

Vorwort

Von den aktuellen Reformbemühungen um die Verbesserung der Qualität und der Inhalte universitärer Ausbildung ist die Lehrerbildung in besonderem Maße betroffen. Die Ablösung der grundständigen Lehrerbildung durch konsekutiv strukturierte Modelle, in denen ein (polyvalent angelegtes) Bachelorstudium durch einen passend gestalteten Masterstudiengang zu einem Hochschulabschluss komplettiert werden kann, welcher nach den Bestimmungen der Lehramtsprüfungsordnungen als erste Staatsprüfung anerkannt wird, ist an den meisten Universitäten bereits erfolgt. Dabei nutzen die Hochschulen ihre Gestaltungsspielräume für individuell konzipierte Bachelor-Master-Modelle, deren Vielfalt sich nur schwer überschauen lässt. Ordnen wirkt aber der Leitgedanke der Polyvalenz der Bachelorphase, welche eine breitere fachwissenschaftliche Ausbildung erfordert, die – insbesondere im Bereich der Lehrämter für die Klassen 5 bis 13 (bzw. 12) – zum Teil deutlich über die Standards einer grundständigen Lehrerbildung hinausgeht. Derzeit gilt dies auch noch für das Lehramt an Grundschulen, allerdings ist zu erwarten, dass hier eine Verselbständigung erfolgen wird, infolge derer dann die Inhalte der Studiengänge für die Klassen 5 bis 10 näher an die Inhalte der Studiengänge für die gymnasiale Oberstufe und das Berufskolleg heranrücken – entsprechende Entwürfe liegen im Land NRW bereits vor.

Der Mathematikunterricht in der Oberstufe besteht hauptsächlich aus den beiden Gebieten „Lineare Algebra“ und „Analysis“, so dass man zu Beginn eines Studiums schon einige Vorkenntnisse zu diesen Themen mitbringt. Diese beiden Gebiete sind von zentraler Bedeutung für die weiterführenden Themenbereiche, ebenso aber für fast alle Anwendungsfelder der Mathematik. Es ist also sinnvoll und auch Tradition, der Linearen Algebra und der Analysis einen breiten Raum im Grundstudium eines jeden mit Mathematik befassten Studiengangs bereitzustellen, womit gleichzeitig auch unsere Zielgruppe definiert wäre.

Im vorliegenden Buch sind beide Gebiete in zwei unabhängigen Teilen dargestellt, so dass man entweder mit der Analysis oder mit der Linearen Algebra beginnen kann. Natürlich gibt es zahlreiche Bezüge zwischen diesen beiden Gebieten, denn vielfach stammen Motivationen und Beispiele für Begriffsbildungen der Linearen Algebra aus der Analysis, und diese Begriffsbildungen und damit verbundenen Theorieentwicklungen wiederum erweisen sich als nützlich in der Analysis. Trotzdem sind die beiden Teile des Buchs mit den notwendigsten Grundkenntnissen aus dem Mathematikunterricht in der Oberstufe unabhängig voneinander zu bearbeiten. Treten trotzdem ohne weitere Erklärung Begriffe auf, die den Studierenden

weder in der Schule noch in anderen einführenden Lehrveranstaltungen an der Hochschule bereits begegnet oder aber in Vergessenheit geraten sind (z. B. der Begriff des Körpers der reellen Zahlen, die trigonometrischen Additionstheoreme oder das Rechnen mit Logarithmen), dann kann man solche Begriffe leicht in einem (mathematischen) Lexikon nachschlagen. Man könnte auch die beiden folgenden einführenden Bücher der gleichen Autoren zu Rate ziehen:

- Elemente der Arithmetik und Algebra, Spektrum Akad. Verlag Heidelberg 2008⁵
- Elemente der Geometrie, Spektrum Akad. Verlag Heidelberg 2007⁴

Die noch relativ junge mathematische Disziplin „Lineare Algebra“ ist dadurch besonders ausgezeichnet, dass sie mit ihren universellen Begriffsbildungen und Methoden als Werkzeug in vielen anderen mathematischen Teilgebieten verankert ist. Allerdings mangelt es vielen Kursen zur Linearen Algebra daran, die außergewöhnliche Beziehungshaltigkeit dieser Disziplin aufzuzeigen. Das vorliegende Buch ist geprägt von dem Bemühen, nicht nur die Grundlagen des Fachs zu vermitteln, sondern die entwickelten Begriffsgefüge und Theorien mit anderen mathematischen Gebieten zu vernetzen; dies geschieht in umfangreichen Anwendungsbeispielen aus der Arithmetik, der Geometrie, der Zahlentheorie, der Statistik, der Linearen Optimierung und natürlich der Analysis. Damit bietet das Buch ein breites Spektrum möglicher Vertiefungsinhalte der Linearen Algebra, die Gegenstand von Lehrveranstaltungen einer polyvalenten mathematischen Ausbildung sein könnten. Gleiches gilt auch für den Teil zur Analysis, der neben dem Standardprogramm der meisten Einführungsveranstaltungen auch einen vorsichtigen Einstieg in die Analysis von Funktionen mehrerer Variabler einschließlich (differenzial-)geometrischer Anwendungen enthält.

Die Darstellung des Lehrstoffs im vorliegenden Buch orientiert sich an der Zielsetzung, die Studierenden insbesondere auch beim Selbststudium zu unterstützen, da die konsekutiven Bachelor- und Masterstudiengänge entsprechende Studienanteile in nicht geringem Umfang vorsehen. Natürlich soll nicht auf den nötigen Formalismus in der mathematischen Argumentation verzichtet werden, wo immer es sich aber anbietet, steht die Vermittlung von *Einsichten* im Vordergrund, auch wenn dies stellenweise längere Erklärungstexte und Veranschaulichungen erfordert. Am Ende eines jeden Abschnitts bieten einige in der Regel sehr einfache Aufgaben die Gelegenheit, mit dem entwickelten Begriffsgefüge vertraut zu werden. Mit etwas anspruchsvolleren Aufgaben soll dann auch das kreative, fantasievolle Verhalten beim Problemlösen gefördert werden, welches seit jeher unabdingbare Voraussetzung für die erfolgreiche Bewältigung eines Mathematikstudiums ist. Lösungen und Lösungshinweise zu allen Aufgaben findet man am Ende des Buches, wobei diese aus Platzgründen sehr knapp gehalten werden müssen.

Wuppertal, im März 2009

Harald Scheid

Wolfgang Schwarz

Elemente der Linearen Algebra und der Analysis

Scheid, H.; Schwarz, W.

2009, VIII, 379 S., Softcover

ISBN: 978-3-8274-1971-2