen. Die Versorgungsspannung beträgt $U_{\mathrm{V}} = 5\,\mathrm{V}$.

a) Zeichen Sie die Schaltung und die lineare Ersatzschaltung im verwendeten Arbeitsbereich.
b) Berechnen Sie den Vorwiderstand.

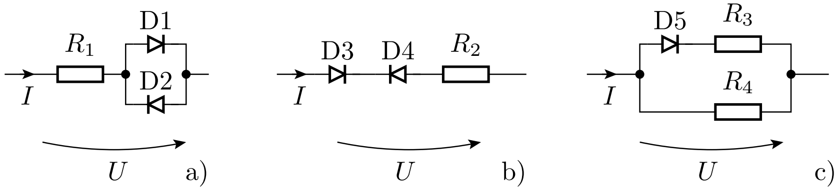
Aufgabe 1.20

Stellen Sie für den Brückengleichrichter in Abb. 1.52 die Ersatzschaltung für den Fall auf, dass die Diode D2 im Durchbruchbereich arbeitet. Warum ist dieser Arbeitsbereich unbedingt zu vermeiden?

Aufgabe 1.21

Bestimmen Sie die Strom-Spannungs-Beziehungen der Zweipole in Abb. 1.62. Dabei sind folgende Teilaufgaben zu lösen:

- Abschätzung der zu unterscheidenden Arbeitsbereiche,
- Aufstellung der linearen Ersatzschaltung für jeden Arbeitsbereich,
- Bestimmung der gesuchten Strom-Spannungs-Beziehungen und
- Bestimmung der Gültigkeitsbereiche.



Parameter der Dioden:	$U_F = 0{,}7\,\text{V}$	$U_S = -10\,\text{V}$
Widerstandswerte:	$R_1 = R_2 = 100\,\Omega$	$R_3 = R_4 = 200\,\Omega$

Abb. 1.62. Schaltungen zu Aufgabe 1.21

Aufgabe 1.22

Bestimmen Sie für die Schaltung in Abb. 1.63 die Spannung U_A als Funktion des Quellenstroms I_E.

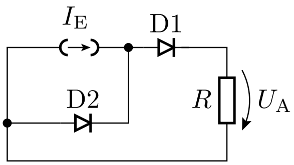


Abb. 1.63. Schaltung zu Aufgabe 1.22

Aufgabe 1.23

Bestimmen Sie für die Schaltung in Abb. 1.64 die Ausgangsspannung U_A als Funktion der Eingangsspannungen U_{E1} bis U_{E3}. Die Flussspannung sei für alle Dioden $U_F = 0{,}7\,\text{V}$.

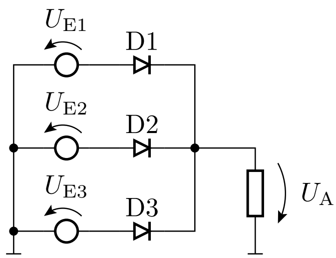
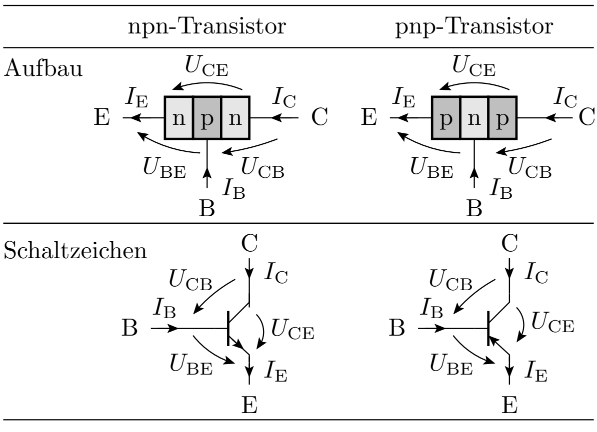


Abb. 1.64. Schaltung zu Aufgabe 1.23

1.5 Schaltungen mit Bipolartransistoren

Ein Bipolartransistor ist ein Halbleiterbauteil mit den drei Anschlüssen Emitter, Basis und Kollektor. Er besteht aus einer Halbleiterschichtfolge npn oder pnp. Die Basis ist am mittleren Halbleitergebiet, der Emitter und der Kollektor sind an den beiden äußeren Halbleitergebieten angeschlossen. Wichtig ist, dass der Abstand zwischen den beiden pn-Übergängen, die Basisbreite, sehr gering ist. Zwei verbundene pn-Übergänge sind folglich nicht unbedingt ein Transistor. Abbildung 1.65 zeigt den Aufbau, das Schaltzeichen und die im Weiteren verwendeten Bezeichnungen für die Spannungen und Ströme an den Transistoranschlüssen.



E	Emitter
B	Basis
C	Kollektor
I_E	Emitterstrom
I_B	Basisstrom
I_C	Kollektorstrom
U_{BE}	Basis-Emitter-Spannung
U_{CB}	Kollektor-Basis-Spannung
U_{CE}	Kollektor-Emitter-Spannung

Abb. 1.65. Aufbau, Schaltzeichen und Anschlüsse von Bipolartransistoren

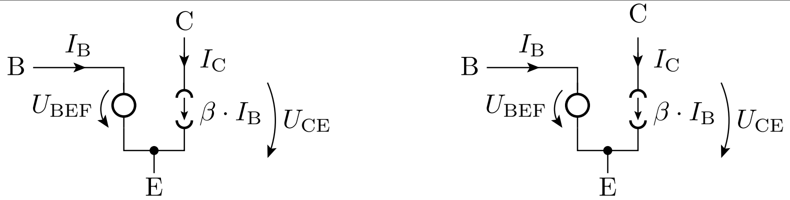
Jeder der beiden pn-Übergänge funktioniert für sich allein wie eine Diode. Dasselbe gilt, wenn beide pn-Übergänge gleichzeitig im Durchlassbereich oder im Sperrbereich arbeiten. Der Durchbruchbereich der pn-Übergänge wird praktisch nie genutzt. In seinem normalen Betriebsbereich – kurz Normalbereich – werden die pn-Übergänge jedoch in folgender Weise betrieben:

- Basis-Emitter-Übergang im Durchlassbereich und
- Basis-Kollektor-Übergang im Sperrbereich.

In diesem Arbeitsbereich besitzt der durchlässige Basis-Emitter-Übergang das Modellverhalten einer Konstantspannungsquelle mit einer Quellenspannung U_{BEF} und der gesperrte Kollektor-Basis-Übergang das Modellverhalten einer durch den Basisstrom gesteuerten Stromquelle (Abb. 1.66):

$$I_{\mathrm{C}} = \beta \cdot I_{\mathrm{B}} \quad \text{mit} \quad \beta \gg 1 \tag{1.93}$$

npn-Transistor	pnp-Transistor



Voraussetzung für die Gültigkeit der beiden Ersatzschaltungen

$I_{\mathrm{B}} > 0$	$I_{\mathrm{B}} < 0$
$0 < U_{\mathrm{CEX}} < U_{\mathrm{CE}} < U_{\mathrm{CEmax}}$	$U_{\mathrm{CEmin}} < U_{\mathrm{CE}} < U_{\mathrm{CEX}} < 0$

Modellparameter:	U_{BEF}	Basis-Emitter-Flussspannung
	β	Stromverstärkung
	U_{CEX}	Kollektor-Emitter-Restspannung
	P_{max}	maximale Verlustleistung
	U_{CEmax}, U_{CEmin}	Kollektor-Emitter-Spannungsfestigkeit

Abb. 1.66. Die Ersatzschaltungen von Bipolartransistoren im Normalbereich

Die Stromverstärkung kommt durch den Transistoreffekt zustande, der auf dem Zusammenwirken von Diffusions- und Driftströmen an und zwischen den beiden pn-Übergängen basiert. Er wird später in Abschnitt 3.1.5 beschrieben. Dieser Abschnitt behandelt typische Transistorschaltungen mit ihren Ersatzschaltungen und Simulationsmodellen.

Tabelle 1.2 zeigt die Modellparameter für zwei typische Bipolartransistoren. Die Basis-Emitter-Flussspannung beträgt für npn-Transistoren typisch $U_{\mathrm{BEF}} \approx 0{,}7\,\mathrm{V}$ und für pnp-Transistoren $U_{\mathrm{BEF}} \approx -0{,}7\,\mathrm{V}$. Die Stromverstärkung β liegt in der Größenordnung von 30 bis 600. Die Transistoren werden nach Stromverstärkungsgruppen sortiert angeboten. Innerhalb einer Stromverstärkungsgruppe streut die Stromverstärkung immer noch in einer Größenordnung von ±50%. Das hat physikalische und fertigungstechnische Ursachen. Die Kollektor-Emitter-Restspannung liegt in der Größenordnung von 0,3 V bzw. −0,3 V. Die Spannungsfestigkeit zwischen Emitter und Kollektor liegt je

Tabelle 1.2. Modellparameter von zwei Universaltransistoren

pnp-Transistor	β	U_{BEF}	U_{CEX}	U_{CEmin}	P_{max}
BC327-16 -25 -40	100 - 250 160 - 400 250 - 600	$\approx -0{,}9\,\text{V}$	$\approx -0{,}3\,\text{V}$	$-45\,\text{V}$	625 mW
npn-Transistor	β	U_{BEF}	U_{CEX}	U_{CEmax}	P_{max}
BC337-16 -25 40	100 - 250 160 - 400 250 - 630	$\approx 0{,}9\text{V}$	$\approx 0{,}3\,\text{V}$	$45\,\text{V}$	625 mW

nach Transistortyp betragsmäßig in einem Bereich von 10 V bis 1000 V. Für npn-Transistoren ist sie positiv und für pnp-Transistoren negativ. Die Verlustleistung eines Transistors liegt wie bei Dioden in der Größenordnung von 100 mW bis mehrere Watt.

Der wichtigste Modellparameter, die Stromverstärkung, ist auch vom Arbeitspunkt abhängig (Abb. 1.67). Gleiches gilt für die Basis-Emitter-Flussspannung. Das gewählte Modell vernachlässigt das, weil Transistorschaltungen ohnehin so entworfen werden müssen, dass die Parameterstreuungen nicht stören.

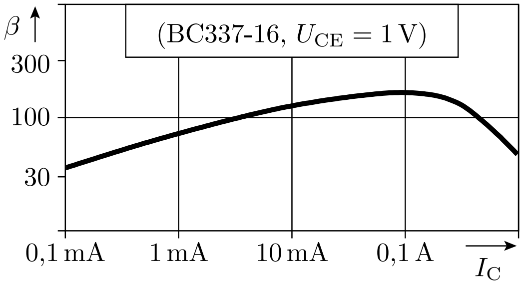


Abb. 1.67. Die Stromverstärkung in Abhängigkeit vom Kollektorstrom (Transistortyp BC137)

Die große Kunst des Entwurfs von Transistorschaltungen besteht darin, die Schaltungen so zu konstruieren, dass die wichtigen Merkmale der Gesamtfunktion nur unerheblich von den stark streuungsbehafteten Transistorparametern abhängen.

1.5.1 Einfacher Spannungsverstärker

Definition 1.16 (Übertragungsfunktion) *Die Übertragungsfunktion charakterisiert Systeme mit einem Eingang und einem Ausgang, z.B. Verstärker. Sie beschreibt die Abbildung der Eingabe auf die Ausgabe.*

Um einen Transistor als Spannungsverstärker nutzen zu können, muss die Eingangsspannung in einen Basisstrom und der verstärkte Kollektorstrom in eine Ausgangsspannung umgewandelt werden. Das erfordert zwei zusätzliche Widerstände und eine Versorgungsspannung (Abb. 1.68 a).

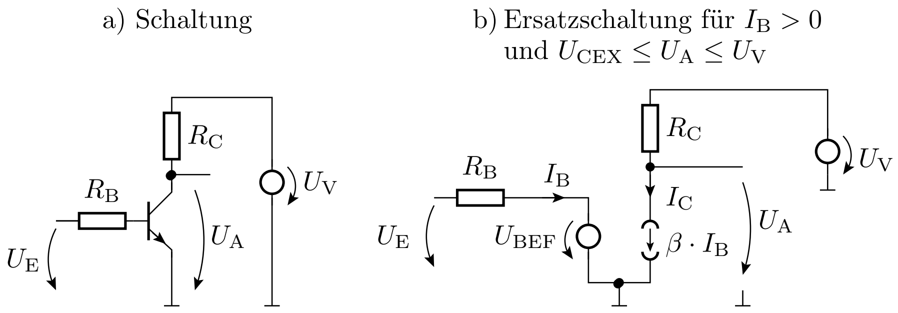


Abb. 1.68. Einfacher Spannungsverstärker

Der Widerstand R_B wandelt eine Eingangsspannung $U_E > U_{BEF}$ in einen Basisstrom

$$I_B = \frac{U_E - U_{BEF}}{R_B} \tag{1.94}$$

um. Dieser wird verstärkt und verursacht, wenn der Basis-Emitter-Übergang im Sperrbereich arbeitet, einen Kollektorstrom von

$$I_C = \beta \cdot I_B = \frac{\beta}{R_B} \cdot (U_E - U_{BEF}) \tag{1.95}$$

Die Ausgangsspannung ist nach dem Maschensatz gleich der Versorgungsspannung abzüglich des Spannungsabfalls über R_C[11]. Die Übertragungsfunktion lautet

$$U_A = U_V - R_C \cdot I_C = U_V - \frac{\beta \cdot R_C}{R_B} \cdot (U_E - U_{BEF}) \tag{1.96}$$

Der Wertebereich der Ausgangsspannung, in dem die Ersatzschaltung gilt, ist

$$U_{CEX} < U_A < U_V \tag{1.97}$$

[11] Achtung, die Masche nicht über die Stromquelle legen!

Eingesetzt in die nach der Eingangsspannung umgestellte Übertragungsfunktion Gleichung 1.96

$$U_{\mathrm{E}} = \frac{(U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{A}}) \cdot R_{\mathrm{B}}}{\beta \cdot R_{\mathrm{C}}} + U_{\mathrm{BEF}} \tag{1.98}$$

ist der zulässige Wertebereich der Eingangsspannung

$$U_{\mathrm{BEF}} < U_{\mathrm{E}} < \frac{R_{\mathrm{B}} \cdot (U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{CEX}})}{\beta \cdot R_{\mathrm{C}}} + U_{\mathrm{BEF}} \tag{1.99}$$

Für kleinere Eingangsspannungen sind beide pn-Übergänge des Transistors gesperrt. Es fließt weder ein Basis- noch ein Kollektorstrom. Der Transistor arbeitet im Sperrbereich. Die Ausgangsspannung ist gleich der Versorgungsspannung. Für größere Eingangsspannungen verlässt der Transistor gleichfalls den Normalbereich. Der Arbeitsbereich, in den er wechselt – der Übersteuerungsbereich – wird später in Abschnitt 1.5.5 behandelt. Die Schaltung hat praktisch drei Arbeitsbereiche, von denen sie, wenn sie als Verstärker genutzt wird, im mittleren arbeitet.

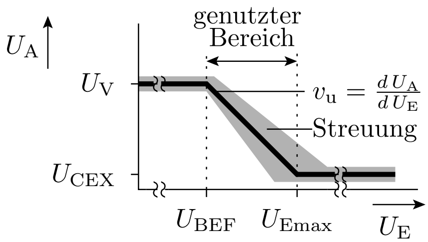


Abb. 1.69. Übertragungsfunktion des Transistorverstärkers

Der wichtigste Parameter des Transistorverstärkers ist seine Spannungsverstärkung. Das ist der Anstieg der Ausgangsspannung mit der Eingangsspannung:

$$v_{\mathrm{u}} = \frac{d\,U_{\mathrm{A}}}{d\,U_{\mathrm{E}}} \tag{1.100}$$

Für den einfachen Transistorverstärker beträgt sie:

$$v_{\mathrm{u}} = -\frac{\beta \cdot R_{\mathrm{C}}}{R_{\mathrm{B}}} \tag{1.101}$$

Problematisch ist, dass sich die Spannungsverstärkung proportional zu der stark streuungsbehafteten Stromverstärkung des Transistors verhält. Jeder Transistor hat eine andere Stromverstärkung und benötigt einen anderen Widerstand R_{B}. Der Widerstand R_{B} muss entweder für jeden Transistor individuell ausgewählt oder durch einen Einstellwiderstand ersetzt werden, der bei der Inbetriebnahme manuell abgeglichen wird. Integrierte Schaltungen und Baugruppen für eine Serien- oder Massenfertigung sollten möglichst ohne Widerstandsabgleiche auskommen.

Die Verlustleistung des Transistors ist in guter Näherung das Produkt aus dem Kollektorstrom und der Kollektor-Emitter-Spannung. Die Kollektor-Emitter-Spannung ist in der Schaltung in Abb. 1.68 gleich der Ausgangsspannung U_{A}:

$$P_{\mathrm{Tr}} \approx I_{\mathrm{C}} \cdot U_{\mathrm{A}} \tag{1.102}$$

Mit Gleichung 1.96 für die Ausgangsspannung folgt weiterhin:

$$P_{\mathrm{Tr}} \approx I_{\mathrm{C}} \cdot (U_{\mathrm{V}} - R_{\mathrm{C}} \cdot I_{\mathrm{C}}) \tag{1.103}$$

Die Gleichung hat bei

$$I_{\mathrm{C}} = \frac{U_{\mathrm{V}}}{2 \cdot R_{\mathrm{C}}} \tag{1.104}$$

das Maximum (Abb. 1.70):

$$P_{\mathrm{Tr}} \leq \frac{U_{\mathrm{V}}^2}{4 \cdot R_{\mathrm{C}}} \tag{1.105}$$

Das ist gleichzeitig der Richtwert für die maximale Verlustleistung, die der Transistor vertragen sollte.

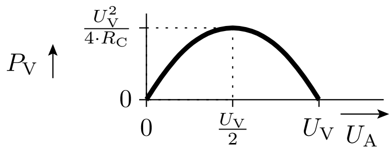
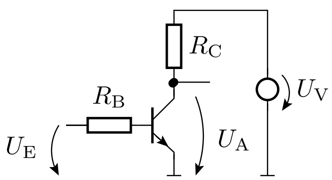


Abb. 1.70. Verlustleistung des Transistors in einem Verstärker

Beispiel 1.1: *Gegeben sei die Schaltung in Abb. 1.71. Welchen Einstellbereich muss der Widerstand R_{B} besitzen, damit sich die gewünschte Spannungsverstärkung v_{u} einstellen lässt? In welchem Bereich darf die Eingangsspannung U_{E} liegen? Wie groß muss die zulässige Verlustleistung des Transistors sein?*



$\beta = 100 \ldots 250$
$U_{\mathrm{BEF}} \approx 0{,}7\,\mathrm{V}$
$U_{\mathrm{CEX}} \approx 0{,}2\,\mathrm{V}$
$R_{\mathrm{C}} = 1\,\mathrm{k\Omega}$
$U_{\mathrm{V}} = 5\,\mathrm{V}$
$v_{\mathrm{u}} = -10$ (Sollwert)

Abb. 1.71. Schaltung zu Beispiel 1.1

Der notwendige Einstellbereich für R_{B} ergibt sich aus Gleichung 1.101 und beträgt

$$R_{\mathrm{B}} = -\frac{\beta \cdot R_{\mathrm{C}}}{v_{\mathrm{u}}} = \frac{(100\ldots 250)\cdot 1\,\mathrm{k\Omega}}{10}$$
$$R_{\mathrm{B}} = 10\,\mathrm{k\Omega}\ \ldots\ 25\,\mathrm{k\Omega}$$

Der zulässige Eingangsspannungsbereich ergibt sich über Gleichung 1.99 und beträgt

$$0{,}7\,\mathrm{V} \le U_{\mathrm{E}} \le \frac{5\,\mathrm{V} - 0{,}2\,\mathrm{V}}{10} + 0{,}7\,\mathrm{V} = 1{,}18\,\mathrm{V}$$

Die maximal im Transistor auftretende Verlustleistung beträgt nach Gleichung 1.105

$$P_{\mathrm{Tr}} \ge \frac{(5\,\mathrm{V})^2}{4 \cdot 1\,\mathrm{k\Omega}} = 6{,}25\,\mathrm{mW}$$

Sie ist so gering, dass sie keine besonderen Anforderungen an den Transistor und seine Kühlung stellt.

1.5.2 Verbesserter Spannungsverstärker

Die folgende Verstärkerschaltung kommt ohne einen Einstellwiderstand aus, um die großen Streuungen der Stromverstärkung des Transistors auszugleichen. Dazu wird der Widerstand zur Umwandlung der Eingangsspannung in einen Eingangsstrom in den Emitterzweig verschoben (Abb. 1.72).

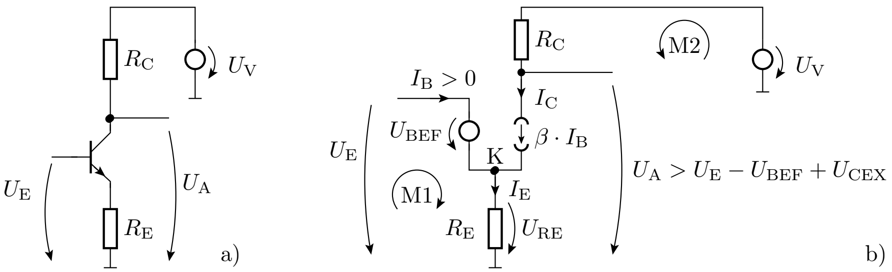


Abb. 1.72. Verbesserter Spannungsverstärker a) Schaltung b) Ersatzschaltung

Der Emitterstrom I_{E} ist nach der Knotengleichung für K die Summe aus dem Basis- und dem Kollektorstrom:

$$I_{\mathrm{E}} = I_{\mathrm{B}} + I_{\mathrm{C}} = (1+\beta)\cdot I_{\mathrm{B}} \tag{1.106}$$

Aus der Maschengleichung für M1 folgt für die Eingangsspannung

$$U_{\mathrm{E}} = U_{\mathrm{BEF}} + U_{\mathrm{RE}} = U_{\mathrm{BEF}} + R_{\mathrm{E}}\cdot(1+\beta)\cdot I_{\mathrm{B}} \tag{1.107}$$

Umgestellt nach dem Basisstrom

$$I_{\mathrm{B}} = \frac{(U_{\mathrm{E}} - U_{\mathrm{BEF}})}{R_{\mathrm{E}} \cdot (1+\beta)} \tag{1.108}$$

und multipliziert mit der Stromverstärkung ergibt sich ein Kollektorstrom von

$$I_{\mathrm{C}} = \beta \cdot I_{\mathrm{B}} = \frac{\beta \cdot (U_{\mathrm{E}} - U_{\mathrm{BEF}})}{R_{\mathrm{E}} \cdot (1+\beta)} \tag{1.109}$$

Im nächsten Schritt wird die Maschengleichung für M2 aufgestellt, nach U_{A} umgestellt und der Spannungsabfall über R_{C} durch das Produkt aus R_{C} und I_{C} ersetzt. Ergebnis ist eine Übertragungsfunktion, die nur noch unerheblich von der Stromverstärkung des Transistors abhängt:

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{V}} - R_{\mathrm{C}} \cdot I_{\mathrm{C}} = U_{\mathrm{V}} - \frac{\beta \cdot R_{\mathrm{C}}}{(1+\beta) \cdot R_{\mathrm{E}}} \cdot (U_{\mathrm{E}} - U_{\mathrm{BEF}}) \tag{1.110}$$

Die Verstärkung beträgt nach Gleichung 1.100

$$v_{\mathrm{u}} = \frac{d\,U_{\mathrm{A}}}{d\,U_{\mathrm{E}}} = -\frac{\beta \cdot R_{\mathrm{C}}}{(1+\beta) \cdot R_{\mathrm{E}}} \tag{1.111}$$

Sie wird fast ausschließlich vom Verhältnis der Widerstandswerte R_{C} und R_{E} bestimmt. Die Streuung der Stromverstärkung hat kaum noch einen Einfluss. Eine Änderung der Stromverstärkung im Bereich von $100 \leq \beta \leq 250$ ändert die Spannungsverstärkung um weniger als 1%. Die Schaltung benötigt im Gegensatz zu der Schaltung in Abb. 1.68 keinen Widerstandsabgleich zur Kompensation der Bauteilstreuungen.

1.5.3 Differenzverstärker

Der zweite Transistorparameter im Modell, die Flussspannung des Basis-Emitter-Übergangs U_{BEF}, unterliegt auch erheblichen fertigungsbedingten und arbeitspunktbedingten Streuungen (Größenordnung ±20%). Auch dieser Parameter darf keinen wesentlichen Einfluss auf das Verhalten des Gesamtsystems haben. Die Lösung, ihn aus der Übertragungsfunktion zu eliminieren, ist der Differenzverstärker und seine Weiterentwicklung, der Operationsverstärker.

Ein einfacher Differenzverstärker besteht aus zwei identischen Transistorverstärkern und einer Stromquelle. Die Widerstände R_{E} und R_{C} sind für beide Einzelverstärker gleich (Abb. 1.73 a). Die Transistoren sind idealerweise komplett identisch.[12]

[12] Es ist tatsächlich möglich, Transistoren herzustellen, deren Parameter nahezu gleich sind. Dazu müssen sie gleich aufgebaut und gemeinsam auf demselben Halbleiterchip gefertigt werden.

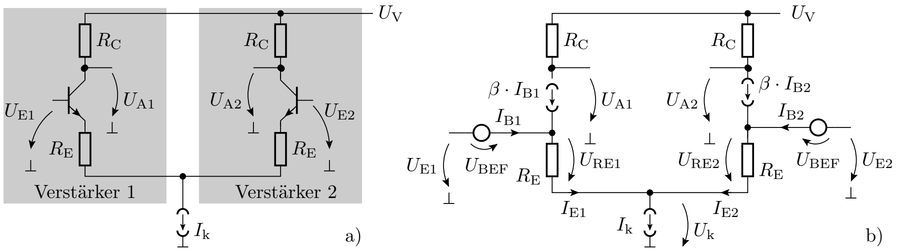


Abb. 1.73. Differenzverstärker a) Schaltung b) Ersatzschaltung

Zur Berechnung der Übertragungsfunktion wird zuerst die lineare Ersatzschaltung aufgestellt. Dann werden die Zählpfeile der interessierenden Ströme und Spannungen eingezeichnet (Abb. 1.73 b). Für die Emitterströme der beiden Einzelverstärker gilt:

$$I_{E.i} = \frac{U_{E.i} - U_{BEF} - U_k}{R_E} \text{ mit } i \in \{1,\, 2\} \tag{1.112}$$

Die Spannung über der Stromquelle stellt sich genauso ein, dass am Knoten K der Knotensatz gilt:

$$I_k = I_{E.1} + I_{E.2} \tag{1.113}$$

$$I_k = \frac{U_{E.1} + U_{E.2} - 2 \cdot (U_{BEF} + U_k)}{R_E} \tag{1.114}$$

$$U_k = \frac{U_{E.1} + U_{E.2} - R_E \cdot I_k}{2} - U_{BEF} \tag{1.115}$$

Eingesetzt in Gleichung 1.112 ergibt sich für die Emitterströme:

$$I_{E.1} = \frac{U_{E.1} - U_{E.2}}{2 \cdot R_E} + \frac{I_k}{2} \tag{1.116}$$

$$I_{E.2} = \frac{U_{E.2} - U_{E.1}}{2 \cdot R_E} + \frac{I_k}{2} \tag{1.117}$$

Mit

$$I_{C.i} = \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot I_{E.i} \tag{1.118}$$

und

$$U_{A.i} = U_V - R_C \cdot I_{C.i} \tag{1.119}$$

betragen die beiden Ausgangsspannungen

$$U_{A.1} = U_V - \frac{\beta \cdot R_C}{2 \cdot (\beta + 1) \cdot R_E} \cdot (U_{E.1} - U_{E.2}) - \frac{\beta \cdot R_C \cdot I_k}{2 \cdot (\beta + 1)} \tag{1.120}$$

$$U_{A.2} = U_V - \frac{\beta \cdot R_C}{2 \cdot (\beta + 1) \cdot R_E} \cdot (U_{E.2} - U_{E.1}) - \frac{\beta \cdot R_C \cdot I_k}{2 \cdot (\beta + 1)} \tag{1.121}$$

Die Differenz der beiden Ausgangsspannungen wird wie bei dem verbesserten Verstärker fast ausschließlich vom Verhältnis zwischen dem Kollektorwiderstand und dem Emitterwiderstand bestimmt:

$$\Delta U_\mathrm{A} = U_\mathrm{A.2} - U_\mathrm{A.1} = \frac{\beta \cdot R_\mathrm{C}}{(\beta + 1) \cdot R_\mathrm{E}} \cdot (U_\mathrm{E.1} - U_\mathrm{E.2}) \tag{1.122}$$

Die Flussspannungen der Basis-Emitter-Übergänge sind aus der Übertragungsfunktion herausgefallen. Das gestellte Ziel, ein Verstärker, dessen Eigenschaften nur unerheblich von den stark streuenden Transistorparametern abhängen, ist erreicht.

1.5.4 Stromquelle, Stromspiegel

Der Differenzverstärker benötigt eine Stromquelle. Eine Stromquelle ist im einfachsten Fall ein Transistor mit Basiswiderstand (Abb. 1.74).

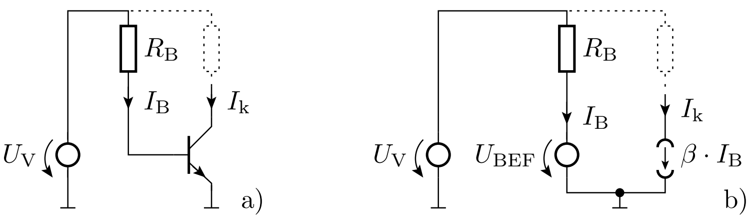


Abb. 1.74. Transistor als Stromquelle a) Schaltung b) Ersatzschaltung

Der Strom I_k beträgt:

$$I_\mathrm{k} = \frac{\beta}{R_\mathrm{B}} \cdot (U_\mathrm{V} - U_\mathrm{BEF}) \tag{1.123}$$

Der Nachteil ist, dass wie bei dem einfachen Spannungsverstärker der erzeugte Strom von den beiden streuungsbehafteten Transistorparametern β und U_BEF abhängt. Abhilfe schaffen wieder die Grundprinzipien, die bereits beim Differenzverstärker angewendet wurden:

- Symmetrie und
- Kompensation.

Die Schaltung wird symmetrisch um einen zweiten identischen Transistor erweitert, so dass sich die beiden Basis-Emitter-Flussspannungen gegenseitig kompensieren (Abb. 1.75 a). Der linke Transistor wandelt den Eingangsstrom I_ref in das zugehörige Basispotenzial und der rechte Transistor wandelt das Basispotenzial wieder zurück in einen Strom um. Die Schaltung heißt Stromspiegel.

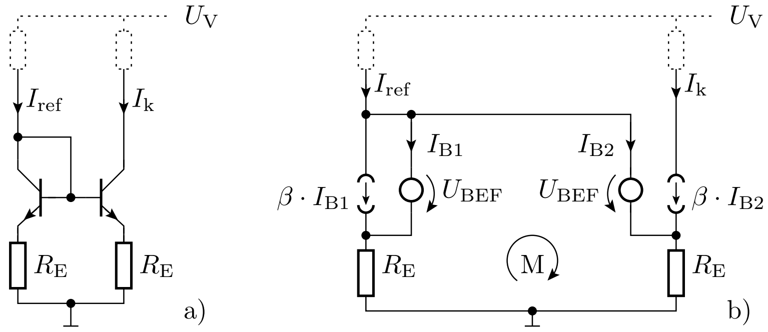


Abb. 1.75. Stromspiegel a) Schaltung b) Ersatzschaltung

Aus der Masche M in der Ersatzschaltung folgt, dass über den beiden Widerständen mit dem Wert R_E dieselbe Spannung abfällt. Für den Spannungsabfall über dem linken Widerstand gilt

$$U_{RE} = R_E \cdot (I_{ref} - I_{B2}) \tag{1.124}$$

Für den Spannungsabfall über dem rechten Widerstand gilt

$$U_{RE} = R_E \cdot (I_k + I_{B2}) \tag{1.125}$$

Mit $I_{B1} \approx I_{B2} \approx I_B \approx I_k/\beta$ ergibt sich

$$I_{ref} = I_k \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \tag{1.126}$$

Der Strom I_k unterscheidet sich nur unerheblich vom Eingabestrom I_{ref}. Die beiden toleranzbehafteten Transistorparameter β und U_{BEF} fallen aus der Rechnung heraus.

1.5.5 Transistorinverter

Ein Inverter besitzt die logische Funktion

$$y = \bar{x} \tag{1.127}$$

(x – logischer Eingabewert; y – logischer Ausgabewert). Er bildet eine kleine Eingangsspannung auf eine große Ausgangsspannung ab und umgekehrt. Die einfachste Schaltung mit dieser Funktion ist der einfache Spannungsverstärker in Abb. 1.76. Das Problem mit den Parameterstreuungen der Bauteile wird jedoch anders gelöst. Der Transistor arbeitet nur während der Schaltvorgänge im Normalbereich. Im stationären Zustand befindet er sich immer entweder

- im Sperrbereich oder

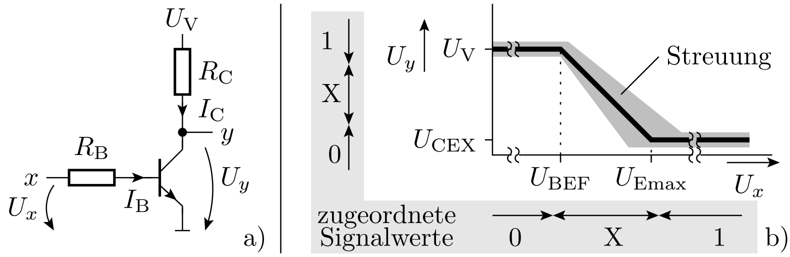


Abb. 1.76. Transistorinverter a) Schaltung b) Übertragungsfunktion (X – Signalwert unbestimmt)

- im Übersteuerungsbereich.

Im Sperrbereich sind beide pn-Übergänge des Transistors gesperrt. Die Eingangsspannung muss hierfür kleiner als die minimale Basis-Emitter-Flussspannung sein:

$$U_{x=0} < U_{\mathrm{BEFmin}} \tag{1.128}$$

Es fließt kein Basisstrom und damit auch kein Kollektorstrom. Die Ausgangsspannung ist gleich der Versorgungsspannung (Abb. 1.77).

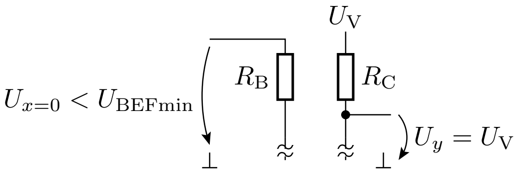


Abb. 1.77. Ersatzschaltung des Transistorinverters mit dem Transistor im Sperrbereich

Für eine große Eingangsspannung U_x übersteuert der Transistor. Die Emitter-Kollektor-Spannung, die Gleichung 1.96 gehorcht,

$$U_{\mathrm{CE}} = U_y = U_{\mathrm{V}} - R_{\mathrm{C}} \cdot I_{\mathrm{C}}$$

sinkt bis in den Bereich der Kollektor-Emitter-Restspannung $U_{\mathrm{CEX}} \approx 0{,}2\,\mathrm{V}$ ab. Danach nimmt die Kollektor-Emitter-Spannung mit steigendem Basisstrom nur noch geringfügig weiter ab. Die Ersatzschaltung eines übersteuerten Transistors ist je eine Konstantspannungsquelle für die Basis-Emitter-Strecke und für die Kollektor-Emitter-Strecke (Abb. 1.78).

Die minimale Eingangsspannung U_{E1min}, ab der der Transistor übersteuert, ist die Eingangsspannung, bei der die Ausgangsspannung nach Gleichung 1.96 auch im ungünstigsten Fall nicht größer als U_{CEX} ist:

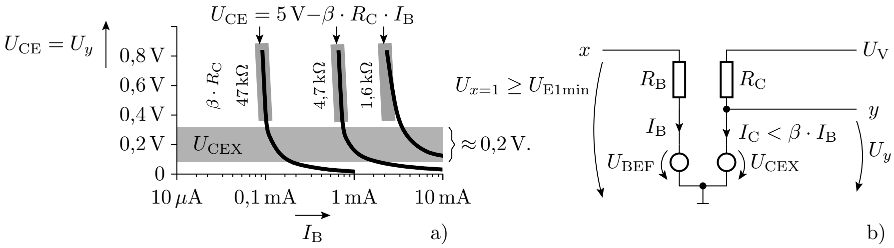


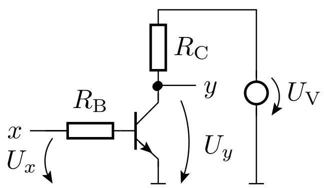
Abb. 1.78. Übersteuerungsbereich a) Zusammenhang zwischen dem Basisstrom und der Kollektor-Emitter-Spannung beim Übergang in den Übersteuerungsbereich aus [3] b) Ersatzschaltung des Inverters mit übersteuertem Transistor

$$U_V - \frac{\beta_{min} \cdot R_C}{R_B} \cdot (U_{E1min} - U_{BEF}) < U_{CEX} \qquad (1.129)$$

(β_{min} – Mindestverstärkung). Der Basiswiderstand darf nicht größer sein als

$$R_B \leq \beta_{min} \cdot R_C \cdot \frac{U_{E1min} - U_{BEFmax}}{U_V - U_{CEX}} \qquad (1.130)$$

Beispiel 1.2: *Gegeben sei der Transistorinverter in Abb. 1.79. Bis zu welcher Spannung wird die Eingabe garantiert als »0« interpretiert? Welche Spannung wird als »0« und welche Spannung wird als »1« ausgegeben? Wie groß darf der Widerstand R_B maximal sein?*



$\beta = 100 \ldots 250$
$U_{BEF} = 0{,}6 \ldots 0{,}8\,V$
$U_{CEX} \approx 0{,}2\,V$
$R_C = 1\,k\Omega$
$U_V = 5\,V$
$U_{E1min} = 1{,}4\,V$

Abb. 1.79. Schaltung zu Beispiel 1.2

Die Eingabe wird garantiert als »0« interpretiert, solange der Transistor sperrt, d.h. für $U_E < U_{BEFmin} = 0{,}6\,V$. Der Ausgabewert für »0« ist $U_{CEX} \approx 0{,}2\,V$ und für »1« $U_V = 5\,V$. Nach Gleichung 1.130 darf der Basiswiderstand maximal

$$R_B \leq \frac{100 \cdot 1\,k\Omega \cdot (1{,}4\,V - 0{,}8\,V)}{4{,}8\,V} \approx 12\,k\Omega$$

betragen.

1.5.6 Dioden-Transistor-Gatter

Ein Dioden-Transistor-Gatter – kurz DT-Gatter – ist eine Kombination aus einem Diodengatter, wie es in Abschnitt 1.4.4 behandelt wurde, und einem Transistorinverter. Abbildung 1.80 zeigt die Grundschaltung, den DT-Inverter.

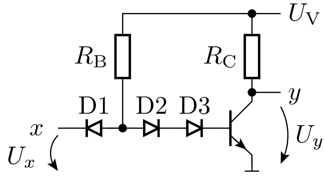


Abb. 1.80. DT-Inverter

Zur Ausgabe einer »0« arbeiten die nichtlinearen Bauteile des DT-Inverters in folgenden Bereichen (Abb. 1.81):

- der Transistor im Übersteuerungsbereich,
- die Dioden D2 und D3 im Durchlassbereich und
- die Diode D1 im Sperrbereich.

Damit der Transistor im Übersteuerungsbereich arbeitet, muss gelten

$$I_B > \frac{I_{RC} + I_L}{\beta_{min}} \tag{1.131}$$

(I_L – Laststrom). Die Ausgangsspannung ist

$$U_{y=0} = U_{CEX} \tag{1.132}$$

Aus der eingezeichneten Masche folgt für die Eingangsspannung

$$U_{x=1} > U_F + U_{BEF} \tag{1.133}$$

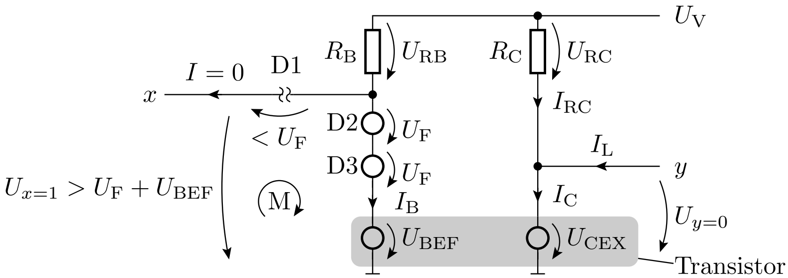


Abb. 1.81. Ersatzschaltung des DT-Inverters für den logischen Ausgabewert »0«

Zur Ausgabe einer »1« soll der Transistor sperren. Dazu müssen die Dioden D2 und D3 im Sperrbereich und die Diode D1 im Durchlassbereich arbeiten. Aus der eingezeichneten Masche in der Ersatzschaltung Abb. 1.82 folgt für die maximale Eingangsspannung, die als »0« interpretiert wird,

$$U_{x=0} < U_{\mathrm{F}} + U_{\mathrm{BEF}} \tag{1.134}$$

Die Ausgangsspannung ist gleich der Versorgungsspannung U_{V}.

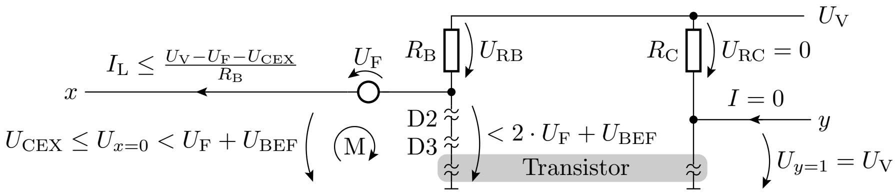


Abb. 1.82. Ersatzschaltung des DT-Inverters für den Ausgabewert »1«

Das Gatter funktioniert fast wie ein invertierender Schwellwertschalter, der entweder »0« oder »1« ausgibt:

$$U_y = \begin{cases} U_{\mathrm{V}} \text{ für } U_x < U_{\mathrm{F}} + U_{\mathrm{BEF}} \\ U_{\mathrm{CEX}} \text{ für } U_x > U_{\mathrm{F}} + U_{\mathrm{BEF}} \end{cases} \tag{1.135}$$

Aufgrund der Modellungenauigkeiten und Bauteilstreuungen gibt es auch hier im Umschaltbereich einen verbotenen Bereich der Eingangsspannung, in dem die Ausgabe unbestimmt ist (Abb. 1.83).

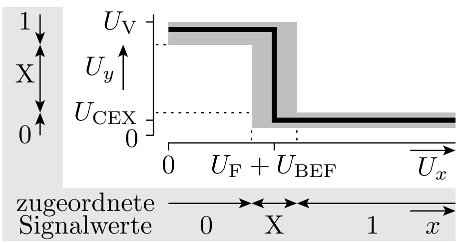


Abb. 1.83. Übertragungsfunktion des DT-Inverters aus Abb. 1.80

Zur Bestimmung der Widerstandswerte von R_{B} und R_{C} des DT-Inverters ist zu berücksichtigen, dass an seinem Ausgang weitere Logikgatter angeschlossen sind. Die Anzahl der angeschlossenen Gattereingänge wird als Lastanzahl N_{L} bezeichnet. Innerhalb einer Logikfamilie sind diese Gatter genau wie das treibende Gatter aufgebaut. Die nachfolgenden Gatter benötigen nur bei dem Ausgabewert »0« einen Strom. Die Lastströme fließen in Richtung der Signalquelle und müssen gemeinsam mit I_{RC} vom Transistor als Kollektorstrom bereitgestellt werden:

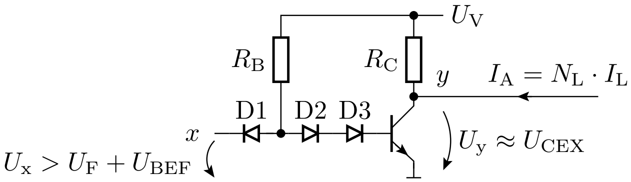
$$I_{\mathrm{C}} = I_{\mathrm{RC}} + N_{\mathrm{L}} \cdot I_{\mathrm{L}} = \frac{U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{CEX}}}{R_{\mathrm{C}}} + N_{\mathrm{L}} \cdot \frac{U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{F}} - U_{\mathrm{CEX}}}{R_{\mathrm{B}}} \tag{1.136}$$

Der Basisstrom, der durch den Spannungsabfall über dem Basiswiderstand festgelegt ist, muss nach Gleichung 1.131 mindestens

$$I_{\mathrm{B}} = \frac{U_{\mathrm{V}} - 2 \cdot U_{\mathrm{F}} - U_{\mathrm{BEF}}}{R_{\mathrm{B}}} > \frac{\frac{U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{CEX}}}{R_{\mathrm{C}}} + N_{\mathrm{L}} \cdot \frac{U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{F}} - U_{\mathrm{CEX}}}{R_{\mathrm{B}}}}{\beta_{\min}} \tag{1.137}$$

betragen.

Beispiel 1.3: *Wie viele gleichartige Inverter (Lasten) dürfen an den Ausgang des DT-Inverters in Abb. 1.84 maximal angeschlossen werden?*



$\beta = 50 \cdot 100$
$U_{\mathrm{BEF}} \approx 0{,}7\,\mathrm{V}$
$U_{\mathrm{F}} \approx 0{,}7\,\mathrm{V}$
$U_{\mathrm{CEX}} \approx 0{,}2\,\mathrm{V}$
$R_{\mathrm{B}} = R_{\mathrm{C}} = 10\,\mathrm{k\Omega}$

Abb. 1.84. Schaltung zu Beispiel 1.3

Die zulässige Anzahl der Lasten ergibt sich über Gleichung 1.137. Aufgelöst nach der Anzahl der Lasten lautet diese

$$N_{\mathrm{L}} < \frac{\beta_{\min} \cdot \frac{U_{\mathrm{V}} - 2 \cdot U_{\mathrm{F}} - U_{\mathrm{BEF}}}{R_{\mathrm{B}}} - \frac{U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{CEX}}}{R_{\mathrm{C}}}}{\frac{U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{F}} - U_{\mathrm{CEX}}}{R_{\mathrm{B}}}}$$

Da R_{B} und R_{C} gleich sind, kürzen sich alle Widerstandswerte in den Doppelbrüchen heraus. Übrig bleibt

$$N_{\mathrm{L}} < \frac{50 \cdot (5\,\mathrm{V} - 2 \cdot 0{,}7\,\mathrm{V} - 0{,}7\,\mathrm{V}) - (5\,\mathrm{V} - 0{,}2\,\mathrm{V})}{(5\,\mathrm{V} - 0{,}7\,\mathrm{V} - 0{,}2\,\mathrm{V})} \approx 34$$

Es dürfen bis zu 34 gleichartige Inverter an den Ausgang angeschlossen werden.

Durch Erweiterung des Diodennetzwerks am Gattereingang kann der Inverter auch zu einem NAND-Gatter oder einem UND-ODER-Gatter mit Ausgabeinvertierung erweitert werden. Abbildung 1.85 zeigt die Kombination eines UND-ODER-Diodengatters mit einem Inverter. Die Basis-Emitter-Strecke des Transistors ersetzt dabei die Diode D7 des Diodengatters in Abb. 1.60. Die logische Funktion des Gatters lautet

$$y = \overline{(x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4)} \tag{1.138}$$

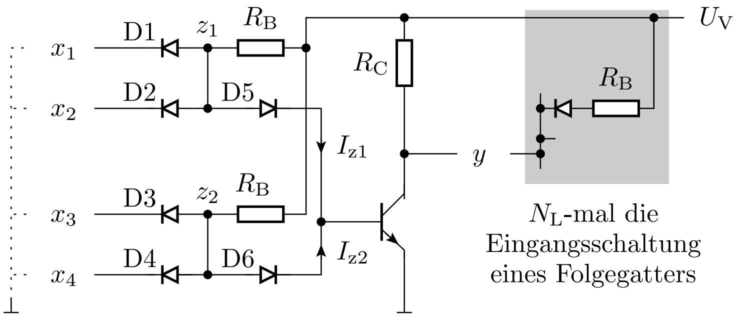


Abb. 1.85. DT-Gatter

Zur Ausgabe einer »1« muss x_1 oder x_2 und x_3 oder x_4 »0« sein. Abbildung 1.86 a zeigt die Ersatzschaltung für einen dieser Fälle. Die über die Widerstände mit dem Wert R_B an den Knoten z_1 und z_2 ankommenden Ströme fließen zu einem Eingang weiter und müssen von dem dort angeschlossenen Gatterausgang als Laststrom aufgenommen werden. Der Laststrom je Eingang, der auf »0« gezogen wird, beträgt

$$I_L = \frac{U_V - U_F - U_{x=0}}{R_B} \tag{1.139}$$

($U_{x=0}$ – Spannung für den Eingabewert »0«). Die Potenziale der Knoten z_1 und z_2 werden dabei soweit abgesenkt, dass die Dioden D5 und D6 sowie der Transistor sperren. Der Ausgangsstrom ist, da die Eingangsdioden der nachfolgenden Gatter beim Eingabewert »1« sperren, $I_y = 0$. Die Ausgangsspannung ist gleich der Versorgungsspannung. Zur Ausgabe einer »0« muss x_1 und x_2 oder x_3 und x_4 »1« sein. Abbildung 1.86 b zeigt die Ersatzschaltung

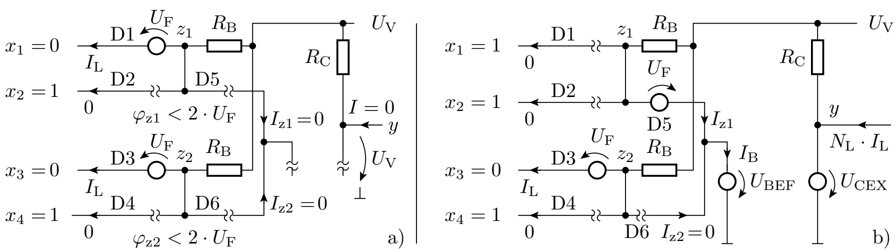


Abb. 1.86. Ersatzschaltungen für das DT-Gatter aus Abb. 1.85 für a) einen Betriebsfall mit $y = 1$ b) einen Fall mit $y = 0$

für $x_1 = x_2 = 1$. Am Knoten z_1 fließt der Strom von R_B weiter durch D5 als Basisstrom

$$I_B = I_{z1} = \frac{U_V - U_F - U_{BEF}}{R_B} \tag{1.140}$$

zum Transistor. Der Transistor arbeitet im Übersteuerungsbereich und senkt die Spannung am Gatterausgang auf die Kollektor-Emitter-Restspannung U_{CEX} ab. Dazu muss er den Strom aus seinem Kollektorwiderstand R_C und die Eingangsströme der nachfolgenden Gatter aufnehmen.

1.5.7 Spannungsstabilisierung mit einem Längsregler

Elektronische Schaltungen benötigen eine oder mehrere konstante Versorgungsspannungen, die aus Hilfsspannungen gewonnen werden. In Abschnitt 1.4.3 wurde bereits eine Schaltung für diese Aufgabe behandelt, die hier genauer untersucht werden soll, bevor eine bessere Lösung vorgestellt wird.

Die einfache Spannungsstabilisierung mit einer Z-Diode aus Abschnitt 1.4.3 hat zwei Arbeitsbereiche (Abb. 1.87):

- einen Arbeitsbereich zur Spannungsstabilisierung und
- einen Arbeitsbereich zur Strombegrenzung.

In der Ersatzschaltung zur Spannungsstabilisierung arbeitet die Z-Diode im Durchbruchbereich und wird durch eine Reihenschaltung von einer Spannungsquelle mit der Durchbruchspannung und einem Widerstand R_D ersetzt.[13] Die Ersatzschaltung bildet einen linearen Zweipol, der in einen funktionsgleichen Zweipol aus einer Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung und einem Ersatzwiderstand gleich dem Innenwiderstand umgerechnet wird. Die Leerlaufspannung der Ersatzschaltung beträgt

$$U_0 = |U_S| + \frac{R_D}{R_D + R} \cdot (U_E - |U_S|) \tag{1.141}$$

($|U_S|$ – Betrag der Durchbruchsspannung der Z-Diode). Der Innenwiderstand hat die Größe

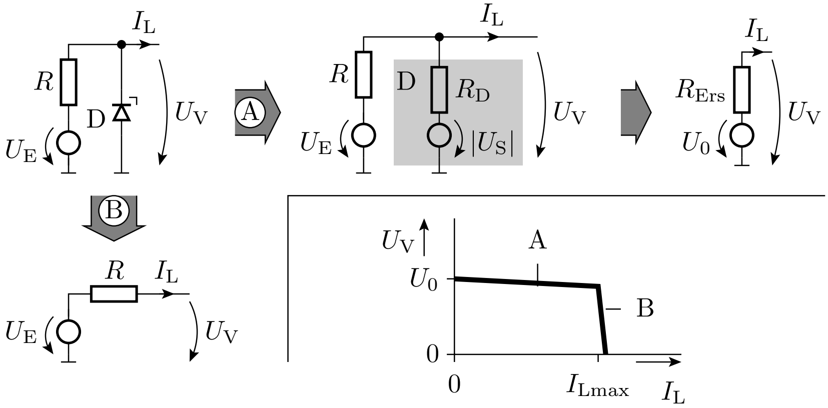
$$R_{Ers} = R \parallel R_D \approx R_D \tag{1.142}$$

Die idealerweise konstante Spannung $U_V = U_0$ wird von einem zur Eingangsspannung U_E proportionalen und einem zum Laststrom I_L proportionalen Anteil überlagert:

$$U_V = U_0 + \frac{R_D}{R_D + R} \cdot \mathit{\Delta} U_E - R_{Ers} \cdot I_L \tag{1.143}$$

($\mathit{\Delta} U_E$ – Abweichung der Eingangsspannung vom Nennwert).

[13] R_D ist der Anstieg der Durchbruchspannung mit dem Durchbruchstrom und beträgt nur wenige Milliohm bis Ohm. Er kann in dieser Anwendung ausnahmsweise nicht vernachlässigt werden.



A: Ersatzschaltung für den Arbeitsbereich zur Spannungsstabilisierung
B: Ersatzschaltung für den Arbeitsbereich zur Strombegrenzung

Abb. 1.87. Spannungsstabilisierung mit einer Z-Diode

Ab einem Laststrom

$$I_{\mathrm{Lmax}} = \frac{U_{\mathrm{E}} - U_{\mathrm{V}}}{R} \tag{1.144}$$

wechselt die Schaltung in den Arbeitsbereich zur Strombegrenzung. Der Innenwiderstand vergrößert sich von $\approx R_{\mathrm{D}}$ auf den um mehrere Zehnerpotenzen größeren Wert R. Die Ausgangsspannung fällt wie bei einer realen Stromquelle mit zunehmendem Ausgangsstrom steil ab.

Das Hauptproblem der betrachteten Spannungsstabilisierungsschaltung ist die hohe Verlustleistung, die eine geeignete Wärmeabführung verlangt (große Kühlkörper, Lüfter etc.). Der Leistungsumsatz in der Z-Diode ist am größten, wenn kein Laststrom fließt. Er beträgt dann

$$P_{\mathrm{ZDmax}} = I_{\mathrm{Lmax}} \cdot U_{\mathrm{A}} \tag{1.145}$$

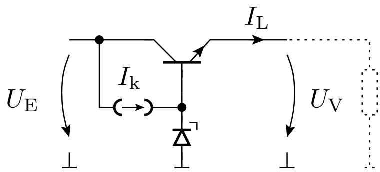
und ist damit so groß wie der maximale Leistungsumsatz in der versorgten Schaltung. Der Leistungsumsatz im Widerstand R ist am größten, wenn der Ausgang kurzgeschlossen ist. Er beträgt dann

$$P_{\mathrm{Rmax}} = \frac{U_{\mathrm{E}}}{R} \tag{1.146}$$

Der Widerstand muss eine noch deutlich größere zulässige Verlustleistung als die Z-Diode haben.

Eine bessere Schaltung zur Bereitstellung einer konstanten Versorgungsspannung mit einer deutlich geringeren Verlustleistung ist ein Längsregler. Der einfachste Längsregler ist ein Bipolartransistor, dessen Basispotenzial konstant gehalten wird. Die Spannungsquelle kann z.B. wie in Abb. 1.56 eine

Z-Diode sein, die von einem Strom in Sperrrichtung durchflossen wird. In Abb. 1.88 liefert eine Konstantstromquelle den Sperrstrom für die Z-Diode. Der Strom für die Z-Diode kann aber auch mit einem Widerstand aus der Eingangsspannung gewonnen werden.



U_E unstabilisierte Hilfsspannung z.B. aus einer Batterie
U_V stabilisierte Versorgungsspannung
I_L Laststrom

Abb. 1.88. Längsregler zur Bereitstellung einer konstanten Versorgungsspannung

Die Schaltung besitzt gleichfalls einen Arbeitsbereich zur Spannungsstabilisierung und einen Arbeitsbereich zur Strombegrenzung. Der Transistor arbeitet in beiden Bereichen im Normalbereich. Der Basis-Emitter-Übergang ist durchlässig und bildet eine Spannungsquelle mit der Flussspannung U_{BEF} als Quellenspannung. Der gesperrte Basis-Kollektor-Übergang verhält sich wie eine vom Basisstrom gesteuerte Stromquelle der Stärke

$$I_C = \beta \cdot I_B \tag{1.147}$$

Der zusätzlich eingezeichnete Widerstand R_B beschreibt den Anstieg der Basis-Emitter-Spannung mit dem Basisstrom. Er beträgt nur wenige Ohm und soll bei dieser Anwendung ausnahmsweise einmal nicht vernachlässigt werden. Die Betriebsart der Z-Diode hängt von der Größe des Basisstroms ab. Im Arbeitsbereich zur Spannungsstabilisierung ist der Basisstrom kleiner als der Konstantstrom:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} < I_k \tag{1.148}$$

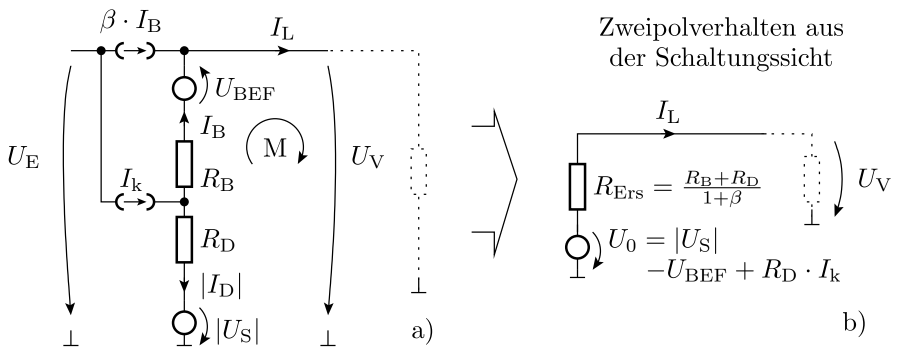


Abb. 1.89. Ersatzschaltungen für den Arbeitsbereich zur Spannungsstabilisierung

Die Stromdifferenz fließt durch die Z-Diode, die im Durchbruchbereich arbeitet und in der Ersatzschaltung wieder durch eine Reihenschaltung aus einer Spannungsquelle und einem Widerstand R_D nachgebildet wird (Abb. 1.89 a). Für die eingezeichnete Masche gilt

$$\begin{aligned} U_\mathrm{V} &= |U_\mathrm{S}| + R_\mathrm{D} \cdot (I_\mathrm{k} - I_\mathrm{B}) - U_\mathrm{BEF} - R_\mathrm{B} \cdot I_\mathrm{B} \\ &= \underbrace{|U_\mathrm{S}| + R_\mathrm{D} \cdot I_\mathrm{k} - U_\mathrm{BEF}}_{U_0} - \underbrace{\frac{R_\mathrm{B} + R_\mathrm{D}}{1+\beta}}_{R_\mathrm{Ers}} \cdot I_\mathrm{L} \end{aligned} \tag{1.149}$$

Der gesamte Längsregler verhält sich gegenüber der vorsorgten Schaltung – genau wie die einfache Stabilisierungsschaltung auch – wie ein Zweipol aus einer Konstantspannungsquelle mit einem Ersatzwiderstand (Abb. 1.89 b). Nur ist der Ersatzwiderstand, da die Verstärkung des Transistors im Nenner des Terms für seine Berechnung steht, viel kleiner als bei der einfachen Stabilisierungsschaltung. Schwankungen der Hilfsspannung haben (in diesem Modell) keinen Einfluss auf die Versorgungsspannung.

Für hohe Kollektorströme geht die Schaltung in den Arbeitsbereich zur Strombegrenzung über. Der gesamte Strom I_k fließt in die Basis. Die Z-Diode sperrt. Der Längsregler verhält sich insgesamt wie eine Konstantstromquelle (Abb. 1.90).

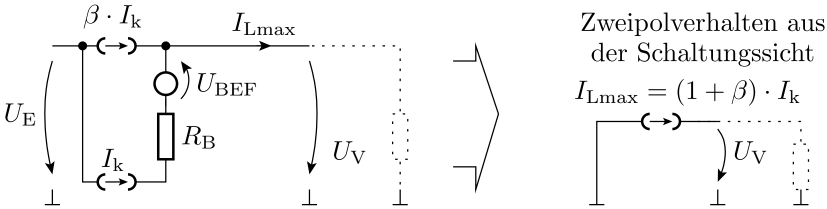


Abb. 1.90. Ersatzschaltungen für den Längsregler im Arbeitsbereich zur Strombegrenzung

Der Hauptvorteil eines Längsreglers ist die vergleichsweise geringe Verlustleistung. Unter Vernachlässigung des Stroms durch die Z-Diode beträgt die Verlustleistung des gesamten Längsreglers

$$P \approx (U_\mathrm{E} - U_\mathrm{V}) \cdot I_\mathrm{L} \tag{1.150}$$

Sie verhält sich etwa proportional zur Leistung, die in der Schaltung umgesetzt wird. Der Spannungsabfall über dem Längsregler $U_\mathrm{E} - U_\mathrm{V}$ braucht nur wenige Volt zu betragen.

Die dargestellte Schaltung hat, wie viele Beispielschaltungen zuvor, den offensichtlichen Nachteil, dass die wesentlichen Parameter der Schaltung

- die Leerlaufspannung U_0,

- der Innenwiderstand R_{Ers} und
- der maximale Laststrom I_{Lmax}

erheblich von den stark streuenden Dioden- und Transistorparametern U_{S}, U_{BEF} und β abhängen. Die Minderung ihres Einflusses verlangt wesentlich komplexere Schaltungen. Diese sind als integrierte Standardschaltkreise verfügbar.

Ein integrierter Längsregler ist ein Schaltkreis mit mindestens drei Anschlüssen, der etwa dieselbe Funktion wie die besprochene Schaltung besitzt, sich jedoch durch wesentlich geringere Parameterstreuungen und andere vorteilhafte Eigenschaften, z.B. eine automatische Abschaltung bei überhöhter Halbleitertemperatur, auszeichnet. Abbildung 1.91 zeigt die Standardschaltung zur Bereitstellung einer 5V-Versorgungsspannung aus [1]. Die beiden zusätzlichen Kondensatoren C_1 und C_2 dienen dazu, dass die Versorgungsspannung auch bei sehr schnellen Änderungen der Hilfsspannung und des Laststroms konstant bleibt (siehe nachfolgendes Kapitel).

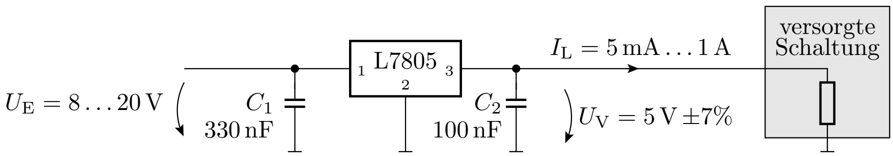


Abb. 1.91. Standardschaltung zur Bereitstellung einer stabilisierten 5V-Versorgungsspannung

1.5.8 Zusammenfassung und Übungsaufgaben

Ein Bipolartransistor ist ein elektronisches Halbleiterbauteil mit den drei Anschlüssen Emitter, Basis und Kollektor. Er besteht aus zwei eng benachbarten pn-Übergängen. Im Normalbereich – Basis-Emitter-Übergang im Durchlassbereich und Basis-Kollektor-Übergang im Sperrbereich – verhält sich der durchlässige Basis-Emitter-Übergang näherungsweise wie eine Konstantspannungsquelle und der gesperrte Kollektor-Basis-Übergang wie eine vom Basisstrom gesteuerte Stromquelle mit einer großen Stromverstärkung. Das ist der Arbeitsbereich, in dem Transistoren in linearen Schaltungen (Verstärkern, Stromquellen etc.) gewöhnlich betrieben werden. Die große Kunst des Entwurfs von Transistorschaltungen besteht darin, den Einfluss der stark streuenden Transistorparameter auf die wesentlichen Zieleigenschaften der Gesamtschaltung zu minimieren.

In digitalen Schaltungen arbeitet ein Transistor meist in zwei anderen Arbeitsbereichen, dem Sperrbereich (es fließt überhaupt kein Strom, Nachbildung durch eine Unterbrechung) und dem Übersteuerungsbereich (Basis-Emitter-Übergang im Durchlassbereich und Basis-Kollektor-Übergang im Grenzbereich zwischen dem Sperr- und dem Durchlassbereich). Weiterführende und ergänzende Literatur siehe [7, 8, 9, 10, 12, 16, 18, 19, 20, 21, 28, 32, 34, 37, 41, 43].

Aufgabe 1.24

Suchen Sie im Internet die Datenblätter der Transistoren BC140 Gr. 6 und BC 160 Gr. 6. Wie groß sind die Parameter β, U_{BEF}, U_{CEX}, U_{CEmax} und P_{max} für diese Transistoren?
Hinweis: Ein Teil der gesuchten Kennwerte lässt sich nur aus den Graphiken in den Datenblättern abschätzen. Der Betrag des Kollektorstroms sei in den geplanten Anwendungsschaltungen maximal $|I_{\mathrm{C}}| \leq 200\,\mathrm{mA}$.

Aufgabe 1.25

Gegeben sind die Transistorschaltungen in Abb. 1.92. Die Transistoren sollen alle im Normalbereich arbeiten.

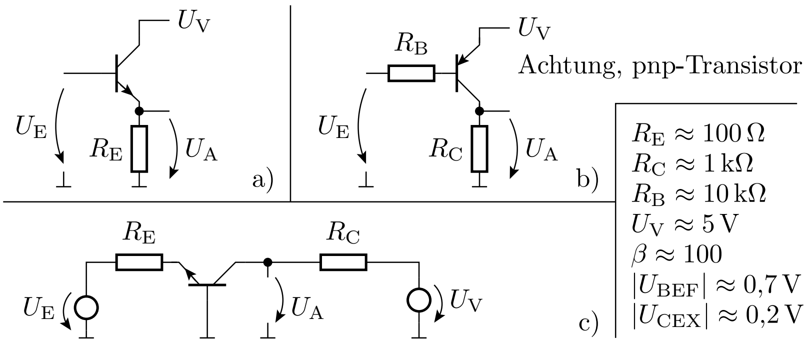


Abb. 1.92. Schaltungen zu Aufgabe 1.25

- Zeichnen Sie für jede der Schaltungen die Ersatzschaltung.
- Bestimmen Sie aus den Ersatzschaltungen die Übertragungsfunktionen $U_{\mathrm{A}} = f\,(U_{\mathrm{E}})$.
- Berechnen Sie jeweils die Eingangsspannungsbereiche, für die die Ersatzschaltungen gelten.

Aufgabe 1.26

Die Transistorschaltung in Abb. 1.93 wird als Darlington-Transistor bezeichnet.

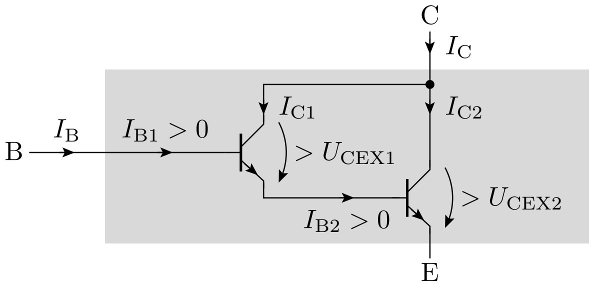


Abb. 1.93. Schaltung zu Aufgabe 1.26

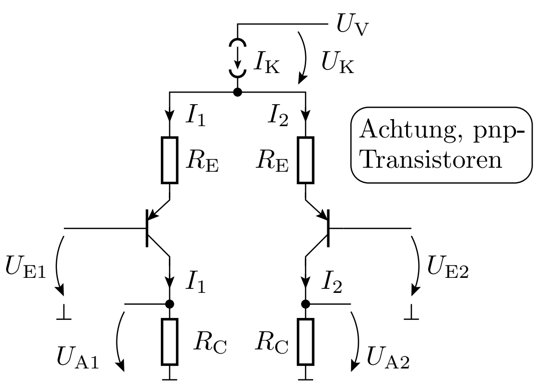
a) Stellen Sie die lineare Ersatzschaltung für den Betriebsfall auf, dass die beiden Transistoren im Normalbereich arbeiten.
b) Vereinfachen Sie die lineare Ersatzschaltung soweit, dass diese wie bei einem Einzeltransistor nur noch aus einer Konstantspannungsquelle und einer stromgesteuerten Stromquelle besteht.

Aufgabe 1.27

Für den aus pnp-Transistoren aufgebauten Differenzverstärker in Abb. 1.94 sollen zur Vereinfachung der Rechnung die Basisströme gegenüber den Kollektorströmen vernachlässigt werden:

$$I_{C.i} = I_{E.i} = I_i$$

a) Stellen Sie die lineare Ersatzschaltung für den Betriebsfall auf, dass sich der Quellenstrom I_K auf beide Transistoren gleichmäßig aufteilt:



Vorgaben:

$U_K \geq U_{Kmin} = 1\,\mathrm{V}$

$0 \leq U_{A1} \leq U_{Amax} = 2\,\mathrm{V}$

$0 \leq U_{A2} \leq U_{Amax} = 2\,\mathrm{V}$

$R_C = 10 \cdot R_E = 1\,\mathrm{k\Omega}$

$I_K = \frac{U_{Amax}}{R_C} = 2\,\mathrm{mA}$

$U_V = 5\,\mathrm{V}$

$U_{BEF} = -0{,}7\,\mathrm{V}$

$U_{CEX} = -0{,}2\,\mathrm{V}$

Abb. 1.94. Schaltung zu Aufgabe 1.27

$$I_1 = I_2 = \frac{I_K}{2}$$

Wie groß sind in diesem Betriebsfall die Ausgangsspannungen U_{A1} und U_{A2}? In welchem Spannungsbereich dürfen in diesem Betriebsfall die Eingangsspannungen U_{E1} und U_{E2} liegen?

b) Stellen Sie die lineare Ersatzschaltung für den Grenzfall auf, dass I_1 gegen Null und I_2 gegen I_K strebt. Wie groß sind in diesem Betriebszustand die Ausgangsspannungen U_{A1} und U_{A2}? In welchem Spannungsbereich dürfen in diesem Betriebszustand die Eingangsspannungen U_{E1} und U_{E2} liegen?

Aufgabe 1.28

Die Schaltung in Abb. 1.95 zeigt einen verbesserten Stromspiegel. Die Transistoren T1 bis T3 seien vollkommen identisch. Stellen Sie die lineare Ersatzschaltung für den Betriebsfall auf, dass alle Transistoren im Normalbereich arbeiten. Welcher Zusammenhang besteht dann zwischen dem Eingangsstrom I_E und dem Ausgangsstrom I_A?

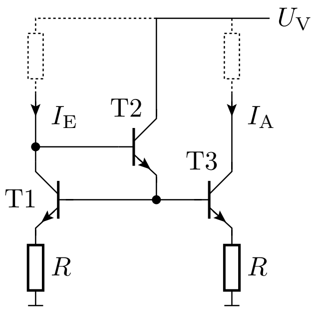
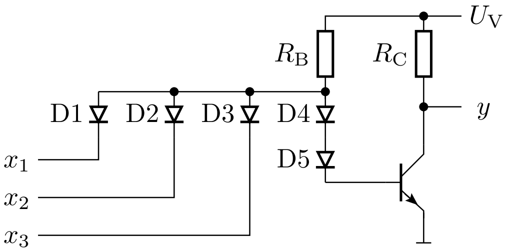


Abb. 1.95. Schaltung zu Aufgabe 1.28

Aufgabe 1.29

Abbildung 1.96 zeigt die Schaltung eines DT-Gatters.

a) Für welche logischen Eingabewerte ist der Transistor gesperrt? Stellen Sie für einen dieser Fälle die Ersatzschaltung auf.
b) Für welche logischen Eingabewerte ist der Transistor übersteuert? Stellen Sie auch für einen dieser Arbeitsbereiche die Ersatzschaltung auf.
c) Welche logische Funktion hat das Gatter? Bis zu welcher Spannung wird die Eingabe als »0« und ab welcher Spannung wird sie als »1« interpretiert? Welche Spannungen werden am Gatterausgang als »0« und »1« ausgegeben?

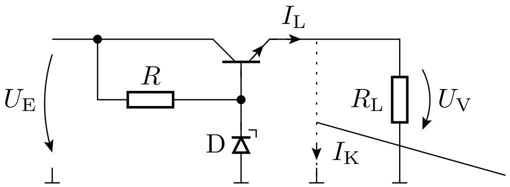


$U_V = 4{,}75 \ldots 5{,}25\,\mathrm{V}$
$R_B = 10\,\mathrm{k\Omega}$
$R_C = 1\,\mathrm{k\Omega}$
$U_F = 0{,}6 \ldots 0{,}8\,\mathrm{V}$
$U_{BEF} = 0{,}6 \ldots 0{,}8\,\mathrm{V}$
$U_{CEX} = 0{,}1 \ldots 0{,}3\,\mathrm{V}$

Abb. 1.96. Schaltung zu Aufgabe 1.29

Aufgabe 1.30

Abbildung 1.97 zeigt einen Längsregler zur Erzeugung einer stabilisierten Versorgungsspannung. Die beiden Ersatzwiderstände R_D und R_B in der zugehörigen Ersatzschaltung in Abb. 1.89 seien so klein, dass sie vernachlässigt werden können.



$U_E = 8 \ldots 10\,\mathrm{V}$
$R_L = 25\,\Omega$
$\beta = 50 \ldots 150$
$U_{BEF} = 0{,}6 \ldots 0{,}8\,\mathrm{V}$
$U_S = -(4{,}8 \ldots 5{,}1)\,\mathrm{V}$
Kurzschluss für Aufgabenteil d

Abb. 1.97. Schaltung zu Aufgabe 1.30

a) Entwickeln Sie die Ersatzschaltung mit dem Transistor im Normalbereich und der Z-Diode im Durchbruchbereich. Wie groß ist die Ausgangsspannung am Lastwiderstand? Wie groß ist der Laststrom I_L?
b) Wie groß darf der Widerstand R maximal sein, ohne dass die Schaltung in Aufgabenteil a) in einen anderen Arbeitsbereich übergeht?
c) Welche Verlustleistung tritt maximal im Transistor auf? Welche Leistung wird maximal in der Z-Diode umgesetzt?
d) Entwickeln Sie die Ersatzschaltung mit dem angedeuteten Kurzschluss am Ausgang. Wie groß ist der maximale Ausgangsstrom und die maximale Verlustleistung im Transistor in diesem Fall?

1.6 Schaltungen mit MOS-Transistoren

Ein MOS-Transistor ist ein Halbleiterbauelement, in dem die Leitfähigkeit eines Kanals von einer elektrischen Spannung gesteuert wird. Die Steuerelektrode, das Gate, befindet sich über der Halbleiteroberfläche. Darunter, isoliert durch eine dünne Oxidschicht, liegt der gesteuerte Kanal. Eine Spannung zwischen Gate und Kanal bewirkt, dass beide Gebiete entgegengesetzt aufgeladen werden. Für den Kanal eines NMOS-Transistor gilt

- negative Gate-Kanal-Spannung: Aufladung mit beweglichen positiven Ladungsträgern (Löcher, vergleiche Abschnitt 1.1.2),
- geringe positive Gate-Kanal-Spannung: Aufladung mit ortsfesten negativen Ladungen (ionisierte Gitteratome) und
- große positive Gate-Kanal-Spannung: zusätzliche Aufladung mit beweglichen negativen Ladungsträgern (Elektronen).

Für große Gate-Kanal-Spannungen

$$U_{\mathrm{GK}} \geq U_{\mathrm{TN}} \tag{1.151}$$

(U_{TN} – Einschaltspannung) nimmt die Dichte der beweglichen negativen Ladungsträger linear mit der Gate-Kanal-Spannung zu und mit ihr auch die Leitfähigkeit des Kanals (Abb. 1.98). Für einen PMOS-Transistor gilt dasselbe, nur mit umgekehrten Vorzeichen für alle Ladungen und Spannungen. Die genaue Beschreibung der Funktionsweise folgt in Abschnitt 3.1.6.

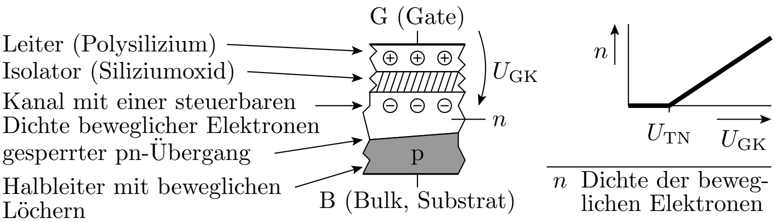
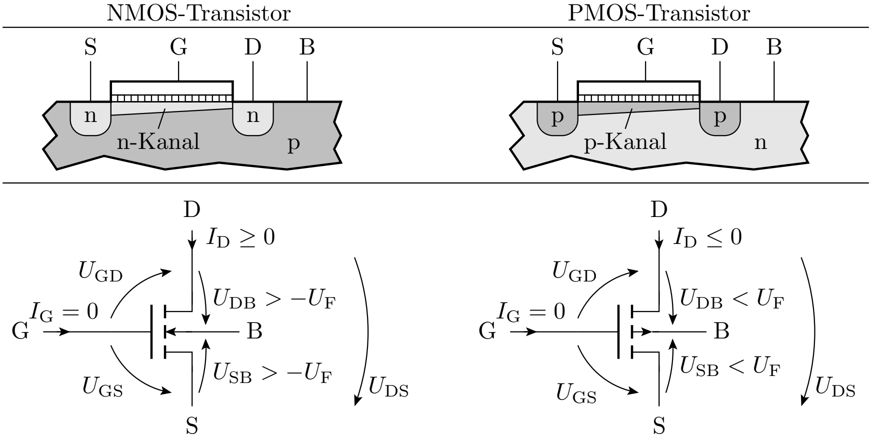


Abb. 1.98. Steuerung der Ladungsträgerdichte im Kanal eines NMOS-Transistors

Der komplette MOS-Transistor hat außer den Anschlüssen am Gate und am Bulk (Substrat) noch je einen Anschluss für die n-Gebiete an den Kanalenden, den Source (Zufluss) und den Drain (Abfluss). Die pn-Übergänge vom Source zum Bulk und vom Drain zum Bulk sind im normalen Betrieb gesperrt. Im anderen Fall funktioniert der MOS-Transistor wie ein Bipolartransistor mit dem Source und dem Drain als Emitter und Kollektor und dem Bulk-Anschluss als Basis. Wenn der MOS-Transistor über das Gate ausgeschaltet ist, ist auch der Kanal vom Source und vom Drain durch gesperrte pn-Übergänge isoliert. Im eingeschalteten Transistor hat der Kanal denselben Leitungstyp wie das Source- und das Drain-Gebiet und verbindet diese.



S	Source	B	Substrat oder Bulk	U_{DS}	Drain-Source-Spannung
G	Gate	I_G	Gate-Strom (praktisch Null)	U_{SB}	Source-Bulk-Spannung
D	Drain	I_D	Drain-Strom (steuerbar)	U_{DB}	Drain-Bulk-Spannung
		U_{GD}	Gate-Drain-Spannung	U_F	Flussspannung der pn-Übergänge
		U_{GS}	Gate-Source-Spannung		

Abb. 1.99. Schaltzeichen und Anschlussbezeichnungen

Abbildung 1.99 zeigt den Aufbau, die Schaltzeichen und die im Weiteren verwendeten Bezeichnungen der Spannungen und Ströme an den Transistoranschlüssen. Die Funktion von MOS-Transistoren wird hauptsächlich von folgenden Parametern bestimmt:

U_{TN}	Einschaltspannung NMOS-Transistor
U_{TP}	Einschaltspannung PMOS-Transistor
	Anstieg des Kanalleitwerts mit der Gate-Kanal-Spannung
$\beta_N > 0$	NMOS-Transistor
$\beta_P < 0$	PMOS-Transistor

Die Spannung zwischen Gate und Kanal ist ortsabhängig. Ihr Verlauf hängt von den Spannungen zwischen Gate und Source und zwischen Gate und Drain ab. Je nach der Relation dieser beiden Spannungen zur Einschaltspannung U_{TN} bzw. U_{TP} sind drei Arbeitsbereiche zu unterscheiden:

- Sperrbereich: Der gesamte Kanal ist ausgeschaltet:

$$\begin{aligned} \text{NMOS: } & U_{GS} < U_{TN} \text{ und } U_{GD} < U_{TN} \\ \text{PMOS: } & U_{GS} > U_{TP} \text{ und } U_{GD} > U_{TP} \end{aligned} \tag{1.152}$$

  Der Drain-Strom ist Null.
- aktiver Bereich: Der Kanal ist vollständig eingeschaltet:

$$\begin{aligned} &\text{NMOS: } U_{\mathrm{GS}} > U_{\mathrm{TN}} \text{ und } U_{\mathrm{GD}} > U_{\mathrm{TN}} \\ &\text{PMOS: } U_{\mathrm{GS}} < U_{\mathrm{TP}} \text{ und } U_{\mathrm{GD}} < U_{\mathrm{TP}} \end{aligned} \tag{1.153}$$

Der Leitwert des Kanals verhält sich proportional zur Gate-Kanal-Spannung abzüglich der Einschaltspannung. Wenn das Potenzial an allen Punkten des Kanals gleich ist ($U_{\mathrm{DS}} = 0$), beträgt er:

$$\begin{aligned} &\text{NMOS: } G_{\mathrm{Kanal}} = \tfrac{I_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{DS}}} = \beta_{\mathrm{N}} \cdot (U_{\mathrm{GS}} - U_{\mathrm{TN}}) \\ &\text{PMOS: } G_{\mathrm{Kanal}} = \tfrac{I_{\mathrm{D}}}{U_{\mathrm{DS}}} = \beta_{\mathrm{P}} \cdot (U_{\mathrm{GS}} - U_{\mathrm{TP}}) \end{aligned} \tag{1.154}$$

Bei einem Spannungsabfall zwischen Drain und Source größer Null ist der Leitwert ortsabhängig. Wie später in Abschnitt 3.1.6 hergeleitet wird, resultieren daraus folgende Kennliniengleichungen:

$$\begin{aligned} &\text{NMOS: } I_{\mathrm{D}} = \beta_{\mathrm{N}} \cdot \left((U_{\mathrm{GS}} - U_{\mathrm{TN}}) \cdot U_{\mathrm{DS}} - \tfrac{U_{\mathrm{DS}}^2}{2} \right) \\ &\text{PMOS: } I_{\mathrm{D}} = \beta_{\mathrm{P}} \cdot \left((U_{\mathrm{GS}} - U_{\mathrm{TP}}) \cdot U_{\mathrm{DS}} - \tfrac{U_{\mathrm{DS}}^2}{2} \right) \end{aligned} \tag{1.155}$$

- Abschnürbereich: Der Kanal ist nur an der Source-Seite eingeschaltet. Auf der Drain-Seite ist die Gate-Kanal-Spannung dafür zu gering:

$$\begin{aligned} &\text{NMOS: } U_{\mathrm{GS}} > U_{\mathrm{TN}} \text{ und } U_{\mathrm{GD}} < U_{\mathrm{TN}} \\ &\text{PMOS: } U_{\mathrm{GS}} < U_{\mathrm{TP}} \text{ und } U_{\mathrm{GD}} > U_{\mathrm{TP}} \end{aligned} \tag{1.156}$$

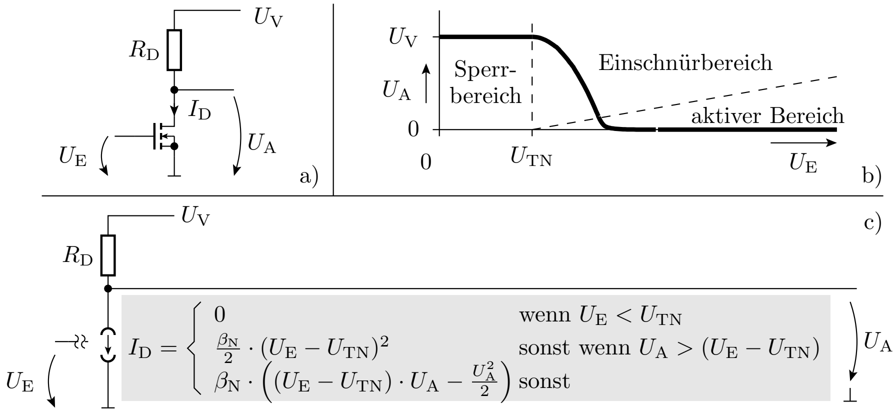
Der leitfähige Kanal endet kurz vor dem Drain. Das letzte Stück ist abgeschnürt, d.h. frei von beweglichen Ladungsträgern. Die Ausdehnung des ganz schmalen Abschnürpunktes regelt sich so ein, dass der Strom, der vom Source ankommt, zum Drain weiterfließt. Über dem leitfähigen Kanalstück ist der Spannungsabfall gleich der Gate-Source-Spannung abzüglich der Einschaltspannung. Der Kanalstrom hängt dadurch nicht von der Drain-Source-Spannung ab:

$$\begin{aligned} &\text{NMOS: } I_{\mathrm{D}} = \beta_{\mathrm{N}} \cdot \tfrac{(U_{\mathrm{GS}} - U_{\mathrm{TN}})^2}{2} \\ &\text{PMOS: } I_{\mathrm{D}} = \beta_{\mathrm{P}} \cdot \tfrac{(U_{\mathrm{GS}} - U_{\mathrm{TP}})^2}{2} \end{aligned} \tag{1.157}$$

Insgesamt ist die Ersatzschaltung eines MOS-Transistors eine schalt- und steuerbare Verbindung mit mehreren Arbeitsbereichen und einer stark nichtlinearen Strom-Spannungs-Beziehung. Die Transistorparameter U_{TN}, β_{N}, U_{TP} und β_{P} unterliegen – genau wie die Parameter von Bipolartransistoren – erheblichen fertigungsbedingten und arbeitspunktbedingten Streuungen.

1.6.1 Verstärker

Abbildung 1.100 zeigt einen einfachen Verstärker mit einem NMOS-Transistor. In der Ersatzschaltung ist der Transistor durch eine spannungsgesteuerte



$$I_D = \begin{cases} 0 & \text{wenn } U_E < U_{TN} \\ \frac{\beta_N}{2} \cdot (U_E - U_{TN})^2 & \text{sonst wenn } U_A > (U_E - U_{TN}) \\ \beta_N \cdot \left((U_E - U_{TN}) \cdot U_A - \frac{U_A^2}{2} \right) & \text{sonst} \end{cases}$$

Abb. 1.100. Einfacher MOS-Verstärker a) Schaltung b) Übertragungsfunktion c) Ersatzschaltung

Stromquelle nachgebildet. Die Ausgangsspannung ist gleich der Versorgungsspannung abzüglich des Spannungsabfalls über dem Arbeitswiderstand R_D:

$$U_A = U_V - R_D \cdot I_D \tag{1.158}$$

Für eine Eingangsspannung kleiner der Einschaltspannung U_{TN} arbeitet der MOS-Transistor im Sperrbereich. Sein Drain-Strom ist Null und die Ausgangsspannung gleich der Versorgungsspannung. Für eine Eingangsspannung größer der Einschaltspannung ist der Kanal leitend. Bei einer Ausgangsspannung

$$U_A > U_E - U_{TN} \tag{1.159}$$

arbeitet der Transistor im Abschnürbereich, sonst im aktiven Bereich. Im Abschnürbereich ist die Übertragungsfunktion eine Parabel:

$$U_A = U_V - \frac{\beta_N \cdot R_D}{2} \cdot (U_E - U_{TN})^2 \tag{1.160}$$

Der Betrag der Verstärkung nimmt proportional mit der Eingangsspannung zu:

$$v_U = \frac{d\,U_A}{d\,U_E} = -\beta_N \cdot R_D \cdot (U_E - U_{TN}) \tag{1.161}$$

Für Ausgangsspannungen nahe Null geht der Transistor in den aktiven Bereich über:

$$U_A = U_V - \beta_N \cdot R_D \cdot \left((U_E - U_{TN}) \cdot U_A - \frac{U_A^2}{2} \right) \tag{1.162}$$

In diesem Bereich nimmt der Betrag der Verstärkung mit der Eingangsspannung ab.

In der Schaltung in Abb. 1.101 wird die Übertragungsfunktion mit einem zusätzlichen Widerstand R_S linearisiert. Dieser Widerstand reduziert die Gate-Source-Spannung in Gleichung 1.161 um einen zum Spannungsabfall über dem Arbeitswiderstand R_D proportionalen Wert:

$$U_\mathrm{RS} = \frac{R_\mathrm{S}}{R_\mathrm{D}} \cdot (U_\mathrm{V} - U_\mathrm{A}) \tag{1.163}$$

Das verringert die Abhängigkeit der Verstärkung vom Transistorparameter β und vom Arbeitspunkt. Die Übertragungsfunktion ist die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$U_\mathrm{A} = U_\mathrm{V} - \frac{\beta_\mathrm{N} \cdot R_\mathrm{D}}{2} \cdot \left(U_\mathrm{E} - U_\mathrm{TN} - \frac{R_\mathrm{S}}{R_\mathrm{D}} \cdot (U_\mathrm{V} - U_\mathrm{A}) \right)^2 \tag{1.164}$$

Diese soll in Aufgabe 1.33 selbst hergeleitet werden.

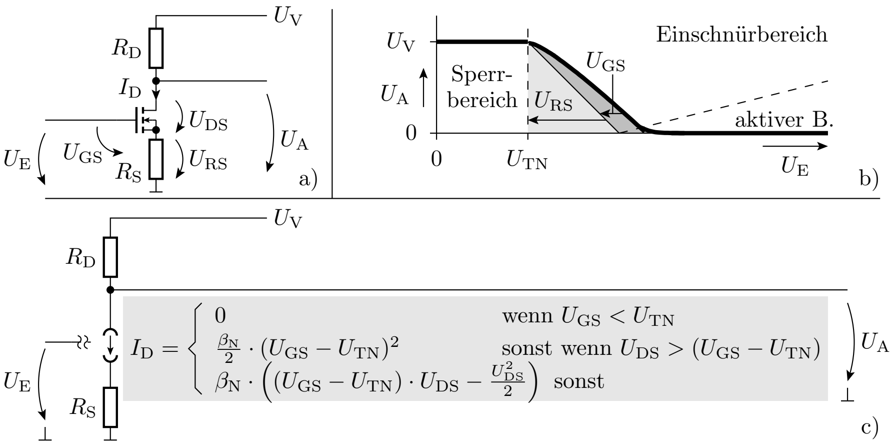


Abb. 1.101. Verbesserter MOS-Verstärker a) Schaltung b) Übertragungsfunktion c) Ersatzschaltung

Zusammenfassend lassen sich mit MOS-Transistoren auf ähnliche Weise wie mit Bipolartransistoren Verstärker konstruieren, aber es ist schwieriger, den Verstärkern ein lineares Verhalten zu geben.

1.6.2 Schalten und Steuern von Ausgabeelementen

Ausgabeelemente (Anzeigen, Motoren, Elektromagnete etc.) arbeiten oft im Schaltbetrieb. MOS-Transistoren sind fast perfekte spannungsgesteuerte Schalter. Die Steuerspannung wird zwischen Gate und Source angelegt. Die geschaltete Last bildet den Drain-Widerstand. Im ausgeschalteten Zustand arbeitet der Transistor im Sperrbereich und im eingeschalteten Zustand im aktiven Bereich.

Low-Side-Schalter

Ein Low-Side-Schalter schaltet die Verbindung zwischen dem Ausgabeelement und dem negativen Anschluss der Spannungsversorgung. Der Source als Bezugspunkt besitzt das negativste Potenzial der Schaltung. Der Schalttransistor muss entsprechend ein NMOS-Transistor sein. Abbildung 1.102 a zeigt die Grundschaltung mit einem Lastwiderstand als Ersatzschaltung für das Ausgabeelement.

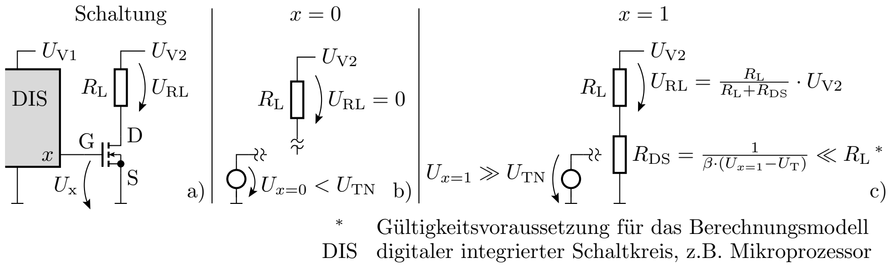


Abb. 1.102. Low-Side-Schalter a) Schaltung b) Ersatzschaltung mit ausgeschaltetem Transistor c) Ersatzschaltung mit eingeschaltetem Transistor

Bei einem Steuersignal $x = 0$ (kleine Gate-Source-Spannung) schaltet der Transistor aus und unterbricht den Ausgabekreis (Abb. 1.102 b). Die Drain-Source-Strecke des Transistors verhält sich wie eine Unterbrechung. Es fließt kein Strom. Weder im Lastwiderstand noch im Transistor wird Leistung umgesetzt.

Bei $x = 1$ schaltet der Transistor ein und schließt den Ausgabekreis (Abb. 1.102 c). Der Parameter β_N des Transistors soll so groß sein, dass fast die gesamte Versorgungsspannung U_{V2} über dem Widerstand R_L abfällt. Bei dem verbleibenden geringen Spannungsabfall über dem Transistor arbeitet dieser im aktiven Bereich und der quadratische Term in Gleichung 1.155 kann vernachlässigt werden:

$$I_D = \beta_N \cdot \left((U_{x=1} - U_{TN}) \cdot U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right) \approx \beta_N \cdot (U_{x=1} - U_{TN}) \cdot U_{DS} \quad (1.165)$$

Der Kanal verhält sich wie ein im Verhältnis zum Lastwiderstand kleiner Widerstand:

$$R_{DS} = \frac{U_{DS}}{I_D} = \frac{1}{\beta_N \cdot (U_{x=1} - U_{TN})} \ll R_L \quad (1.166)$$

(R_{DS} – Einschaltwiderstand). Die Spannungsabfälle über dem Transistor und über dem Lastwiderstand ergeben sich aus dem Spannungsteilerverhältnis:

$$U_{\mathrm{RL}} = \frac{R_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{DS}}} \cdot U_{\mathrm{V2}} \tag{1.167}$$

$$U_{\mathrm{DS}} = \frac{R_{\mathrm{DS}}}{R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{DS}}} \cdot U_{\mathrm{V2}} \tag{1.168}$$

Der Drain-Strom ergibt sich aus dem ohmschen Gesetz:

$$I_{\mathrm{D}} = \frac{U_{\mathrm{V2}}}{R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{DS}}} \tag{1.169}$$

Die im Lastwiderstand und im Transistor umgesetzten Leistungen betragen

$$P_{\mathrm{RL}} = \frac{R_{\mathrm{L}} \cdot U_{\mathrm{V2}}^2}{(R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{DS}})^2} \tag{1.170}$$

$$P_{\mathrm{Tr}} = \frac{R_{\mathrm{DS}} \cdot U_{\mathrm{V2}}^2}{(R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{DS}})^2} \tag{1.171}$$

(P_{RL} – Ausgabeleistung; P_{Tr} – Leistungsumsatz im Transistor). Sie verhalten sich proportional zu den Widerstandswerten:

$$P_{\mathrm{Tr}} = \frac{R_{\mathrm{DS}}}{R_{\mathrm{L}}} \cdot P_{\mathrm{RL}} \tag{1.172}$$

Wegen des im Verhältnis zum Lastwiderstand R_{L} viel kleineren Drain-Source-Widerstands R_{DS} ist der Leistungsumsatz im Transistor im Verhältnis zum Leistungsumsatz im Lastwiderstand gering.

Low-Side-Schalter für große Lastströme sind in der Regel integrierte Schaltkreise, die außer dem NMOS-Transistor Schutzfunktionen gegen Überspannungen am Gate und negative Drain-Source-Spannungen sowie Abschaltfunktionen bei zu hoher Bauteiltemperatur oder zu hohen Drain-Strömen enthalten. Die wichtigsten Parameter eines Low-Side-Schalters sind

R_{DS}	Einschaltwiderstand für eine typische Gate-Source-Spannung
U_{TN}	Einschaltspannung
I_{Dmax}	maximal zulässiger Drain-Strom
U_{DSmax}	maximal zulässige Drain-Source-Spannung
P_{max}	maximal zulässige Verlustleistung

Der Einschaltwiderstand und die Einschaltspannung unterliegen fertigungsbedingten und arbeitspunktabhängigen Streuungen. Der hier fehlende Transistorparameter β_{N} errechnet sich nach Gleichung 1.166 aus dem Einschaltwiderstand und der Gate-Source-Spannung, für die der Einschaltwiderstand angegeben ist:

$$\beta_{\mathrm{N}} = \frac{1}{R_{\mathrm{DS}} \cdot (U_{\mathrm{GS}} - U_{\mathrm{TN}})} \tag{1.173}$$

Tabelle 1.3 oben zeigt die Parameter für einige Low-Side-Schalter. Wie zu ersehen ist, lassen sich mit Low-Side-Schaltern Ströme größer 10 A und Spannung größer 50 V und damit auch erhebliche Leistungen schalten.

Tabelle 1.3. Beispielparameter für Transistorschalter

Low-Side-Schalter	$R_{\mathrm{DS}}(U_{\mathrm{GS}})$	U_{TN}	I_{Dmax}	U_{DSmax}	P_{max}
IRFD014	$200\,\mathrm{m\Omega}$ (10 V)	2 ... 4 V	1,2 A	60 V	1,3 W
RFD14N05L	$100\,\mathrm{m\Omega}$ (5 V)	1 ... 2 V	14 A	50 V	48 W
BUK100-50GL(1)	$125\,\mathrm{m\Omega}$ (5 V)	1 ... 2 V	13,5 A	50 V	40 W
High-Side-Schalter	$R_{\mathrm{DS}}(U_{\mathrm{GS}})$	U_{TP}	I_{Dmin}	U_{DSmin}	P_{max}
IRFD9024	$260\,\mathrm{m\Omega}(-10\,\mathrm{V})$	$-4\ldots-2$ V	−1,1 A	−60 V	1,3 W
IPS5451(1,2)	$20\ldots30\,\mathrm{m\Omega}$		−14 A	−50 V	(3)
IRFD9640	$500\,\mathrm{m\Omega}(-10\,\mathrm{V})$	$-4\ldots-2$ V	−11 A	−200 V	50 W

(1) mit Schutzschaltung gegen zu hohe Bauteiltemperatur und zu hohe Ströme
(2) mit der Schaltung zum direkten Anschluss an einen Digitalschaltkreis
(3) ergibt sich aus der Abschalttemperatur und hängt von der Kühlung ab

High-Side-Schalter

Ein High-Side-Schalter schaltet die Verbindung zwischen dem Ausgabeelement und dem positiven Anschluss der Versorgungsspannung. Der Source-Anschluss als Bezugspunkt für die Ansteuerung besitzt das positivste Potenzial der Schaltung. Der Schalttransistor muss entsprechend ein PMOS-Transistor sein. Der Bezugspunkt digitaler Schaltkreise ist im Allgemeinen der negative Versorgungsanschluss, so dass die Steuerspannung zuerst auf den anderen Bezugspunkt transformiert werden muss. Dazu dient in Abb. 1.103 a der Transistor T1 und sein Arbeitswiderstand R_1.

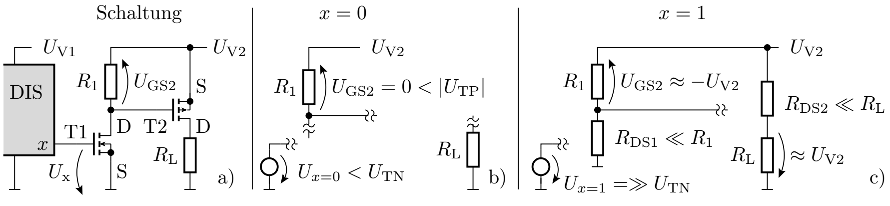


Abb. 1.103. High-Side-Schalter a) Schaltung b) Ersatzschaltung mit ausgeschaltetem High-Side-Schalter c) Ersatzschaltung mit eingeschaltetem High-Side-Schalter

In der Ersatzschaltung 1.103 b ist der NMOS-Transistor T1 ausgeschaltet. Über seinem Arbeitswiderstand fällt keine Spannung ab. Die Gate-Source-Spannung des Schalttransistors T2 ist Null, so dass auch T2 im Sperrbereich arbeitet und durch den Lastwiderstand R_{L} kein Strom fließt.

In der Ersatzschaltung 1.103 c ist der NMOS-Transistor T1 eingeschaltet und stellt für den Schalttransistor T2 eine betragsmäßig große Gate-Source-

Spannung bereit:

$$U_{\mathrm{GS}} \approx -U_{\mathrm{V2}} \tag{1.174}$$

Der Schalttransistor T2 arbeitet im aktiven Bereich. Sein Einschaltwiderstand R_{DS2} soll viel kleiner als der Lastwiderstand R_{L} sein, so dass fast die gesamte Versorgungsspannung über dem Lastwiderstand abfällt.

High-Side-Schalter für große Lastströme sind in der Regel integrierte Schaltkreise, die wie Low-Side-Schalter außer dem Schalttransistor eingebaute Schutzschaltungen enthalten. In einer weiteren Ausbaustufe enthält der High-Side-Schalter auch die Schaltung zur Umwandlung des logischen Ausgabewertes eines digitalen Schaltkreises in die Gate-Source-Spannung für den Schalttransistor. Tabelle 1.3 unten zeigt die Parameter für einige High-Side-Schalter.

High-Side-Schalter haben tendenziell einen höheren Einschaltwiderstand als Low-Side-Schalter. Das hat eine physikalische Ursache. Die Löcher im Kanal eines PMOS-Transistors haben etwa die halbe Beweglichkeit der beweglichen Elektronen im Kanal eines NMOS-Transistors (siehe später Abschnitt 3.1.6). Damit bei gleicher Drain-Source-Spannung derselbe Strom fließt, müssen die Kanäle der PMOS-Transistoren etwa doppelt so breit sein. Das ist ein weiterer Grund dafür, dass in Schaltungen, wenn es möglich ist, NMOS-Transistoren bzw. Low-Side-Schalter bevorzugt werden. Der hier fehlende Transistorparameter β_{P} errechnet sich in Analogie zu Gleichung 1.173 aus dem Einschaltwiderstand und der Gate-Source-Spannung, für die der Einschaltwiderstand angegeben ist

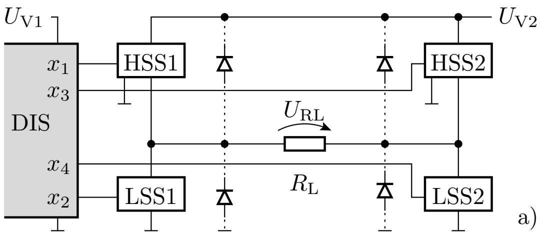
$$\beta_{\mathrm{P}} = \frac{1}{R_{\mathrm{DS}} \cdot (U_{\mathrm{GS}} - U_{\mathrm{TP}})} \tag{1.175}$$

H-Brücke

Eine H-Brücke ist eine Schaltung zur Umschaltung der Spannungsrichtung über dem Ausgabeelement, z.B. zur Umschaltung der Drehrichtung eines Motors. Sie besteht aus zwei High-Side-Schaltern und zwei Low-Side-Schaltern und nutzt im Wesentlichen vier Betriebsarten (Abb. 1.104):

- Ausgabewert positiv ($U_{\mathrm{RL}} = U_{\mathrm{V2}}$): Die Schaltzweige HSS1 und LSS2 sind ein- und die Schaltzweige HSS2 und LSS1 sind ausgeschaltet.
- Ausgabewert negativ ($U_{\mathrm{RL}} = -U_{\mathrm{V2}}$): Die Schaltzweige HSS2 und LSS1 sind ein- und die Schaltzweige HSS1 und LSS2 sind ausgeschaltet.
- Aus: Die Anschlüsse des Ausgabeelements sind über die beiden Low-Side-Schalter miteinander und mit Masse verbunden.
- Leerlauf: Alle Schalter sind aus. Das Ausgabeelement ist isoliert.

Das Umschalten zwischen den Betriebsarten »Ausgabewert positiv«, »Ausgabewert negativ« und »Aus« erfolgt über die Betriebsart »Leerlauf«. Das verhindert, dass die in Reihe geschalteten Transistoren im rechten und im linken



Betriebsart	x_4	x_3	x_2	x_1
U_{RL} positiv	1	0	0	1
U_{RL} negativ	0	1	1	0
Aus	1	0	1	0
Leerlauf	0	0	0	0

0 Schalter aus
1 Schalter ein
b)

Abb. 1.104. H-Brücke a) Schaltung b) Betriebsarten (LSS – Low-Side-Schalter nach Abb. 1.102 a; HSS – High-Side-Schalter mit Ansteuerschaltung nach Abb. 1.103 a; DIS – digitaler integrierter Steuerschaltkreis, z.B. Mikrocontroller)

Brückenzweig beim Wechsel der Betriebsart gleichzeitig einschalten. Bei einem direkten Wechsel wäre das aufgrund unterschiedlicher Schaltverzögerungen möglich und würde kurzzeitig einen Kurzschluss der Versorgungsspannung U_{V2} über die niederohmigen Einschaltwiderstände der MOS-Transistoren verursachen. Die dabei fließenden Kurzschlussströme würden eine hohe Verlustleistung und möglicherweise eine Zerstörung der Schaltung bewirken.

Die in Abb. 1.104 angedeuteten Dioden werden als Freilaufdioden bezeichnet. Sie dürfen bei der Ansteuerung induktiver Lasten (Motoren, Relais etc.) nicht fehlen. Ihre Aufgabe wird später in Abschnitt 2.2.4 erklärt. Bei einem ohmschen Lastwiderstand wie in der Abbildung sind sie nicht erforderlich.

Stufenlose Leistungssteuerung

Bei der Ansteuerung von Motoren, Anzeigen etc. soll die Leistung im Ausgabeelement oft stufenlos einstellbar sein. Das kann mit einem einfachen Transistorverstärker erfolgen. In Abb. 1.105 ist das Ausgabeelement ein Widerstand. Der stetig einstellbare Drain-Strom verhält sich proportional zur Spannung über dem Lastwiderstand. Die Versorgungsspannung teilt sich in einen Spannungsabfall über dem Transistor und einen Spannungsabfall über dem Lastwiderstand auf. Die Ausgabeleistung nimmt mit dem Quadrat der Ausgabespannung zu:

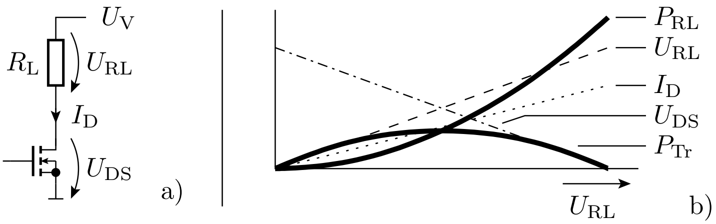


Abb. 1.105. Stufenlose Leistungssteuerung mit einer stetig einstellbaren Ausgabespannung

$$P_{\mathrm{RL}} = \frac{U_{\mathrm{RL}}^2}{R_{\mathrm{L}}} \tag{1.176}$$

Die im Transistor in Wärme umgesetzte Leistung gehorcht der Funktion

$$P_{\mathrm{Tr}} = I_{\mathrm{DS}} \cdot U_{\mathrm{DS}} = \frac{U_{\mathrm{RL}} \cdot (U_{\mathrm{V}} - U_{\mathrm{RL}})}{R_{\mathrm{L}}} \tag{1.177}$$

und hat bei $U_{\mathrm{RL}} = \frac{U_{\mathrm{V}}}{2}$ ein Maximum. Der Transistor muss mindestens eine Verlustleistung von einem Viertel der maximalen Ausgabeleistung vertragen:

$$P_{\mathrm{Tr}} \geq \frac{U_{\mathrm{V}}^2}{4 \cdot R_{\mathrm{L}}} \tag{1.178}$$

Für größere Ausgabeleistungen verlangt das eine aufwändige Kühlung.

Die alternative Lösung ist der Schaltbetrieb des Ausgabeelements (Abb. 1.106). Auch im Schaltbetrieb lassen sich die mittlere Spannung, der mittlere Strom und der mittlere Leistungsumsatz stufenlos einstellen. Der Steuertransistor wird in schneller Abfolge ein- und ausgeschaltet. Die Mittelwerte des Stroms, der Spannung und des Leistungsumsatzes verhalten sich alle proportional zur relativen Pulsweite:

$$\eta_{\mathrm{T}} = \frac{t_{\mathrm{ein}}}{T_{\mathrm{P}}} \tag{1.179}$$

(t_{ein} – Zeit, die der Transistor eingeschaltet ist; T_{P} – Periodendauer). Die Verlustleistung im Transistor verhält sich proportional zur Ausgabeleistung (Gleichung 1.172):

$$P_{\mathrm{Tr}} = \frac{R_{\mathrm{DS}}}{R_{\mathrm{L}}} \cdot P_{\mathrm{RL}} \tag{1.180}$$

Wegen $R_{\mathrm{DS}} \ll R_{\mathrm{L}}$ ist sie im Verhältnis zur Ausgabeleistung gering.

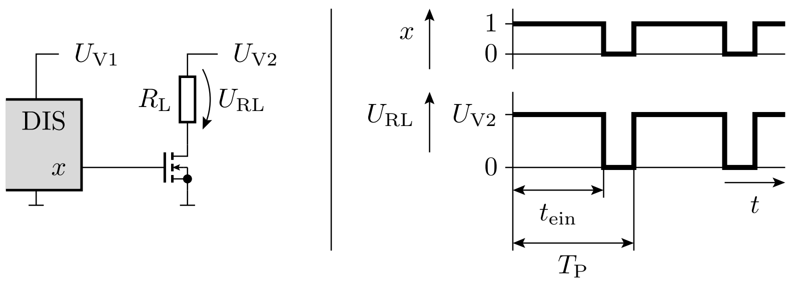


Abb. 1.106. Stufenlose Leistungssteuerung über die Pulsweite a) Schaltung b) Ansteuerung

1.6.3 CMOS-Gatter

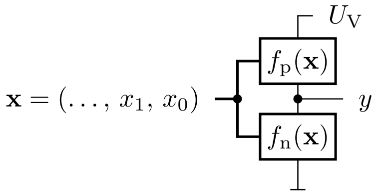
CMOS steht für komplementäre (complementary) MOS-Gatter und bedeutet, dass das Gatter aus NMOS- und PMOS-Transistoren aufgebaut ist. Ein geschalteter Zweipol aus NMOS-Transistoren mit der Funktion

$$f_{\mathrm{n}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{Zweipol gesperrt} \\ 1 & \text{Zweipol leitend} \end{cases} \tag{1.181}$$

verbindet den Gatterausgang mit dem Bezugspunkt ($\perp$) und ein geschalteter Zweipol aus PMOS-Transistoren mit der Funktion

$$f_{\mathrm{p}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{Zweipol gesperrt} \\ 1 & \text{Zweipol leitend} \end{cases} \tag{1.182}$$

verbindet den Gatterausgang mit der Versorgungsspannung U_{V} (Abb. 1.107 a). Bei einer Verbindung mit dem Bezugspunkt ist der Ausgabewert $y = 0$ und bei einer Verbindung mit der Versorgungsspannung ist er $y = 1$. Der Bitvektor $\mathbf{x}$ beschreibt die logischen Eingabewerte, über die die einzelnen Transistoren ein- und ausgeschaltet werden. Ein PMOS-Transistor schaltet bei einer »0« an seinem Gate, d.h. bei einem niedrigen Gate-Potenzial, ein und ein NMOS-Transistor bei einer »1« am Gate, d.h. bei einem hohen Gate-Potenzial. Logische Verknüpfungen werden durch Reihen- und Parallelschaltungen innerhalb der beiden geschalteten Zweipole realisiert.



a)

$f_{\mathrm{n}}(\mathbf{x})$	$f_{\mathrm{p}}(\mathbf{x})$	y
0	0	hochohmig*
0	1	1
1	0	0
1	1	verboten

* Ausgang isoliert

b)

Abb. 1.107. CMOS-Gatter a) Aufbau b) Betriebsarten

Wenn nur der gesteuerte NMOS-Zweipol eingeschaltet ist, ist der Ausgabewert »0«, wenn nur der gesteuerte PMOS-Zweipol eingeschaltet ist, ist der Ausgabewert »1« und wenn beide Zweipole sperren, ist der Ausgang hochohmig oder inaktiv. Die gleichzeitige Verbindung des Gatterausgangs mit »0« und »1« ist verboten (Abb. 1.107 b).

Das einfachste CMOS-Gatter ist der Inverter. Der gesteuerte NMOS- und der gesteuerte PMOS-Zweipol bestehen hier jeweils nur aus einem Transistor (Abb. 1.108). Bei $x = 0$ ist der PMOS-Transistor ein- und der NMOS-Transistor ausgeschaltet. Der Ausgabewert ist »1«. Bei einer »1« am Eingang sind die Verhältnisse genau umgekehrt.

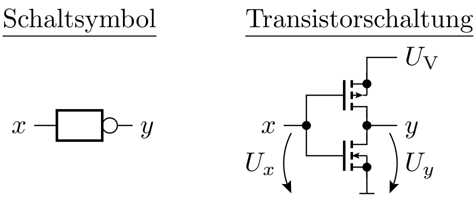


Abb. 1.108. CMOS-Inverter

Entwurf von FCMOS-Gattern

FCMOS-Gatter ist die Abkürzung für vollständig komplementäres CMOS-Gatter. Das »FC« seht dabei für »full complementary« und bedeutet, dass für jede Eingabemöglichkeit genau einer der beiden Zweipole im Gatter eingeschaltet ist. Für alle Eingabewerte $\mathbf{x}$, denen der Ausgabewert »0« zugeordnet ist, schaltet das PMOS-Netzwerk aus- und das NMOS-Netzwerk ein. Für alle anderen Eingabewerte gilt das Gegenteil. Der PMOS-Zweipol besitzt die logische Funktion des Gatters und der NMOS-Zweipol die invertierte Funktion:

$$f_\mathrm{p}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) \tag{1.183}$$

$$f_\mathrm{n}(\mathbf{x}) = \overline{f(\mathbf{x})} \tag{1.184}$$

Innerhalb der geschalteten Zweipole wird ein logisches UND durch eine Reihenschaltung und ein logisches ODER durch eine Parallelschaltung realisiert. Ein NMOS-Transistor schaltet bei einer »1« am Gate ein. Ein PMOS-Transistor schaltet bei einer »0« am Gate ein, d.h., er invertiert. Der erste Entwurfsschritt für den Entwurf eines FCMOS-Gatters ist die Umformung der logischen Zweipolfunktionen in eine UND-ODER-Verknüpfung:

- für $f_\mathrm{n}(\mathbf{x})$ der Eingabevariablen x_i
- für $f_\mathrm{p}(\mathbf{x})$ der negierten Eingabevariablen $\bar{x}_i$.

Dafür werden die Regeln zur Umformung und Vereinfachung logischer Ausdrücke benötigt (Tabelle 1.4).

Tabelle 1.4. Logische Umformungsregeln

Umformungsregel	Bezeichnung
$\bar{\bar{x}} = x$	doppelte Negation
$x \vee 1 = 1 \quad x \vee \bar{x} = 1 \quad x \wedge 0 = 0 \quad x \wedge \bar{x} = 0$	Eliminationsgesetze
$x_1 \vee (x_1 \wedge x_2) = x_1 \quad x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) = x_1$	Absorbtionsgesetze
$\overline{x_1 \wedge x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \quad \overline{x_1 \vee x_2} = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2$	de morgansche Regeln
$x_1 \wedge x_2 = x_2 \wedge x_1 \quad x_1 \vee x_2 = x_2 \vee x_1$	Kommutativgesetz
$(x_1 \vee x_2) \vee x_3 = x_1 \vee (x_2 \vee x_3)$ $(x_1 \wedge x_2) \wedge x_3 = x_1 \wedge (x_2 \wedge x_3)$	Assoziativgesetz
$x_1 \wedge (x_2 \vee x_3) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3)$	Distributivgesetz

Beweisen lassen sich alle diese Umformungsregeln durch Aufstellen der Wertetabellen für die rechte und die linke Gleichungsseite und Vergleich aller Einträge. Für die de morganschen[14] Regeln gilt z.B.

x_1	x_2	$\overline{x_1 \wedge x_2}$	$\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$	$\overline{x_1 \vee x_2}$	$\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0

Ohne Klammern hat UND-Vorrang vor ODER. Der UND-Operator »$\wedge$« kann in logischen Ausdrücken weggelassen werden, z.B.

$$(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) = x_1 x_2 \vee x_1 x_3$$

Das erste Entwurfsbeispiel sei ein NAND-Gatter. Ein NAND-Gatter mit zwei Eingängen hat die Soll-Funktion

$$y(\mathbf{x}) = \overline{x_1 x_2} \tag{1.185}$$

Die durch Negation gebildete Funktion des NMOS-Zweipols wird mit Hilfe der Regel der doppelten Negation in die Zielstruktur gebracht:

$$f_{\mathrm{n}}(\mathbf{x}) = \overline{\overline{x_1 x_2}} = x_1 x_2 \tag{1.186}$$

Ergebnis ist eine UND-Verknüpfung der Eingangsvariablen, die durch eine Reihenschaltung von zwei NMOS-Transistoren realisiert wird. Die Funktion des PMOS-Zweipols wird mit Hilfe der de morganschen Regeln in seine Zielstruktur gebracht, eine ODER-Verknüpfung der negierten Eingangsvariablen, die durch eine Parallelschaltung von zwei PMOS-Transistoren realisiert wird:

$$f_{\mathrm{p}}(\mathbf{x}) = \overline{x_1 x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \tag{1.187}$$

Abbildung 1.109 a zeigt die Gesamtschaltung des NAND-Gatters.

Für ein NOR-Gatter mit zwei Eingängen gilt

$$\begin{aligned} y(\mathbf{x}) &= \overline{x_1 \vee x_2} \\ f_{\mathrm{n}}(\mathbf{x}) &= x_1 \vee x_2 \\ f_{\mathrm{p}}(\mathbf{x}) &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \end{aligned} \tag{1.188}$$

Die Zwischenschritte der Umformung sind wie beim NAND-Gatter. Hier müssen die Transistoren im NMOS-Zweipol parallel und die Transistoren im PMOS-Zweipol in Reihe geschaltet sein (Abb. 1.109 b).

[14] Benannt nach Augustus De Morgan (1806 - 1971), englischer Mathematiker.

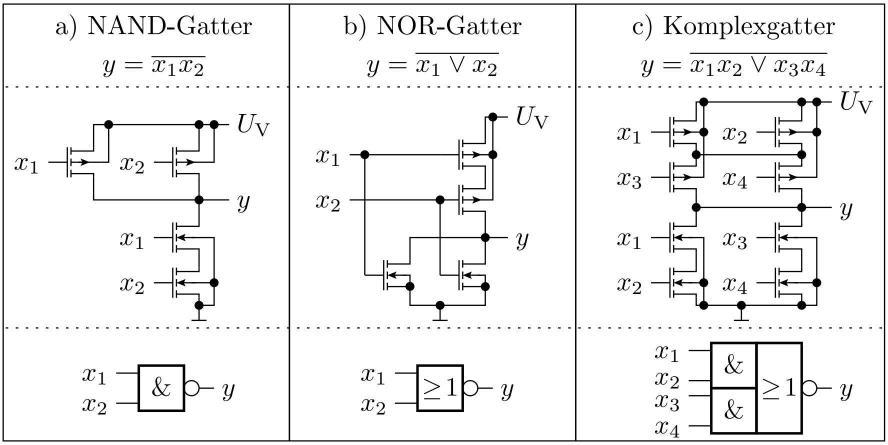


Abb. 1.109. Beispiele für FCMOS-Gatter

Es lassen sich auch komplexere logische Funktionen realisieren. Für das Komplexgatter in Abb. 1.109 c gilt

$$\begin{aligned} y\left(\mathbf{x}\right) &= \overline{x_1 x_2 \vee x_3 x_4} \\ f_\mathrm{n}\left(\mathbf{x}\right) &= x_1 x_2 \vee x_3 x_4 \\ f_\mathrm{p}\left(\mathbf{x}\right) &= \left(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2\right)\left(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4\right) \end{aligned} \tag{1.189}$$

Das NMOS-Netzwerk ist eine Parallelschaltung von je zwei in Reihe geschalteten Transistoren. Das PMOS-Netzwerk ist eine Reihenschaltung von je zwei parallel geschalteten Transistoren.

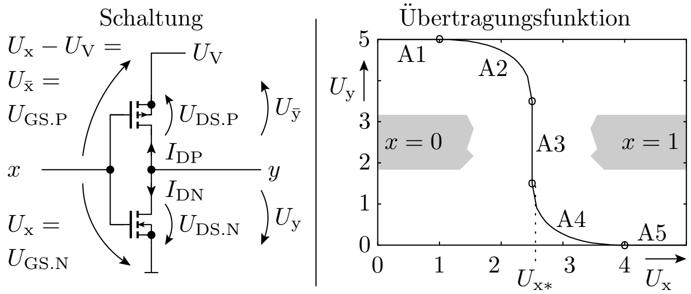
Die Zielfunktion lässt sich oft vor der Umsetzung in ein Gatter vereinfachen. In dem nachfolgenden logischen Ausdruck auf der rechten Seite

$$y = \overline{\left(x_1 x_2 x_3\right) \vee x_1 \vee x_2} \tag{1.190}$$

kann z.B. nach dem ersten Absorbtionsgesetz der gesamte geklammerte Teilausdruck weggelassen werden. Übrig bleibt ein NOR-Gatter mit zwei Eingängen.

Die Übertragungsfunktion des CMOS-Inverters

Ein CMOS-Inverter ist wie ein Spannungsverstärker ein System mit einer Eingangs- und einer Ausgangsspannung. Seine Übertragungsfunktion setzt sich aus fünf Bereichen zusammen (Abb. 1.110). Im Arbeitsbereich A1 ist die Eingangsspannung kleiner als die Einschaltspannung des NMOS-Transistors. Der NMOS-Transistor sperrt und der PMOS-Transistor arbeitet im aktiven Bereich. Die Ausgangsspannung ist gleich der Versorgungsspannung. Im Arbeitsbereich A5 sind die Verhältnisse genau umgekehrt. Die Differenz zwischen der Eingangsspannung und der Versorgungsspannung ist betragsmäßig kleiner als die Einschaltspannung des PMOS-Transistors. Der PMOS-Transistor sperrt und der NMOS-Transistor arbeitet im aktiven Bereich. Die Ausgangsspannung ist Null.



Arbeitsbereiche

	NMOS	PMOS
A1	S	A
A2	E	A
A3	E	E
A4	A	E
A5	A	S

Abb. 1.110. Übertragungsfunktion eines CMOS-Inverters (S – Sperrbereich, E – Abschnürbereich, A – aktiver Bereich; Parameter der Beispielschaltung: $U_V = 5\,\text{V}$, $\beta_N = -\beta_P = 1\,\text{mA/V}^2$ und $U_{TN} = -U_{TP} = 1\,\text{V}$)

In den Arbeitsbereichen A2 und A4 arbeitet jeweils einer der beiden Transistoren im aktiven Bereich und der andere im Abschnürbereich. Die Übertragungsfunktion ist die Lösung einer der folgenden quadratischen Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{A2}: 0 &= \beta_N \cdot \tfrac{(U_x - U_{TN})^2}{2} + \beta_P \cdot \left((U_{\bar{x}} - U_{TP}) \cdot U_{\bar{y}} - \tfrac{U_{\bar{y}}^2}{2} \right) \\ \text{A4}: 0 &= \beta_N \cdot \left((U_x + U_{TN}) \cdot U_y - \tfrac{U_x^2}{2} \right) + \beta_P \cdot \tfrac{(U_{\bar{x}} - U_{TP})^2}{2} \end{aligned} \tag{1.191}$$

mit $U_{\bar{x}} = U_x - U_V$ und $U_{\bar{y}} = U_y - U_V$. Die zugehörigen Kennlinienäste sind Parabeln.

Im Arbeitsbereich A3 arbeiten beide Transistoren im Abschnürbereich als spannungsgesteuerte Stromquellen. Der zugehörige Kennlinienast verläuft senkrecht. Die Umschaltspannung U_{x*} ist die Eingangsspannung, die die nachfolgende Gleichung erfüllt:

$$\text{A3: } 0 = \beta_N \cdot \frac{(U_{x*} - U_{TN})^2}{2} + \beta_P \cdot \frac{(U_{x*} - U_V - U_{TP})^2}{2} \tag{1.192}$$

Sie hängt von den Transistorparametern ab und ist bei betragsmäßig gleichen Transistorparametern gleich der halben Versorgungsspannung.

Im stationären Zustand sollte ein CMOS-Gatter nur in den Arbeitsbereichen A1 und A5 betrieben werden. In diesen Arbeitsbereichen fließt kein Strom. Ein nennenswerter Leistungsumsatz findet nur während der Schaltvorgänge statt. CMOS-Gatter haben dadurch eine sehr geringe Verlustleistung. Die geringe Verlustleistung ist eine Grundvoraussetzung für die Zusammenfassung von Millionen von Logikgattern zu einem Schaltkreis. Denn die abführbare Wärmemenge ist begrenzt.

Störabstand

Weitere wichtige Kenngrößen digitaler Schaltungen sind die Störabstände. Sie beschreiben die maximale Größe einer Störspannung, die der Eingangsspannung überlagert sein darf, ohne dass die logische Funktion beeinträchtigt wird:

$$S_0 = U_{\mathrm{E0max}} - U_{\mathrm{A0max}} \tag{1.193}$$

$$S_1 = U_{\mathrm{A1min}} - U_{\mathrm{E1min}} \tag{1.194}$$

(S_0, S_1 – Störabstand für eine logische »0« bzw. »1«; U_{E0max}, U_{E1min} – maximale Eingangsspannung, die garantiert als »0« und minimale Eingangsspannung, die garantiert als »1« interpretiert wird; U_{A0max}, U_{A1min} – Ausgangsspannung, die maximal als »0« und Ausgangsspannung, die minimal als »1« ausgegeben wird).

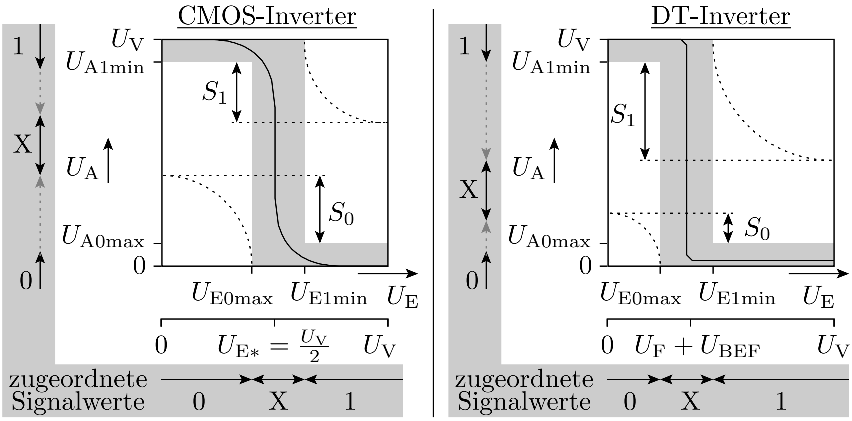


Abb. 1.111. Die Störabstände eines CMOS- und eines DT-Inverters

Bei einem CMOS-Gatter ist die Ausgangsspannung für eine »0« Null und für eine »1« U_{V}. Die Umschaltspannung $U_{\mathrm{E}*}$ ist etwa die halbe Versorgungsspannung. Ein CMOS-Gatter hat praktisch den maximal möglichen Störabstand für beide Signalwerte, den ein Gatter bei der verwendeten Versorgungsspannung haben kann.

Bei einem DT-Gatter in Abschnitt 1.5.6 war die Ausgangsspannung für eine »0« $U_{\mathrm{CEX}} \approx 0{,}2\,\mathrm{V}$ und für eine »1« $U_{\mathrm{V}} \approx 5\,\mathrm{V}$. Die Umschaltspannung $U_{\mathrm{E}*}$, bei der die Ausgabe zwischen »0« und »1« wechselt, war etwa 1,4 V. Eine »0« hat einen geringen Störabstand, eine »1« einen großen (Abb. 1.111). Für die Störanfälligkeit zählt das Minimum. DT-Gatter und erst recht der einfache Inverter in Abschnitt 1.5.5 sind bei gleicher Versorgungsspannung entsprechend störanfälliger als CMOS-Gatter.

Warum heute fast nur noch CMOS-Gatter eingesetzt werden

Insgesamt haben CMOS-Gatter gegenüber anderen Arten von logischen Gatterschaltungen drei wesentliche Vorteile:

- einfacher Entwurf,
- geringe Verlustleistung und
- großer Störabstand.

Diese drei Vorteile haben dazu geführt, dass CMOS-Gatter die älteren Gatterfamilien, insbesondere solche mit Bipolartransistoren, aus fast allen Anwendungen verdrängt haben. Auch die in Abschnitt 1.85 behandelten DT-Gatter (DT – diode transistor) und ihre Weiterentwicklungen, die TTL-Gatter (TTL – transistor transistor logic), STTL-Gatter (Schottky-TTL-Gatter) – etc. werden heute kaum noch eingesetzt.

Transfergatter und Analogschalter

Ein Transfergatter ist die Nachbildung eines Schalters, der sowohl eine »0« als auch eine »1« an seinen Ausgang weiterleiten kann. Es besteht aus einer Parallelschaltung eines NMOS- und eines PMOS-Transistors. Da ein PMOS-Transistor bei einer »0« und ein NMOS-Transistor bei einer »1« an seinem Gate einschaltet, benötigt ein Transfergatter zusätzlich zum direkten Steuersignal auch das negierte Steuersignal (Abb. 1.112 a).

Transfergatter werden z.B. zur Realisierung von Multiplexern verwendet. Ein 2:1-Multiplexer besteht aus zwei Transfergattern. Er übernimmt an seinem Ausgang in Abhängigkeit von seinem Steuersignal entweder die Daten von dem einen oder dem anderen Eingang (Abb. 1.112 b):

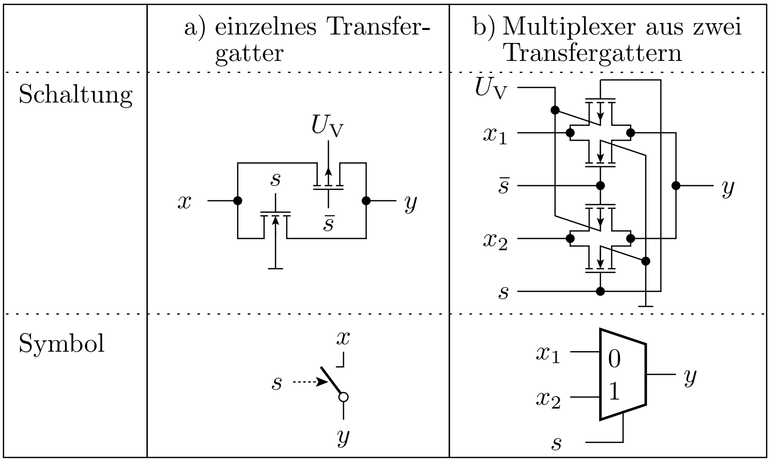


Abb. 1.112. Transfergatter und Multiplexer

$$y = \begin{cases} x_1 \text{ wenn } s = 0 \\ x_2 \text{ sonst} \end{cases} \tag{1.195}$$

Transfergatter werden auch als Analogschalter eingesetzt. Dabei besteht das Problem, dass der Einschaltwiderstand der Parallelschaltung eines NMOS- und eines PMOS-Transistors erheblich vom übertragenen Spannungswert und von den Streuungen der Transistorparameter abhängt. Damit die Übertragungsfunktion des Transfergatters linear und streuungsunabhängig bleibt, muss die nachfolgende Schaltung, in der Regel ein Verstärker, einen hohen Eingangswiderstand besitzen (Abb. 1.113).

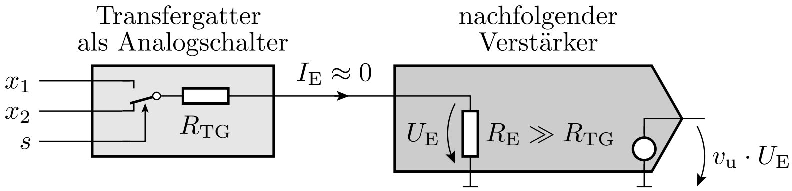
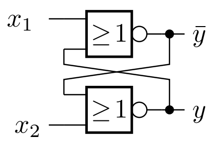


Abb. 1.113. Einsatz eines Transfergatters als Analogschalter

1.6.4 Speicherzellen

Eine Speicherzelle besitzt gegenüber einem einfachen Logikgatter die Zusatzfunktion, dass sie sich ihren Zustand merken kann. Die Schaltung in Abb. 1.114 wird als RS-Flipflop bezeichnet. Sie besitzt drei genutzte Betriebsarten:

- Setzen: Einstellen einer »1« am Ausgang,
- Rücksetzen: Einstellen einer »0« am Ausgang und
- Speichern.



Betriebsart	x_1	x_2	y	$\bar{y}$
Setzen	1	0	1	0
Rücksetzen	0	1	0	1
Speichern	0	0	y^*	$\bar{y}^*$
Vermeiden	1	1	0	0

y^*, $\bar{y}^*$ – Beibehaltung des bisherigen Wertes

Abb. 1.114. RS-Flipflop

Die vierte Eingabemöglichkeit, bei der die beiden Ausgänge $y = \bar{y} = 0$ sind, ist zu vermeiden. Denn zum einen ist diese Ausgabe nicht sinnvoll. Zum anderen kippt die Speicherzelle, wenn beide Eingänge zeitgleich auf »0« wechseln, in einen zufälligen Zustand. RS-Flipflops werden hauptsächlich in Blockspeichern eingesetzt (siehe später Abschnitt 3.2.5).

In einer frei strukturierten Digitalschaltung werden D-Flipflops bevorzugt. Ein D-Flipflop hat nur zwei Betriebsarten:

- Datenübernahme und
- Speichern.

Das D-Flipflop in Abb. 1.115 besteht aus einem Multiplexer und zwei Invertern. Für $s = 0$ ist die Ersatzschaltung ein Ring aus zwei Invertern, der sich entweder im Zustand $y = 1$ oder $y = 0$ befindet. Für $s = 1$ ist die Ersatzschaltung ein offene Kette von zwei Invertern, die den direkten und den negierten Eingabewert ausgibt und diesen Zustand beim Wechsel nach $s = 0$ beibehält.

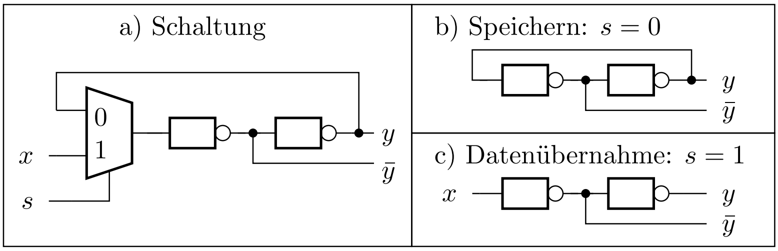


Abb. 1.115. D-Flipflop

1.6.5 Zusammenfassung und Übungsaufgaben

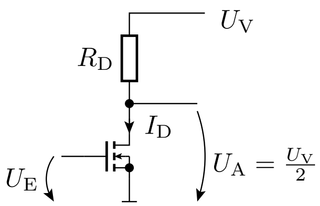
Ein MOS-Transistor ist ein Halbleiterbauelement, in dem die Leitfähigkeit eines Kanals von einer elektrischen Spannung gesteuert wird. Der Kanal verhält sich wie ein Zwischending zwischen einer gesteuerten Stromquelle und einem gesteuerten Widerstand. Wegen der Nichtlinearität der Strom-Spannungs-Beziehung ist die Realisierung linearer Schaltungen, z.B. von Verstärkern, mit MOS-Transistoren schwieriger als mit Bipolartransistoren. Dafür sind MOS-Transistoren nahezu ideale Schalter, sowohl für die Steuerung großer Lasten als auch für die Realisierung von Logikgattern. Weiterführende und ergänzende Literatur siehe [7, 8, 10, 12, 16, 18, 19, 20, 21, 26, 28, 32, 34, 36, 37, 41, 43].

Aufgabe 1.31

Suchen Sie im Internet die Datenblätter der MOS-Transistoren FDV301N, FDV302P und PHP6N03LT. Handelt es sich um NMOS- oder PMOS-Transistoren? Wie groß sind jeweils der typische Einschaltwiderstand (mit der zugehörigen Gate-Source-Spannung), der Parameter β, die Einschaltspannung, der betragsmäßig größte zulässige Drain-Strom und die maximale Verlustleistung?

Aufgabe 1.32

In dem einfachen MOS-Verstärker in Abb. 1.116 ist der Arbeitspunkt so einzustellen, dass zwischen Drain und Source und über dem Arbeitswiderstand R_D jeweils die halbe Versorgungsspannung abfällt.



$U_\mathrm{V} = 5\,\mathrm{V}$
$R_\mathrm{D} = 1\,\mathrm{k\Omega}$
$\beta_\mathrm{N} = \frac{20\,\mathrm{mA}}{\mathrm{V}^2}$
$U_\mathrm{TN} = 1\,\mathrm{V}$

Abb. 1.116. Schaltung zu Aufgabe 1.32

a) Welche Eingangsspannung U_E muss hierzu angelegt werden?
b) Wie groß ist die Spannungsverstärkung v_u im Arbeitspunkt?

Hinweis: Ob der Transistor im Abschnürbereich oder im aktiven Bereich arbeitet, soll durch Probieren herausgefunden werden. Für die erste Berechnung ist der Arbeitsbereich des Transistors zu erraten oder auszuwürfeln. Nach Abschluss der Berechnung ist zu kontrollieren, ob die Annahme richtig war. Wenn nicht, ist die Rechnung mit dem anderen Arbeitsbereich zu wiederholen.

Aufgabe 1.33

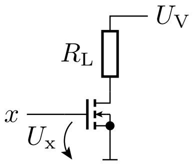
Bestimmen Sie aus der quadratischen Gleichung 1.164

$$U_\mathrm{A} = U_\mathrm{V} - \frac{\beta_\mathrm{N} \cdot R_\mathrm{D}}{2} \cdot \left(U_\mathrm{E} - U_\mathrm{TN} - \frac{R_\mathrm{S}}{R_\mathrm{D}} \cdot (U_\mathrm{V} - U_\mathrm{A}) \right)^2$$

die Übertragungsfunktion

$$U_\mathrm{A} = f\left(U_\mathrm{E}\right)$$

des linearisierten MOS-Verstärkers. Unter welcher Bedingung ist die Übertragungsfunktion näherungsweise linear?



$R_L = 10\,\Omega$	$U_V = 10\,\text{V}$
$\beta_N = 1\,\frac{\text{A}}{\text{V}^2}$	$U_{x=1} = 5\,\text{V}$
$U_{TN} = 1\,\text{V}$	$U_{x=0} = 0\,\text{V}$

Abb. 1.117. Schaltung zu Aufgabe 1.34

Aufgabe 1.34

Für eine stufenlose Leistungssteuerung sind in Abb. 1.117 die Schaltung, die Bauteilparameter, die Versorgungsspannung und die Steuerspannungen der beiden Logikwerte vorgegeben.

a) Wie groß ist der Einschaltwiderstand des MOS-Transistors?
b) Welche relative Pulsweite ist erforderlich, damit im Lastwiderstand eine Leistung von $P_A = 3\,\text{W}$ umgesetzt wird?
c) Welche Leistung wird dabei im Transistor umgesetzt?

Aufgabe 1.35

Entwickeln Sie ein FCMOS-Gatter mit minimaler Transistoranzahl und

a) der Funktion

$$y = \overline{((x_1 \wedge x_2) \vee x_3) \wedge (x_4 \vee x_5)}$$

b) der Funktion

$$y = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \overline{(x_1 \vee (x_2 \wedge x_3))}$$

1.7 Schaltungen mit Operationsverstärkern

Ein Operationsverstärker ist ein Differenzverstärker mit der Funktion

$$U_A = v_0 \cdot \Delta U_E \;\text{ mit }\; \Delta U_E = U_{E+} - U_{E-} \tag{1.196}$$

(U_{E+}, U_{E-} – Eingangsspannungen; U_A – Ausgangsspannung; v_0 – Verstärkung des Operationsverstärkers), der im Idealfall folgende Eigenschaften besitzt:

- unbegrenzt hohe Verstärkung:

$$v_0 \to \infty \tag{1.197}$$

- vernachlässigbar kleine Eingangsströme:

$$I_{E+} = 0; \quad I_{E-} = 0 \tag{1.198}$$

Reale Operationsverstärker sind (integrierte) Schaltungen aus zahlreichen Bipolar- oder MOS-Transistoren, die diese Eigenschaften in einem begrenzten Arbeitsbereich

$$U_{\mathrm{Emin}} < U_{\mathrm{E+}} < U_{\mathrm{Emax}} \tag{1.199}$$

$$U_{\mathrm{Emin}} < U_{\mathrm{E-}} < U_{\mathrm{Emax}} \tag{1.200}$$

$$U_{\mathrm{Amin}} < U_{\mathrm{A}} < U_{\mathrm{Amax}} \tag{1.201}$$

gut annähern. Die Verstärkung realer Operationsverstärker liegt in der Größenordnung $v_0 \approx 10^3 \ldots 10^5$ und die Eingangsströme im Nanoamperebereich. Aus der Begrenzung der Ausgangsspannung und der hohen Verstärkung folgt, dass ein Operationsverstärker nur in einem winzigen Bereich der Differenzeingangsspannung als Verstärker arbeitet:

$$\frac{U_{\mathrm{Amin}}}{v_0} < \Delta U_{\mathrm{E}} < \frac{U_{\mathrm{Amax}}}{v_0} \tag{1.202}$$

Für kleinere Differenzen der Eingangsspannung ist die Ausgangsspannung gleich ihrem Minimalwert und für größere Differenzen gleich ihrem Maximalwert (Abb. 1.118 b).

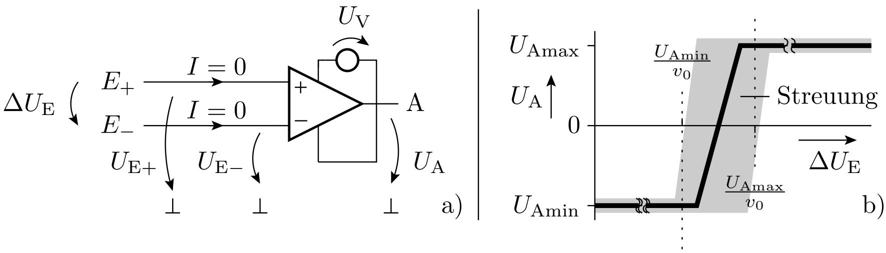


Abb. 1.118. Operationsverstärker a) Schaltzeichen und Anschlussbezeichnungen b) Übertragungsfunktion

Ein Operationsverstärker ist ein aktives Bauteil, das eine Versorgungsspannung benötigt. Die Versorgungsspannung liegt typischerweise in der Größenordnung von 3 bis 30 V und begrenzt die zulässigen Wertebereiche der Eingangsspannungen und der Ausgangsspannung. Genaueres ist dem Datenblatt des jeweiligen Operationsverstärkers zu entnehmen. Die Versorgungsspannungen der Operationsverstärker werden in Schaltplänen oft nicht eingezeichnet, dürfen jedoch in der aufgebauten Schaltung nicht fehlen.

Der Bezugspunkt (⊥) für die Ausgangsspannung ist in Abb. 1.118 nicht am Operationsverstärker angeschlossen. Verwendet der Operationsverstärker intern den positiven oder den negativen Versorgungsanschluss oder die halbe Versorgungsspannung als Bezugspunkt? Die Antwort darauf lautet: Es ist egal! Bei einem idealen Operationsverstärker mit $v_0 \to \infty$ springt die Ausgangsspannung am Umschaltpunkt zwischen dem Minimalwert und dem Maximalwert und hängt damit nicht vom Bezugspunkt ab. Bei einem realen Operationsverstärker haben die Abweichungen des realen Verhaltens vom Idealverhalten einen größeren Einfluss auf die Übertragungsfunktion als die Lage des Bezugspunktes.

1.7.1 Nichtinvertierender Verstärker

Ein nichtinvertierender Verstärker besitzt eine positive Verstärkung, die durch zwei Widerstände R_1 und R_2 eingestellt wird (Abb. 1.119 a). Der Eingangsstrom ist Null. Innerhalb des zulässigen Wertebereichs der Ausgangsspannung bildet er eine spannungsgesteuerte Spannungsquelle nach (Abb. 1.119 b).

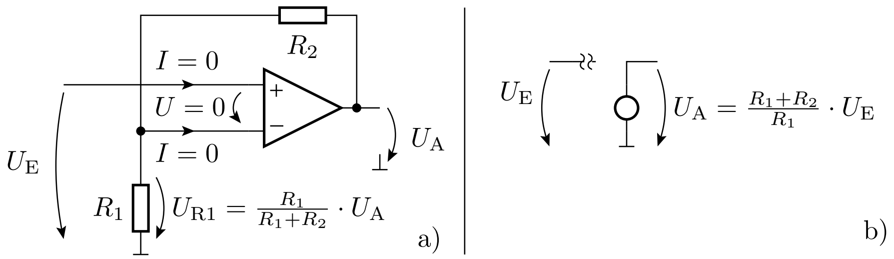


Abb. 1.119. Nichtinvertierender Verstärker a) Schaltung b) Ersatzschaltung

Am Eingang E_+ liegt die Eingangsspannung und am Eingang E_- die heruntergeteilte Ausgangsspannung an:

$$U_{E+} = U_E \tag{1.203}$$

$$U_{E-} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_A \tag{1.204}$$

Eingesetzt in die Übertragungsfunktion des idealen Operationsverstärkers Gleichung 1.196 ergibt sich die Übertragungsfunktion

$$U_A = v_0 \cdot \left(U_E - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_A \right)$$

$$U_A = \frac{1}{\frac{1}{v_0} + \frac{R_1}{R_1+R_2}} \cdot U_E \tag{1.205}$$

Für eine ausreichend hohe Verstärkung

$$v_0 \gg \frac{R_1 + R_2}{R_1} \tag{1.206}$$

ist der Term $1/v_0$ vernachlässigbar, so dass die Spannungsverstärkung ausschließlich durch die beiden Widerstände festgelegt wird:

$$U_{\mathrm{A}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot U_{\mathrm{E}} \tag{1.207}$$

Gleichung 1.207 lässt sich auch einfacher herleiten. Der Spannungsteiler aus den Widerständen R_1 und R_2 führt eine heruntergeteilte Ausgangsspannung auf den invertierenden Eingang und wirkt damit der Ausgangsspannungsänderung entgegen. Das ist ein Regelkreis, der in der Elektronik als Rückkopplung bezeichnet wird. Bei einem rückgekoppelten Operationsverstärker regelt sich die Ausgangsspannung so ein, dass die Differenzeingangsspannung auf einen Wert nahe Null kompensiert wird:

$$\mathit{\Delta} U_{\mathrm{E}} = U_{\mathrm{E+}} - U_{\mathrm{E-}} = \frac{U_{\mathrm{A}}}{v_0} \to 0 \tag{1.208}$$

Die Grundgleichung für die Analyse rückgekoppelter Operationsverstärkerschaltungen lautet

$$U_{\mathrm{E+}} = U_{\mathrm{E-}} \tag{1.209}$$

Mit den Gleichungen 1.203 und 1.204 für die Spannungen an den Operationsverstärkereingängen ergibt sich

$$U_{\mathrm{E}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_{\mathrm{A}} \tag{1.210}$$

Die Übertragungsfunktion Gleichung 1.207 ist sofort ablesbar.

In elektronischen Schaltungen und Bauteilen verbergen sich oft – wie hier bei einem rückgekoppelten Operationsverstärker – Regelkreise. Regelkreise vereinfachen die nach außen hin sichtbare Funktion, beseitigen Nichtlinearitäten und gleichen Bauteilstreuungen aus. Aber sie bergen auch eine Gefahr in sich. Sie können instabil sein. Dann passiert vereinfacht Folgendes: Eine Ausgabeabweichung vom stationären Zustand wird überkorrigiert und verursacht eine noch größere Ausgabeabweichung mit umgekehrtem Vorzeichen. Das wiederholt sich so lange, bis die Ausgabe periodisch zwischen ihren Maximalwerten hin und her schwingt, ohne dass ein stationärer Zustand erreicht wird. Die hier behandelten Schaltungen sind bei fehlerfreiem Aufbau stabil.

1.7.2 Invertierender Verstärker

Ein invertierender Verstärker besitzt eine negative Verstärkung, die durch die beiden Widerstände R_1 und R_2 eingestellt wird (Abb. 1.120 a). Der Eingang E_+ ist mit dem Bezugspunkt ($\perp$) verbunden. Über den Rückkopplungswiderstand R_2 stellt sich am Eingang E_- gleichfalls das Potenzial Null ein, so dass über dem Widerstand R_1 die Eingangsspannung U_{E} und über dem Widerstand R_2 die Ausgangsspannung U_{A} anliegt. Gleichzeitig gilt der Knotensatz:

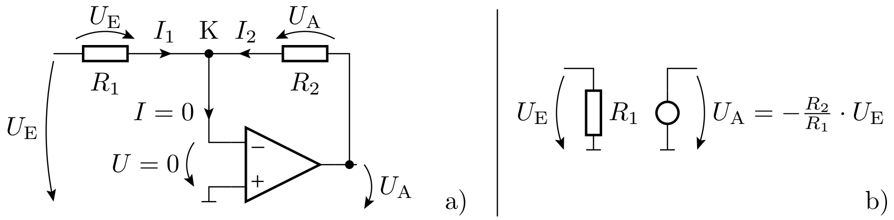


Abb. 1.120. Invertierender Verstärker a) Schaltung b) Ersatzschaltung

$$\mathrm{K}: I_1 + I_2 = 0 \tag{1.211}$$

Der Strom I_1 ist das Verhältnis aus der Eingangsspannung und R_1. Der Strom I_2 ist das Verhältnis aus der Ausgangsspannung und R_2:

$$\frac{U_\mathrm{E}}{R_1} + \frac{U_\mathrm{A}}{R_2} = 0 \tag{1.212}$$

Umgestellt nach der Ausgangsspannung lautet die Übertragungsfunktion

$$U_\mathrm{A} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_\mathrm{E} \tag{1.213}$$

Die Ersatzschaltung des invertierenden Verstärkers ist genau wie beim nichtinvertierenden Verstärker eine spannungsgesteuerte Spannungsquelle, nur mit einer negativen Verstärkung. Der Eingangswiderstand der Ersatzschaltung ist gleich dem Widerstand R_1 (Abb. 1.120 b).

1.7.3 Analoge Addition und Subtraktion

Abbildung 1.121 zeigt die Schaltung und die Ersatzschaltung eines Summationsverstärkers. Im Knoten K summieren sich die Ströme $I_{\mathrm{E}.i}$, die proportional zu den Eingangsspannungen $U_{\mathrm{E}.i}$ sind, und ein Strom I_2, der sich proportional zur Ausgangsspannung verhält:

$$\mathrm{K}: I_\mathrm{E1} + I_\mathrm{E2} + I_2 = 0 \tag{1.214}$$

Ersetzt durch die Quotienten aus Spannung und Widerstand

$$\frac{U_\mathrm{E1}}{R_\mathrm{E1}} + \frac{U_\mathrm{E2}}{R_\mathrm{E2}} + \frac{U_\mathrm{A}}{R_2} = 0 \tag{1.215}$$

ergibt sich, dass die Ausgangsspannung eine gewichtete Summe der Eingangsspannungen ist:

$$U_\mathrm{A} = -\left(\frac{R_2}{R_\mathrm{E1}} \cdot U_\mathrm{E1} + \frac{R_2}{R_\mathrm{E2}} \cdot U_\mathrm{E2}\right) \tag{1.216}$$

Das Prinzip lässt sich auch auf die Bildung der Summe von mehr als zwei Eingangsspannungen erweitern.

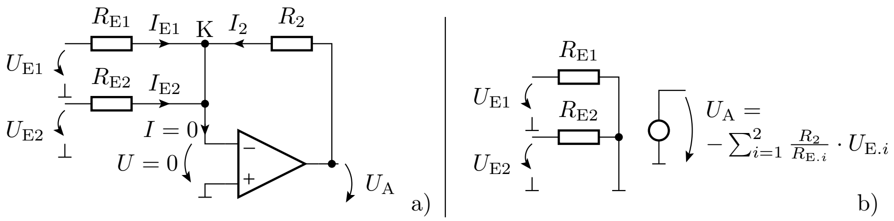


Abb. 1.121. Summationsverstärker a) Schaltung b) Ersatzschaltung

Eine Subtraktion kann auf zwei Wegen nachgebildet werden. Eine Möglichkeit ist die Invertierung des Minuenden mit einem invertierenden Verstärker und eine nachfolgende Addition mit dem Subtrahenden durch einen Summationsverstärker, der nach Gleichung 1.216 die Summe zusätzlich negiert. Die Alternative ist der Differenzverstärker.

In einem als Differenzverstärker beschalteten Operationsverstärker wird die Spannung des Minuenden auf den Eingang E_+ und die Spannung des Subtrahenden auf den Eingang E_- geführt. Der Eingang E_- dient weiterhin zur Rückkopplung, d.h. zur Einstellung der Verstärkung. Ohne weitere Beschaltung stellen sich an den beiden Operationsverstärkereingängen folgende Spannungen ein:

$$U_{E+} = U_{E1};\ U_{E-} = U_{E2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (U_A - U_{E2}) \tag{1.217}$$

Eingesetzt in Gleichung 1.209 ergibt sich die noch nicht ganz perfekte Übertragungsfunktion (Abb. 1.122 a)

$$U_A = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot U_{E1} - U_{E2} \right) \tag{1.218}$$

Wenn man jedoch die Spannung U_{E1} vor dem Operationsverstärker mit einem Spannungsteiler auf

$$U_{E+} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{E1} \tag{1.219}$$

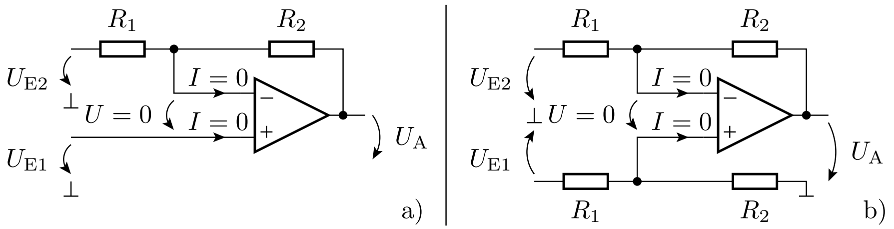


Abb. 1.122. Differenzverstärker a) erster Entwurf b) korrigierte Schaltung

reduziert (Abb. 1.122 b), wird genau die Differenz gebildet und verstärkt:

$$U_\mathrm{A} = \frac{R_2}{R_1} \cdot (U_\mathrm{E1} - U_\mathrm{E2}) \tag{1.220}$$

1.7.4 Komparator und Schmitt-Trigger

Ein Komparator bildet eine Spannung (oder eine andere physikalische Größe) mit einem stetigen Wertebereich auf eine zweiwertige Ausgabegröße ab:

$$A = \begin{cases} 0 \text{ wenn } U_\mathrm{E} < U_{\mathrm{E}*} \\ 1 \text{ sonst} \end{cases} \tag{1.221}$$

($U_{\mathrm{E}*}$ – Schaltsschwelle des Komparators).

Ein Operationsverstärker mit der Eingangsspannung an E_+ und der Spannung mit der Schaltschwelle $U_{\mathrm{E}*}$ am Eingang E_- bildet dieses Verhalten sehr gut nach (Abb. 1.123). Für kleine Eingangsspannungen

$$U_\mathrm{E} < U_\mathrm{E0max} \tag{1.222}$$

ist die Ausgangsspannung gleich ihrem Minimalwert U_Amin und für große Eingangsspannungen

$$U_\mathrm{E} > U_\mathrm{E1min} \tag{1.223}$$

gleich ihrem Maximalwert U_Amax. Nur in dem schmalen Zwischenbereich

$$U_\mathrm{E1min} - U_\mathrm{E0max} = \frac{U_\mathrm{Amax} - U_\mathrm{Amin}}{v_0} \quad \text{mit } v_0 \to \infty \tag{1.224}$$

weicht das reale Verhalten vom Idealverhalten nach Gleichung 1.221 ab.

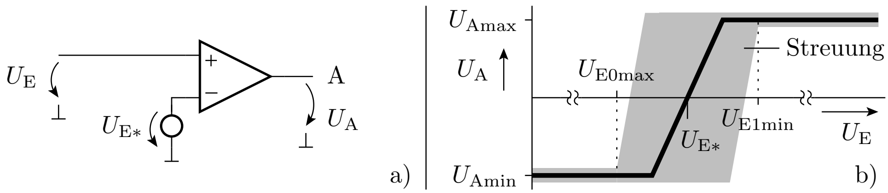


Abb. 1.123. Operationsverstärker als Komparator a) Schaltung b) Übertragungsfunktion

Im Zwischenbereich wird die Ausgabe von sehr kleinen Eingabeänderungen und Parameterstreuungen und damit auch vom thermischen Rauschen und anderen Störungen beeinflusst. Der logische Ausgabewert ist unbestimmt

(Abb. 1.124 a). Das lässt sich vermeiden, indem die Einschaltschwelle gegenüber der Ausschaltschwelle erhöht wird. Wenn die Eingangsspannung die Einschaltschwelle überschreitet, verschiebt sich die Schaltschwelle nach unten. Die Schaltung kippt in ihren anderen Zustand. Beim Absinken der Eingabe unter die Ausschaltschwelle erhöht sich die Schaltschwelle und die Schaltung kippt zurück in den ersten Zustand. Die Ausgangsspannung ist im stationären Zustand entweder »0« oder »1«. Die Differenz zwischen der Einschaltschwelle und der Ausschaltschwelle wird als Hysterese und ein Komparator mit Hysterese als Schmitt-Trigger bezeichnet (Abb. 1.124 b).

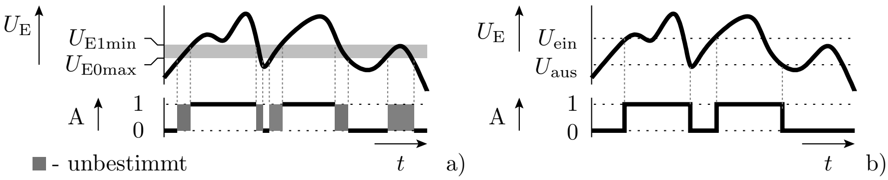


Abb. 1.124. Funktion eines Komparators a) ohne Hysterese b) mit Hysterese

Abbildung 1.125 zeigt die Schaltung eines invertierenden Komparators mit Hysterese. Die Schaltschwellen werden mit Hilfe einer zusätzlichen Quellenspannung U_H und eines Spannungsteilers aus der Ausgangsspannung des Operationsverstärkers gebildet. Der Komparator schaltet ein (die negierte Ausgabe wechselt auf »0«), wenn die Eingangsspannung die Einschaltschwelle

$$U_{ein} = U_H + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (U_{Amax} - U_H) \tag{1.225}$$

überschreitet. Denn in dem Moment sinkt die Ausgangsspannung und mit ihr das Potenzial am Eingang E_+ des Operationsverstärkers. Der Ausgabewert wechselt erst wieder auf »1«, wenn die Eingangsspannung die niedrigere Ausschaltschwelle

$$U_{aus} = U_H + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (U_{Amin} - U_H) \tag{1.226}$$

unterschreitet.

Beispiel 1.4: *Für die Schaltung in Abb. 1.125 ist Folgendes gegeben:*

$$U_{Amax} = U_V = 5\,\mathrm{V} \qquad U_{ein} = 3\,\mathrm{V}$$
$$U_{Amin} = 0 \qquad U_{aus} = 2\,\mathrm{V}$$

Gesucht ist die komplette Operationsverstärkerbeschaltung mit allen Bauteilparametern.

Für die Schaltung muss nach den Gleichungen 1.225 und 1.226 gelten

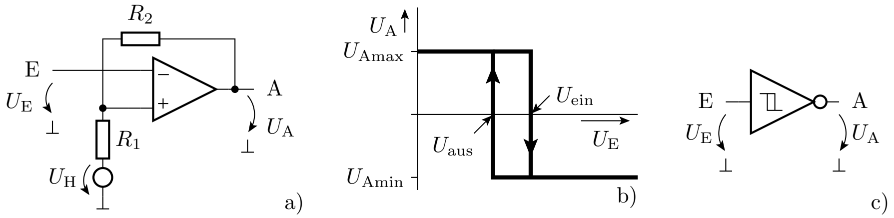


Abb. 1.125. Invertierender Komparator mit Hysterese (Schmitt-Trigger) a) Beispielschaltung b) Funktion c) Symbol

$$
\begin{aligned}
3\,\mathrm{V} &= U_\mathrm{H} + k \cdot (5\,\mathrm{V} - U_\mathrm{H}) \\
2\,\mathrm{V} &= U_\mathrm{H} + k \cdot (-U_\mathrm{H})
\end{aligned}
$$

(k – Spannungsteilerverhältnis der Widerstände R_1 und R_2). Das ist ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten. Das Spannungsteilerverhältnis k ergibt sich aus der Differenz der beiden Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
3\,\mathrm{V} - 2\,\mathrm{V} &= (U_\mathrm{H} + k \cdot (5\,\mathrm{V} - U_\mathrm{H})) - (U_\mathrm{H} + k \cdot (-U_\mathrm{H})) \\
k &= 0{,}2
\end{aligned}
$$

Zur Bestimmung von U_H wird zuerst U_H in beiden Gleichungen auf die linke Seite gebracht und dann der Quotient der Gleichungen gebildet:

$$
\begin{aligned}
\frac{3\,\mathrm{V} - U_\mathrm{H}}{2\,\mathrm{V} - U_\mathrm{H}} &= \frac{5\,\mathrm{V} - U_\mathrm{H}}{-U_\mathrm{H}} \\
U_\mathrm{H} &= 2{,}5\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

Der Strom durch den Spannungsteiler hat nach unserem Berechnungsmodell keinen Einfluss auf die Funktion. Als Widerstandswerte könnten z.B. $R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$ und $R_2 = 40\,\mathrm{k\Omega}$ gewählt werden. Der Zweipol aus der 2,5 V-Quelle und R_1 kann abschließend durch einen Zweipol mit der Versorgungsspannung $U_\mathrm{V} = 5\,\mathrm{V}$ als Quelle und einem Spannungsteiler mit einem Teilerverhältnis von 0,5 ersetzt werden (Abb. 1.126).

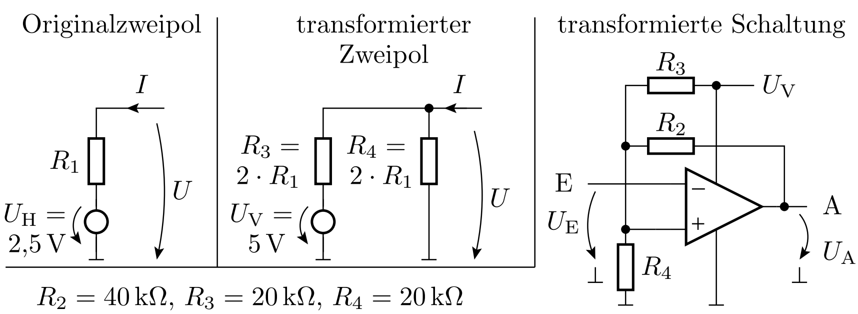


Abb. 1.126. Ersetzen der Hilfsspannung U_H in Abb. 1.125 durch einen Spannungsteiler

1.7.5 Digital/Analog-Umsetzer

Die Informationsverarbeitung erfolgt heute überwiegend digital, z.B. mit einem Rechner. Die Verbindung zwischen der analogen Verarbeitung – Signalerfassung mit Sensoren, Verstärkung etc. – und der digitalen Verarbeitung bilden die Digital/Analog- und die Analog/Digital-Umsetzer.

Ein Digital/Analog-Umsetzer bildet einen Bitvektor

$$\mathbf{x} = x_{n-1}\, x_{n-2}\, \ldots\, x_0\,, \tag{1.227}$$

der eine Binärzahl mit dem Wert

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot 2^i \tag{1.228}$$

darstellt, auf eine zum Wert proportionale Spannung ab:

$$U_{\mathrm{A}}(\mathbf{x}) = \frac{U_{\mathrm{ref}}}{2^n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot 2^i \tag{1.229}$$

($x_i \in \{0,\, 1\}$ – Binärziffern; n – Bitanzahl; U_{ref} – Referenzspannung; Abb. 1.127).

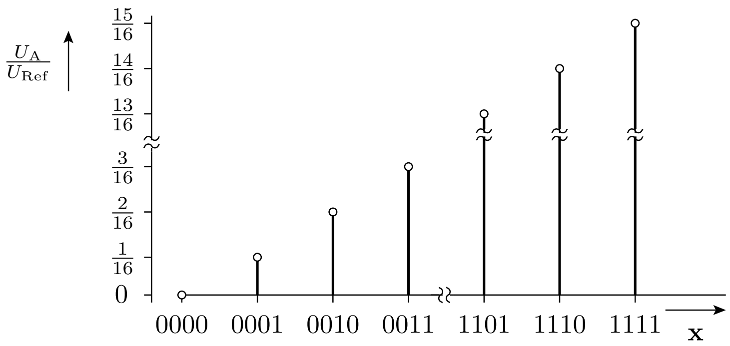


Abb. 1.127. Digital/Analog-Umsetzung

Die hier betrachtete Schaltung besteht aus Stromquellen der Stärke

$$I_i = \frac{U_{\mathrm{ref}}}{R} \cdot 2^{i-n} \tag{1.230}$$

für die Bereitstellung von n binär abgestuften Strömen, einem Summationsverstärker und Transistorschaltern, die die Ströme wahlweise in den Summationspunkt leiten oder nicht. In der Schaltung in Abb. 1.128 a sind die Stromquellen Widerstände, über denen die konstante Referenzspannung U_{ref} abfällt.

Die Transistorschalter leiten alle Ströme I_i mit $x_i = 1$ zum Summationspunkt K. Der Einschaltwiderstand R_{DS} der Transistoren muss dabei gegenüber den Widerständen R_i vernachlässigbar sein (Abb. 1.128 b). Der Summationsverstärker negiert die Ausgangsspannung:

$$U_{\mathrm{A}} = -R \cdot \sum_{i=0}^{n-1} I_i \cdot x_i \tag{1.231}$$

Um eine positive Ausgangsspannung zu erhalten, wird ein invertierender Verstärker nachgeschaltet.

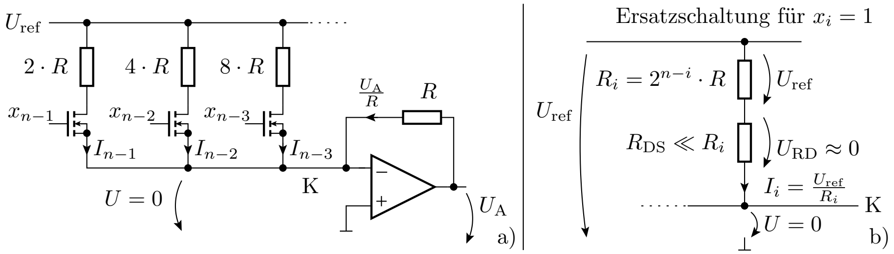


Abb. 1.128. Digital/Analog-Umsetzer a) Schaltung b) Ersatzschaltung für einen einzelnen Strom I_{i}, der zum Summationspunkt K geleitet wird

Ein Digital/Analog-Umsetzer ist nur so genau wie die binär abgestuften Widerstandsverhältnisse. Es ist sehr schwierig, Widerstände mit exakten Widerstandsverhältnissen zu fertigen, wenn sich ihre Werte um Größenordnungen unterscheiden. Bei Soll-Werten in derselben Größenordnung ist das wesentlich einfacher. Deshalb wird eine andere Schaltungsvariante für die Erzeugung der in Zweierpotenzen abgestuften Ströme bevorzugt, ein R2R-Netzwerk. Ein R2R-Netzwerk ist eine Spannungsteilerkette, die die eingangsseitige Referenzspannung fortlaufend halbiert (Abb. 1.129). Die Umschalter an den Fußpunkten der nach unten führenden Widerstände sind NMOS-Transistoren, die die Ströme bei $x_i = 1$ zum Summationspunkt K und bei $x_i = 0$ direkt zum Bezugspunkt weiterleiten.

1.7.6 Analog/Digital-Umsetzer

Für die Analog-/Digital-Umsetzung gibt es zwei Grundstrategien:

- parallele Umsetzung und
- serielle Umsetzung.

Parallelumsetzer

Ein Parallelumsetzer vergleicht den analogen Eingabewert gleichzeitig mit allen Vergleichsspannungen und ordnet den Digitalwert in einem Schritt zu. In

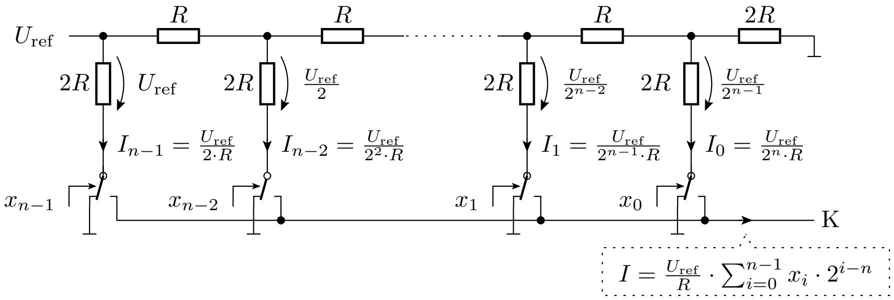


Abb. 1.129. Erzeugung der in Zweierpotenzen abgestuften Ströme mit einem R2R-Netzwerk

Abb. 1.130 werden die Vergleichswerte von einer Spannungsteilerkette erzeugt. Jeder Vergleichswert besitzt einen eigenen Komparator. Ein n-Bit-Umsetzer

- unterscheidet 2^n Digitalwerte und
- benötigt dazu $2^n - 1$ Komparatoren.

Der offensichtliche Nachteil des Parallelumsetzers ist der exponentiell wachsende Schaltungsaufwand mit der Bitanzahl des erzeugten Bitvektors.

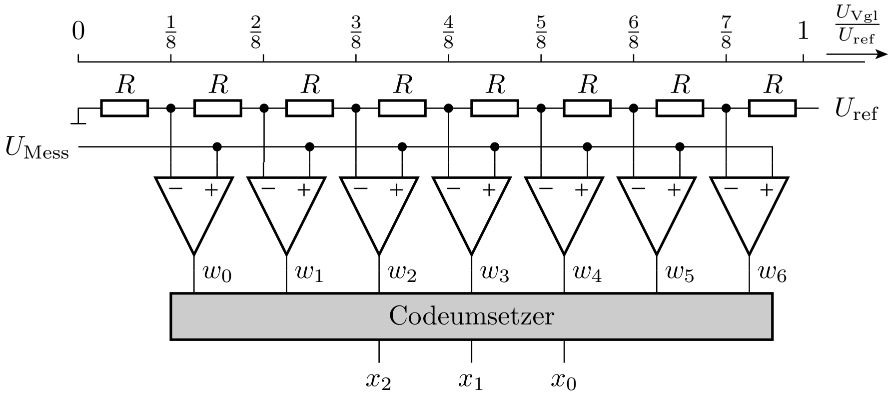


Abb. 1.130. Paralleler Analog/Digital-Umsetzer

Die Ausgabe der Komparatoren wird anschließend mit einer digitalen Schaltung in eine Binärzahl umgewandelt. Für den Analog/Digital-Umsetzer in Abb. 1.130 hat diese Schaltung die Funktion

Komparatorausgabe $w_6w_5\,w_4w_3w_2\,w_1w_0$	Ergebnis $x_2x_1x_0$	Komparatorausgabe $w_6w_5\,w_4w_3w_2\,w_1w_0$	Ergebnis $x_2x_1x_0$
0000000	000	0001111	100
0000001	001	0011111	101
0000011	010	0111111	110
0000111	011	1111111	111

Aus der in der Tabelle dargestellten Logikfunktion werden im nächsten Entwurfsschritt logische Gleichungen extrahiert, für die dann eine Schaltung aus logischen Gattern zu entwerfen ist.

Serieller Analog/Digital-Umsetzer

Ein serieller Analog/Digital-Umsetzer führt die Vergleiche mit den Vergleichsspannungen nacheinander aus. Er benötigt nur einen Komparator, dafür aber zusätzlich einen Digital/Analog-Umsetzer, der die Vergleichswerte bereitstellt, eine Ablaufsteuerung und eine längere Umsetzungszeit.

Die digitale Steuerung stellt in jedem Umsetzungsschritt einen neuen Vergleichswert bereit, der in einen analogen Wert umgewandelt und mit dem Messwert verglichen wird. Anhand des Vergleichsergebnisses

$$v = \begin{cases} 0 \text{ wenn } U_{\text{Mess}} < U_{\text{Vgl}} \\ 1 \text{ sonst} \end{cases} \tag{1.232}$$

bestimmt die digitale Steuerung den Vergleichswert für den nächsten Umsetzungsschritt (Abb. 1.131).

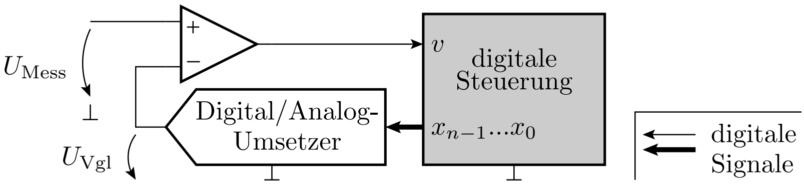


Abb. 1.131. Serieller Analog/Digital-Umsetzer

Der schnellste serielle Umsetzungsalgorithmus ist die sukzessive Approximation. Dieser Algorithmus benötigt für jedes Ergebnisbit einen Umsetzungsschritt. Im ersten Schritt wird der Messwert mit der halben Referenzspannung verglichen. Die Steuerung setzt dazu das höchstwertige Ergebnisbit auf »1« und die übrigen Ergebnisbits auf »0«. Ist der Messwert größer, wird die Vergleichsspannung im nächsten Schritt um ein Viertel der Referenzspannung erhöht, sonst um ein Viertel verringert. Im nächsten Schritt wird, wenn der

Messwert größer als die Vergleichsspannung ist, ein Achtel der Referenzspannung hinzugefügt, sonst abgezogen. Die Vergleichsspannung wird praktisch bitweise an den Messwert angeglichen (Abb. 1.132).

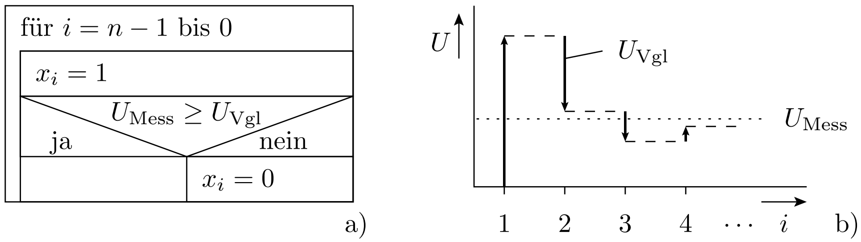


Abb. 1.132. Sukzessive Approximation a) Algorithmus b) Beispielablauf

1.7.7 Zusammenfassung und Übungsaufgaben

Ein Operationsverstärker ist ein erweiterter Differenzverstärker, der im Idealfall eine unbegrenzt hohe Verstärkung und vernachlässigbar kleine Eingangsströme besitzt. Mit Operationsverstärkern und einer geringen Zusatzbeschaltung lassen sich zahlreiche wichtige elektronische Funktionen realisieren: gesteuerte Quellen (Verstärker), analoge Rechenelemente, Schwellwertschalter, Digital/Analog-Umsetzer, Analog/Digital-Umsetzer und vieles mehr. Weiterführende und ergänzende Literatur siehe [9, 12, 14, 16, 18, 19, 20, 21, 28, 33, 37, 41, 43, 45, 46].

Aufgabe 1.36

Entwickeln Sie eine Schaltung mit einem Operationsverstärker, die die Ersatzschaltung in Abb. 1.133 hat, und zwar

a) mit den Parametern $v_{\mathrm{u}} = -10$ und $R_{\mathrm{E}} = 10\,\mathrm{k}\Omega$.
b) mit den Parametern $v_{\mathrm{u}} = 3$ und $R_{\mathrm{E}} = 100\,\mathrm{k}\Omega$.

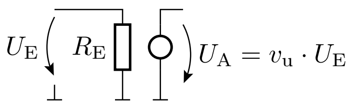
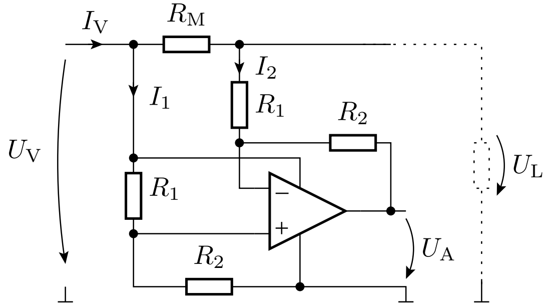


Abb. 1.133. Ersatzschaltung zu Aufgabe 1.36

Aufgabe 1.37

Abbildung 1.134 zeigt eine Schaltung zum Messen des Versorgungsstroms I_V.

a) In welcher Grundschaltung wird der Operationsverstärker betrieben?
b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem zu messenden Strom I_V und der Ausgangsspannung U_A?
c) Für welchen Bereich des Versorgungsstroms gilt dieser Zusammenhang?



$R_\mathrm{M} = 1\,\Omega$
$R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$
$R_2 = 100\,\mathrm{k\Omega}$
$U_\mathrm{V} = 10\,\mathrm{V}$
$0 \le U_\mathrm{E+} \le U_\mathrm{V}$
$0 \le U_\mathrm{E-} \le U_\mathrm{V}$
$0{,}1\,\mathrm{V} \le U_\mathrm{A} \le 0{,}9 \cdot U_\mathrm{V}$
$I_1 \ll I_\mathrm{V},\; I_2 \ll I_\mathrm{V}$

Abb. 1.134. Schaltung zu Aufgabe 1.37

Aufgabe 1.38

Entwickeln Sie mit Hilfe von Operationsverstärkern eine Schaltung mit der Funktion

$$U_\mathrm{A} = U_\mathrm{E1} + 2 \cdot U_\mathrm{E2} - U_\mathrm{E3} - 2 \cdot U_\mathrm{E4}$$

Der Eingangswiderstand soll an jedem Eingang

$$R_{\mathrm{E}.i} = \frac{U_{\mathrm{E}.i}}{I_{\mathrm{E}.i}} = 10\,\mathrm{k\Omega}$$

betragen.

Hinweis: Es werden mindestens zwei Operationsverstärker und 9 Widerstände benötigt.

Aufgabe 1.39

Konstruieren Sie eine Verstärkerschaltung, deren Verstärkung mit einem 2-Bit-Vektor in folgender Weise eingestellt werden kann:

$\mathbf{x} = (x_1\, x_0)$	11	10	01	00
$v_\mathrm{u} = \frac{U_\mathrm{A}}{U_\mathrm{E}}$	8	4	2	1

Hinweise:

- Die Aufgabe ist mit zwei Operationsverstärkern, zwei NMOS-Transistoren und vier Widerständen lösbar.
- Kontrollieren Sie abschließend, dass in allen Arbeitsbereichen, in denen einer der NMOS-Transistoren eingeschaltet ist, die folgenden Bedingungen für die Modellierung der Drain-Source-Strecke als eingeschalteter Schalter mit vernachlässigbar kleinem Widerstand erfüllt sind:
  - große positive Gate-Source-Spannung $U_{GS} \gg U_{TN} \approx 1\,\mathrm{V}$ und
  - Reihenwiderstand zur Drain-Source-Strecke von mehreren kΩ.

Aufgabe 1.40

Legen Sie für den invertierenden Komparator mit Hysterese in Abb. 1.135 die Widerstandswerte für R_1 und R_2 so fest, dass der Komparator die vorgegebene Einschaltschwelle und die vorgegebene Ausschaltschwelle besitzt.

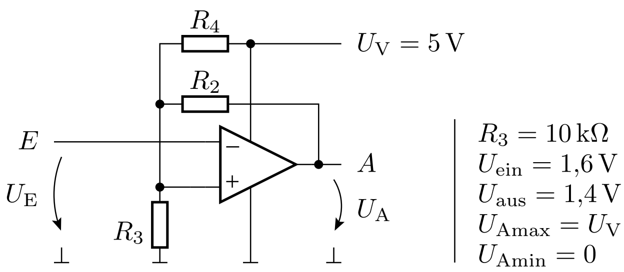


Abb. 1.135. Schaltung zu Aufgabe 1.40

http://www.springer.com/978-3-540-87840-7

Technische Informatik
Band 1: Elektronik
Kemnitz, G.
2009, XIV, 387 S. 367 Abb., Softcover
ISBN: 978-3-540-87840-7