

# Inhaltsverzeichnis

Vorkenntnisse und generell verwendete Bezeichnungen .....	xvii
---	------

## Teil I Tensoranalysis und Differentialformen

<b>1</b>	<b>Mannigfaltigkeiten .....</b>	<b>3</b>
A	Grundlagen aus der Topologie .....	4
B	Mannigfaltigkeiten .....	11
C	Tangentialraum und Differential .....	19
	Aufgaben .....	28
<b>2</b>	<b>Multilineare Algebra .....</b>	<b>33</b>
A	Dualität bei endlich dimensionalen Vektorräumen .....	33
B	Multilineare Abbildungen und Tensoren .....	37
C	Alternierende und symmetrische Abbildungen und Tensoren .....	42
	Aufgaben .....	51
<b>3</b>	<b>Tensorfelder und Differentialformen .....</b>	<b>53</b>
A	Tensorfelder auf Mannigfaltigkeiten .....	54
B	Alternierende $k$ -Formen und Orientierungen .....	59
C	RIEMANNSche und LORENTZsche Metriken .....	64
D	Flüsse und LIE-Ableitungen .....	67
	Aufgaben .....	72
<b>4</b>	<b>Integration und Differentiation von Differentialformen .....</b>	<b>77</b>
A	Zerlegung der Einheit .....	77
B	Mannigfaltigkeiten mit Rand .....	81
C	Integration auf Mannigfaltigkeiten .....	85
D	Die CARTANSche Ableitung .....	90
E	CARTAN-Kalkül auf RIEMANNSchen Mannigfaltigkeiten und klassische Vektoranalysis .....	96
F	Die MAXWELLSchen Gleichungen .....	99
G	Der allgemeine Satz von STOKES .....	105

H	Das POINCARÉ Lemma. Potentiale und Vektorpotentiale	110
	Aufgaben	114
<b>5</b>	<b>Geodätische und Krümmung</b>	121
A	Krümmung von Kurven in Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^n$	121
B	Krümmung von Hyperflächen des $\mathbb{R}^n$	126
C	Die kovariante Ableitung auf Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^n$	129
D	Die kovariante Ableitung auf Mannigfaltigkeiten	135
E	Die kovariante Ableitung auf pseudo-RIEMANNSchen Mannigfaltigkeiten	140
F	Geodätische auf pseudo-RIEMANNSchen Mannigfaltigkeiten	144
G	Krümmung von pseudo-RIEMANNSchen Mannigfaltigkeiten	150
H	Die EINSTEINSchen Gleichungen	157
	Aufgaben	161
<b>6</b>	<b>Koordinatenfreie Formulierungen der klassischen Mechanik</b>	167
A	Tangential- und Kotangentialbündel	168
B	EULER-LAGRANGEgleichungen	172
C	Symplektische Mannigfaltigkeiten	175
D	Der HAMILTONformalismus	183
E	Der LAGRANGEformalismus und die LEGENDREtransformation	188
	Aufgaben	194
<b>Teil II Funktionalanalysis und Integrationstheorie</b>		
<b>7</b>	<b>BANACH- und HILBERTräume</b>	199
A	Definitionen und Beispiele	200
B	Endlich-dimensionale normierte lineare Räume	210
C	Orthogonales Komplement	212
D	Vervollständigung von normierten linearen Räumen	215
E	Tensorprodukt von HILBERTräumen	216
	Aufgaben	221
<b>8</b>	<b>Beschränkte lineare Operatoren</b>	225
A	Beschränkte lineare Operatoren und Funktionale	225
B	Beschränkte lineare Funktionale auf normierten linearen Räumen	233
C	Beschränkte Formen auf HILBERTräumen und der adjungierte Operator	235
D	HERMITESche und unitäre Operatoren	239
E	Projektionsoperatoren	242
F	Beispiel: FOURIERtransformation und FOURIER-PLANCHEREL-Operator	245
	Aufgaben	250

<b>9</b>	<b>Einführung in die Spektraltheorie</b>	261
A	Spektrum und Resolvente	262
B	Spektrum beschränkter selbstadjungierter und unitärer Operatoren	268
C	Kompakte Operatoren	272
D	Spektrum kompakter Operatoren	276
E	FREDHOLMSche Integralgleichungen	283
	Aufgaben	293
<b>10</b>	<b>Maß und Integral</b>	299
A	Abstrakte Maßräume	300
B	Konstruktion von nichttrivialen Maßräumen	305
C	Messbare Funktionen	313
D	Das Integral für nichtnegative messbare Funktionen	316
E	Summierbare Funktionen	323
F	Die Rolle der stetigen Funktionen	333
G	Produktmaße und iterierte Integrale	338
	Aufgaben	344
<b>11</b>	<b>Distributionen und temperierte Distributionen</b>	349
A	Testfunktionen	350
B	Distributionen	355
C	Reguläre Distributionen	359
D	Lokalisierung und Träger	362
E	Konvergente Folgen von Distributionen	365
F	Substitution und Differentiation	368
G	FOURIERtransformation von Distributionen	372
	Aufgaben	377
<b>12</b>	<b>Einige spezielle Distributionen</b>	385
A	Distributionen nullter Ordnung	386
B	Schichten und mehrfache Schichten	389
C	Regularisierung divergenter Integrale und HADAMARDScher Hauptwert	401
D	Der CAUCHYSche Hauptwert	407
E	Regularisierung mittels analytischer Fortsetzung	410
F	Berechnung einiger FOURIERtransformierter	418
	Aufgaben	425
<b>13</b>	<b>Tensorprodukt und Faltung von Distributionen</b>	429
A	Tensorprodukt von Distributionen	429
B	Faltung von Distributionen	433
C	FOURIERtransformation von Tensor- und Faltungsprodukt	437
D	Anwendungen auf lineare Differentialgleichungen	439
	Aufgaben	450

**Unendliche Produkte von Maßen und Statistische Mechanik**  
    **von V. Bach** ..... 453

**Literaturverzeichnis** ..... 463

**Sachverzeichnis** ..... 467

Moderne mathematische Methoden der Physik

Band 1

Goldhorn, K.-H.; Heinz, H.-P.; Kraus, M.

2009, XXII, 473 S. 20 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-540-88543-6