Anhang 2 Bestimmung von Messunsicherheiten

Jede Messung ist unvollkommen und kann daher nicht den „wahren“ Wert der gesuchten Messgröße, sondern nur einen mehr oder weniger genauen Näherungswert liefern, der als *Schätzwert* bezeichnet wird. Selbst wenn die Messung an einem Prüfling unter scheinbar gleichen Messbedingungen wiederholt wird, zeigt das Messgerät bei ausreichend hoher Auflösung in der Regel voneinander abweichende Messwerte an. Die Unvollkommenheit oder, positiv betrachtet, Qualität einer Messung wird quantitativ durch einen Zahlenwert, die *Messunsicherheit*, ausgedrückt. Sie ist entsprechend der Definition im Internationalen Wörterbuch der Metrologie (VIM) ein „Kennwert, der zusammen mit dem Messergebnis angegeben wird, d. h. dem Messergebnis durch die Messung beigeordnet wird, und den Bereich der Werte charakterisiert, die der Messgröße vernünftigerweise zugeschrieben werden können“ [A2.1].

Die Kenntnis der Messunsicherheit und ihre Ermittlung hat große praktische Bedeutung. Das Ergebnis einer Messung ist umso verlässlicher, je kleiner die Messunsicherheit ist. Will man ein aus mehreren Komponenten bestehendes Messsystem verbessern, ist es sinnvoll, die Komponente mit der größten Unsicherheit zuerst zu ersetzen. Die Vergleichbarkeit von Messungen an verschiedenen Orten oder zu verschiedenen Zeiten ist nur unter Angabe der Messunsicherheit sinnvoll. Dies gilt ebenso für die *Rückführung* einer Messgröße auf nationale oder internationale Messnormale [s. Kap. 7.1). Werden bei Prüfungen und Kalibrierungen die festgelegten Grenzwerte der Messunsicherheit nicht eingehalten, führt dies zur Verweigerung der Abnahme des betreffenden Gerätes.

A2.1 Der GUM

Der Gedanke, neben dem Messwert eine Aussage über die Genauigkeit der Messung zu geben, ist schon sehr alt. In diesem Zusammenhang wird auf die klassische Gaußsche Fehlerrechnung verwiesen, die jedoch nur Messabweichungen auf Grund statistischer Einflüsse berücksichtigt. Abweichungen durch nicht statistische Einflüsse wurden, soweit sie nicht genau bekannt waren, in der Vergangenheit bei Unsicherheitsberechnungen in der Regel nicht erfasst. Die zunehmende Globalisierung der Weltwirtschaft und die steigenden Genauigkeitsansprüche an die Produkte erfordern international einheitliche Regeln zur Bestimmung von Messunsicherheiten unter Berücksichtigung statistischer und nicht statistischer Einflussgrößen. Als Ergebnis einer anderthalb Jahrzehnte dauernden Zusammenarbeit der wichtigsten Gremien und Organisationen auf diesem Gebiet unter der Leitung des *Bureau International des Poids et Mesures* (*BIPM*) entstand ein Leitfaden, der 1995 in redaktionell überarbeiteter Fassung als ISO-Guide veröffent-

K. Schon, *Stoßspannungs- und Stoßstrommesstechnik,*
DOI 10.1007/978-3-642-13117-2, © Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010

licht und in 2008 ergänzt wurde [A2.2]. Dieser Leitfaden mit mehr als 100 Seiten Umfang, kurz *GUM* genannt, ist eine ausführliche Anleitung zur Bestimmung von Messunsicherheiten. Neben einem allgemein gehaltenen Hauptteil enthält der GUM mehrere Anhänge mit praktischen Hinweisen und Empfehlungen für eine Vielzahl von Messaufgaben.

Der GUM ist verbindlich für die nationalen Metrologieinstitute sowie für die akkreditierten Prüf- und Kalibrierlaboratorien in der ganzen Welt. Für die europäischen Laboratorien gilt eine verkürzte Fassung des GUM [A2.3, A2.4]. Der GUM ist auch Grundlage für die Festlegung von Messunsicherheiten in Prüfvorschriften für die verschiedensten Bereiche, so auch in der Hochspannungs- und Hochstromprüftechnik. Mit dem GUM werden alle früheren Verfahren zur Ermittlung von Messunsicherheiten einschließlich der alten Terminologie abgelöst. Das Grundkonzept des GUM wird hier in einfacher Form vorgestellt und durch Beispiele aus den Bereichen Kalibrierung und Prüfung veranschaulicht.

A2.1.1 Grundkonzept des GUM

Eingangs wurde bereits auf die Unvollkommenheit einer jeden Messung hingewiesen. Bei Wiederholung der Messung wird man daher trotz größter Sorgfalt mehr oder weniger voneinander abweichende Messwerte erhalten. Mögliche Ursachen für die Abweichungen sind die Inkonstanz der verwendeten Messgeräte, die Unbeständigkeit des Prüflings selbst und die nicht exakt reproduzierbaren Mess- und Umgebungsbedingungen. Eine zentrale Bedeutung im GUM hat die *Standardmessunsicherheit*, die sowohl für statistische Messgrößen als auch nicht statistische Messgrößen definiert ist. Mit ihr wird der Wertebereich gekennzeichnet, innerhalb dessen der unbekannte „wahre" Wert einer Messgröße vermutet werden kann. Dieser Bereich und die Häufigkeitsverteilung der Werte einer Eingangsgröße ergeben sich entweder aus den Messungen selbst oder müssen auf der Grundlage verlässlicher Informationen geschätzt werden. Häufig kann eine *Normal-* oder *Rechteckverteilung* der möglichen Werte angenommen werden.

Die einzelnen Schritte zur Bestimmung der Messgröße und deren Messunsicherheit sind in Abb. A2.1 schematisch dargestellt und werden in den folgenden Unterkapiteln noch ausführlicher beschrieben. Die aufgeführten Gleichungen und Beispiele gelten für *unkorrelierte Eingangsgrößen*, wie es in der Hochspannungs- und Hochstromprüftechnik die Regel ist. Im ersten Schritt wird die *Modellfunktion* der Messung aufgestellt, die die funktionale Abhängigkeit der gesuchten Messgröße Y von allen denkbaren Eingangsgrößen X_i beschreibt. Jede der N Eingangsgrößen X_i ist mit einer Standardmessunsicherheit $u(x_i)$ behaftet, die sich entweder direkt aus einer Messung nach der *Methode vom Typ A* oder durch eine Abschätzung aus verlässlichen Daten nach der *Methode vom Typ B* ergibt. Aus den einzelnen Beiträgen $u(x_i)$ werden mit Hilfe der Modellfunktion die entsprechenden Standardmessunsicherheiten $u_i(y)$ der Messgröße Y berechnet und als *beigeordnete Standardmessunsicherheit* $u_c(y)$ zusammengefasst. Nach Multiplikation mit dem *Erweiterungsfaktor k* wird im industriellen Messwesen die *erweiterte Messunsi-*

cherheit $U = ku_c(y)$ angegeben, die den Bereich der möglichen Werte von Y mit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von mindestens 95 % kennzeichnet.

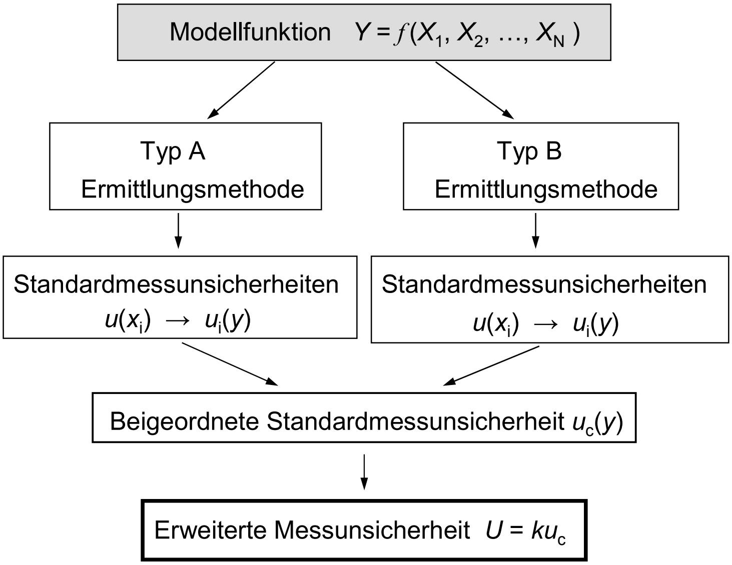

Abb. A2.1. Konzept der Unsicherheitsbestimmung nach dem GUM (schematisch)

Die Abschätzung der Standardmessunsicherheiten $u(x_i)$ der nicht durch Messung festgelegten Eingangsgrößen erfordert großen Sachverstand und verlangt im Allgemeinen den größten Aufwand bei der Unsicherheitsbestimmung. Eine gewisse Subjektivität in der Beurteilung einer Messaufgabe durch verschiedene Fachexperten ist hierbei nicht auszuschließen, so dass sich für dieselbe Messung etwas abweichende Ansätze und Werte ergeben werden. Die weiteren Schritte der Unsicherheitsbestimmung bis hin zur Angabe der erweiterten Messunsicherheit U sind eher formal durchzuführen unter Verwendung der vorgegebenen Formeln.

A2.1.2 Modellfunktion einer Messung

In der Regel ergibt sich eine *Messgröße Y* (auch *Ergebnis*- oder *Ausgangsgröße* genannt) aus der Kombination von N verschiedenen *Eingangsgrößen* X_i. Die Abhängigkeit der Ausgangsgröße von den Eingangsgrößen lässt sich allgemein durch die funktionale Beziehung f, auch *Modellfunktion der Messung* genannt, angeben:

$$\boxed{Y = f\left(X_1, X_2, \ldots, X_i, \ldots, X_N\right)}\,. \tag{A2.1}$$

Hierbei können die Eingangsgrößen X_i selbst Messgrößen sein, die von anderen Größen wie Umgebungstemperatur, Luftdruck usw. abhängen oder mit Korrektionen für systematische Abweichungen beaufschlagt sind. Jede Eingangsgröße X_i in der Modellfunktion weist nicht nur einen Wert x_i, sondern auch eine Standardmessunsicherheit $u(x_i)$ auf. Mit der Modellfunktion nach Gl. (A2.1) wird dann nicht nur der Ergebniswert y, sondern auch die beigeordnete Standardmessunsicherheit $u_c(y)$ unter Beachtung der Regeln des GUM berechnet.

Bei einer komplizierten Messaufgabe mit einer Vielzahl von Eingangsgrößen kann die Modellfunktion sehr komplex sein. Außer als ein- oder mehrfacher analytischer Ausdruck kann sie auch als numerischer Rechenalgorithmus oder in Form einer experimentell ermittelten Datentabelle vorliegen. Auf jeden Fall soll die Modellfunktion jede Eingangsgröße X_i einschließlich aller Korrektionen und Korrekturfaktoren erfassen, die einen signifikanten Beitrag zum Ergebniswert und dessen Messunsicherheit beisteuert.

Als einfaches Beispiel einer Modellfunktion wird die Messung eines temperaturabhängigen Widerstandes R betrachtet. Hierfür lässt sich die Modellfunktion:

$$R = f\left(V, I, T_k, \Theta\right) = \frac{V}{I}\left[1 + T_K\left(\Theta - 20°\mathrm{C}\right)\right]$$

aufstellen, wobei V die angelegte Spannung, I die Stromstärke, T_K der Temperaturkoeffizient und θ die Umgebungstemperatur bedeuten. In der Regel werden V, I und θ gemessen, während T_K einem Datenblatt entnommen wird. Die zugehörigen Standardmessunsicherheiten ergeben sich entweder direkt aus den Messungen oder aus den Datenblättern der Messgeräte. Mit der Modellfunktion werden dann sowohl der Widerstand R als auch dessen erweiterte Messunsicherheit berechnet.

Bei Messungen mit kleinster Unsicherheit wird es unerlässlich sein, den Einfluss jeder Eingangsgröße experimentell sehr genau zu bestimmen. Der GUM bietet jedoch grundsätzlich die Möglichkeit, den Unsicherheitsbeitrag einer Eingangsgröße zum Messergebnis durch eine zuverlässige, durch Erfahrung und Wissen begründete Abschätzung zu ermitteln. Die Genauigkeit der Schätzung wird möglicherweise etwas geringer sein als das Ergebnis einer exakten Messung, was aber häufig im Resultat vernachlässigbar ist. Entsprechend dem GUM ist ein Unsicherheitsbeitrag, der durch eine zuverlässige Schätzung oder durch eine Messung bestimmt wird, als gleichberechtigt anzusehen. Die Schätzung hat gegenüber der genauen Messung den Vorteil, dass Zeit und Aufwand für diese Aufgabe eingespart und damit Kosten verringert werden.

A2.1.3 Ermittlungsmethode vom Typ A

Die *Methode vom Typ A* zur Ermittlung von Standardmessunsicherheiten wird auf Messgrößen angewandt, die sich aus der statistischen Auswertung einer Serie von Einzelmessungen unter gleichen Versuchsbedingungen ergeben. Dies betrifft insbesondere die Vergleichsmessung zwischen dem zu kalibrierenden Messsystem und dem Referenzsystem zur Bestimmung des Maßstabsfaktors und der Messabweichungen der Zeitparameter. Bei unendlich großer Anzahl von Wiederholungsmessungen weisen die einzelnen Messwerte x eine Streuung gemäß der *Normalverteilung* $p(x)$ nach Gauß auf:

Springer

http://www.springer.com/978-3-642-13116-5

Stoßspannungs- und Stoßstrommesstechnik
Grundlagen - Messgeräte - Messverfahren
Schon, K.
2010, IX, 285 S. 200 Abb., Hardcover
ISBN: 978-3-642-13116-5