

Contents

Variétés presque rationnelles, leurs points rationnels et leurs dégénérescences	1
Jean-Louis Colliot-Thélène	
1 Introduction	1
2 Notations, rappels et préliminaires	2
3 Schémas au-dessus d'un anneau de valuation discrète	4
3.1 A-schémas de type (R), croisements normaux, croisements normaux stricts	4
3.2 Quand la fibre spéciale a une composante de multiplicité 1	5
3.3 Quand la fibre spéciale contient une sous-variété géométriquement intègre	6
3.4 Quand la fibre spéciale a une composante géométriquement intègre de multiplicité 1	7
3.5 Un exemple : quadriques	9
4 Groupe de Brauer des schémas au-dessus d'un anneau de valuation discrète	10
5 Corps C_i	12
6 R -équivalence et équivalence rationnelle sur les zéro-cycles	14
7 Autour du théorème de Tsen : variétés rationnellement connexes	14
8 Autour du théorème de Chevalley-Warning : variétés dont le groupe de Chow géométrique est trivial	21
9 Approximation faible pour les variétés rationnellement connexes	22
10 R -équivalence sur les variétés rationnellement connexes	23
11 Équivalence rationnelle sur les zéro-cycles des variétés rationnellement connexes	27
12 Vers les variétés supérieurement rationnellement connexes	29
12.1 Deux exemples	29
12.2 Fibres spéciales avec une composante géométriquement intègre de multiplicité 1	30
12.3 Variétés rationnellement simplement connexes	32
12.4 Existence d'un point rationnel sur un corps de fonctions de deux variables	34

12.5	Approximation faible en toutes les places d'un corps de fonctions d'une variable	35
12.6	R -équivalence et équivalence rationnelle	36
13	Surjectivité arithmétique et surjectivité géométrique	37
13.1	Morphismes définis sur un corps de nombres et applications induites sur les points locaux	38
13.2	Quelques autres questions	40
	Bibliographie	41

Topics in Diophantine Equations 45

Sir Peter Swinnerton-Dyer

1	Introduction	45
2	The Hasse Principle and the Brauer-Manin Obstruction	47
3	Zeta-Functions and L-Series	52
4	Curves	55
5	Varieties of Higher Dimension and the Hardy-Littlewood Method	58
6	Manin's Conjecture	60
7	Schinzel's Hypothesis and Salberger's Device	65
8	The Legendre-Jacobi Function	69
9	Pencils of Conics	75
10	2-Descent on Elliptic Curves	80
11	Pencils of Curves of Genus 1	86
12	Some Examples	93
12.1	Diagonal Quartic Surfaces	93
12.2	Some Kummer Surfaces	98
12.3	Diagonal Cubic Surfaces	98
13	The Case of One Rational 2-Division Point	101
14	Del Pezzo Surfaces of Degree 4	105
	References	108

Diophantine Approximation and Nevanlinna Theory 111

Paul Vojta

1	Introduction	111
2	Notation and Basic Results: Number Theory	113
3	Heights	115
4	Roth's Theorem	117
5	Basics of Nevanlinna Theory	120
6	Roth's Theorem and Nevanlinna Theory	123
7	The Dictionary (Non-Geometric Case)	127
8	Cartan's Theorem and Schmidt's Subspace Theorem	130
9	Varieties and Weil Functions	134
10	Height Functions on Varieties in Number Theory	140
11	Proximity and Counting Functions on Varieties in Number Theory	145
12	Height, Proximity, and Counting Functions in Nevanlinna Theory	147
13	Integral Points	151

14	Units and the Borel Lemma	154
15	Conjectures in Nevanlinna Theory and Number Theory	155
16	Function Fields	160
17	The Exceptional Set	163
18	Comparison of Problem Types	165
19	Embeddings	166
20	Schmidt's Subspace Theorem Implies Siegel's Theorem	169
21	The Corvaja-Zannier Method in Higher Dimensions	170
22	Work of Evertse and Ferretti	177
23	Truncated Counting Functions and the abc Conjecture	185
24	On Discriminants	190
25	A Diophantine Conjecture for Algebraic Points	198
26	The $1+\varepsilon$ Conjecture and the abc Conjecture	200
27	Nevanlinna Theory of Finite Ramified Coverings	201
28	The $1+\varepsilon$ Conjecture in the Split Function Field Case	204
29	Derivatives in Nevanlinna Theory	206
30	Derivatives in Number Theory	212
31	Another Conjecture Implies abc	215
32	An abc Implication in the Other Direction	217
	References	220
	Index	225

Arithmetic Geometry

Lectures given at the C.I.M.E. Summer School held in
Cetraro, Italy, September 10-15, 2007

Colliot-Thélène, J.-L.; Swinnerton-Dyer, P.; Vojta, P. -
Corvaja, P.; Gasbarri, C. (Eds.)

2010, XI, 232 p., Softcover

ISBN: 978-3-642-15944-2