

Einleitung

„Sachrechnen gehört wie Arithmetik und Geometrie zu den Kernbereichen des Mathematikunterrichts der Grundschule.“ (Franke 2003, S. 1)

So beginnt die Einleitung in die erste Auflage des vorliegenden Buches. 2004 hat die Kultusministerkonferenz mit den Bildungsstandards Mathematik verbindliche Kompetenzen beschlossen, die Grundschülerinnen und Grundschüler am Ende des vierten Schuljahres erworben haben sollen (vgl. KMK 2004). In diesen Bildungsstandards findet sich das Sachrechnen nicht mehr als eigenständiger Inhaltsbereich neben der Arithmetik und der Geometrie. Ja, nicht einmal das Wort „Sachrechnen“ wird in den gesamten Ausführungen überhaupt erwähnt.

Allerdings wird der Grundgedanke des Sachrechnens – die Modellierung einer Sachsituation mittels eines mathematischen Modells sowie die Interpretation der mathematischen Ergebnisse in der jeweiligen Sachsituation – zu einem eigenen allgemeinen, prozessbezogenen Kompetenzbereich erklärt und erhält damit ein besonderes Gewicht.

Warum heißt das vorliegende Buch dann nicht „Modellieren in der Grundschule“? Ließen sich mit einer derart veränderten Benennung nicht alte Diskussionen überwinden, welche immer wieder um den Stellenwert des Rechnens versus des der Sache kreisen (vgl. Kapitel 1 sowie die Erstauflage des Buches, Franke 2003)? – Zwar greift der Kompetenzbereich Modellieren in den Bildungsstandards das Herzstück des Sachrechnens auf und fokussiert auf dieses Spannungsverhältnis von Mathematik und außermathematischer Realität, jedoch erschöpft sich Sachrechnen nicht allein im Modellieren (vgl. in ähnlicher Argumentation z. B. Löhr 2009). Vielmehr erweist es sich als vielfältig verknüpft mit allen inhaltlichen Kompetenzbereichen ebenso wie auch mit den anderen prozessbezogenen Kompetenzbereichen (vgl. dazu genauer Kapitel 2.4 und 3.2 sowie Löhr 2009; Ruwisch/Tiedemann 2007).

Damit ist das Sachrechnen weiterhin ausgesprochen komplex und damit schwierig zu unterrichten wie zu erlernen. Gleichzeitig betont jedoch Müller (2000, S. 43) zu Recht: „Übersetzung [in die Sprache der Mathematik, S. R.] und Interpretation gestalten sich aber von Fall zu Fall anders, so daß es völlig aussichtslos ist, dem Sachrechnen durch Klassifikation von Aufgabentypen, durch Musterlösungen, durch Regeln oder gar durch Vorschriften für das Aufschreiben zu begegnen. Den Kindern wird durch solche Schemata in Wahrheit

nicht geholfen.“ Nach wie vor gilt es deshalb, den spontanen Lösungsansätzen der Kinder mehr Raum zu geben, an ihren Vorkenntnissen anzuknüpfen, sie selbst stärker in den Mittelpunkt des Unterrichts zu rücken. Darüber hinaus entstehen in den letzten Jahren Studien, welche zeigen, dass und in welcher Form das Handeln der Lehrperson in einem derartigen Unterricht – häufig als Unterrichtskultur bezeichnet – wesentlich zum Erfolg im Sachrechnenunterricht beiträgt (z. B. Leiß 2007; Schneeberger 2009).

Mit diesem Band soll Studierenden für das Lehramt an Grundschulen, Lehramtsanwärterinnen und -anwärtern sowie Lehrkräften in Grundschulen Hintergrundwissen ebenso geboten werden wie Anregung und Hilfe zur Gestaltung des Sachrechnenunterrichts und zur Arbeit mit Größen.

Zunächst erfolgt in diesem Band eine Auseinandersetzung mit dem Sachrechnen aus **historischer Sicht**. Dabei wird deutlich, dass es schon immer verschiedene Tendenzen zur Integration dieses Gebietes in den Mathematik- bzw. Rechenunterricht gab. Mit Beispielen der *Reformpädagogik* Gerlach, Kühnel und Kempinsky wird belegt, dass Forderungen nach Lebensnähe und Umweltbezug nicht neu sind. Es erscheint immer noch hilfreich, diese Ideen aus der Reformpädagogik vor dem Hintergrund neuer Erkenntnisse über das kindliche Denken und Lernen zu bewerten. So lässt sich ein Konzept zum *Sachrechnen heute* entwickeln. Geprägt ist dieses Konzept durch die Nähe zu den Kindern. Dabei wird „Nähe“ nicht nur auf ihre sachliche Umwelt bezogen, sondern meint einen verschobenen Fokus, der die bisherigen Erfahrungen, Interessen, Erwartungen und Fantasien der Kinder ernst nimmt und sinnvoll an diesen anknüpft.

Während das Sachrechnen traditionell vorwiegend als Einkleidung und Anwendung arithmetischer Inhalte gesehen wurde, verfolgt das Sachrechnen heute verschiedene **Zielsetzungen**. Als Übungsfeld für die arithmetischen Kenntnisse wird das *Anwenden der Mathematik* in den Vordergrund gerückt. Mit dem Ziel, *Problemlösefähigkeiten* auf- und auszubauen, wird der Bezug des Individuums zum mathematischen Inhalt stärker in den Mittelpunkt gestellt. Letztlich wird mit dem Ziel der *Umwelterschließung* die Verbindung aller drei Aspekte angestrebt. Damit tritt die Mathematik jedoch häufig in den Hintergrund. Das Spannungsfeld der Zielsetzungen sowie daraus abzuleitende unterschiedliche **Funktionen** des Sachrechnens sowie seine *Stellung im Kontext der Bildungsstandards* werden im zweiten Kapitel erläutert.

Mit der Öffnung des Sachrechnens erfolgte auch eine Erweiterung der Bezeichnungen von **Aufgaben**, ohne dass dieser Vielfalt an Aufgabentypen eine einheitliche Systematisierung und Begrifflichkeit unterliegt. Statt eine Zuordnung einzelner Aufgabentypen in ein Kategoriensystem vorzunehmen, werden im dritten Kapitel verschiedene *Analysekriterien* vorgestellt, anhand derer Aufgaben in ihren Zielen, Ansprüchen und ihrer Reichweite kategorisiert und somit bewusst für den Unterricht ausgewählt werden können.

Zum **Lösen von Sachaufgaben** entwickelt jedes Kind seinen individuellen Weg. Dabei lassen sich bestimmte Phasen erkennen. Dieser Prozess wird im vierten Kapitel zunächst als idealisierter *mathematischer Problemlöseprozess* sowie als *mathematische Modellierung* beschrieben, um für das Lösen von Sachaufgaben als Integration von Modellieren und Problemlösen spezifiziert zu werden. Das Lösen von Sachaufgaben ist ein komplexer Prozess, welcher *Schwierigkeiten* und Hürden aufweist und auf verschiedene Weisen zu Fehlern führen kann. Lehrpersonen, Schülerinnen und Schüler sollten sich gleichermaßen um das Verstehen der Gedanken anderer Kinder, das Erkennen von Fehlern, Aufdecken von Fehlerursachen und deren Überwindung bemühen. Dazu werden im vorliegenden Buch Fehler in ihrem Zusammenspiel von Lernumfeld, Lerneinstellung und individuellen Lösungsstrategien aufgeführt. Im Anschluss werden für das Lösen von Sachaufgaben *Bearbeitungshilfen* aufgelistet, welche bereits in der Grundschule thematisiert, ausprobiert und geübt werden können, da sie in den verschiedenen Phasen des Problemlöse- und Modellierungsprozesses von Nutzen sein können. Da dem Übergang vom Situationsmodell als gedanklichem Abbild der beschriebenen Situation zum mathematischen Modell ein besonderes Gewicht im Lösungsprozess beizumessen ist, werden diejenigen Bearbeitungshilfen genauer vorgestellt, welche in diesem Prozess eine Brücke zwischen beiden bilden können.

Für die **Gestaltung des Sachrechnenunterrichts** werden im fünften Kapitel *Gestaltungsprinzipien* vorgestellt. Einige sind ausführlich beschrieben, mit Schulbuchbeispielen verdeutlicht und durch methodische Hinweise konkretisiert. Für einen gezielten *Aufbau der Sachrechnenkompetenz* werden Aktivitäten zum Bilden, Darstellen und Verändern von Sachaufgaben vorgestellt und Angebote zum Hinterfragen und Interpretieren mathematischer Ergebnisse sowie zum Umgang mit verschiedenen Fragen erläutert. Sachrechnen umfasst nicht nur Sachaufgaben, in denen die reale kindliche Lebenswelt widergespiegelt wird. Als eine Möglichkeit, Kindern neue Welten zu eröffnen, wird die Arbeit mit *Sachtexten* thematisiert. Die Mathematik hilft dabei, den Sachverhalt besser zu verstehen und entsprechende Vorstellungen aufzubauen. Zusammengefasst werden die Vorschläge zur Unterrichtsgestaltung in Überlegungen zu einem *Sachrechnencurriculum*.

Obwohl beim Sachrechnen neben natürlichen Zahlen immer auch Größen einbezogen sind, wird im sechsten Kapitel explizit auf die Behandlung von **Größen** eingegangen. Auch in diesem Kapitel erfolgt eine Auseinandersetzung mit Sachsituationen, denn Größen können nicht losgelöst von konkreten Situationen behandelt werden. Eine Größe ist hierbei eine gedankliche *Abstraktion* messbarer Eigenschaften von Dingen und Erscheinungen, z. B. „Länge“ aus der Länge eines Stiftes, dem Durchmesser eines Tellers, der Tiefe eines Kruges oder der Dicke eines Heftes. Die Vorstellungen der Kinder über Größen sind an konkrete Objekte und an Sachverhalte gebunden. Ausgehend von einem Überblick über die Größenbereiche in der Grundschule wird ein didaktisches

Stufenmodell als notwendiges Hintergrundwissen ausgeführt. Das *Messverständnis* kann als Herzstück eines verständigen Umgangs mit Größen gelten. Im Anschluss werden deshalb zu den Größenbereichen – Längen, Gewichte, Zeit- (-Spannen), Hohlmaße und Geld(-Werte) – jeweils Spezifika aufgegriffen, die Aspekte des Messverständnisses konkretisiert sowie Vorkenntnisse von Grundschulkindern dargelegt und Anregungen zur Vertiefung des jeweiligen Größenverständnisses gegeben. Dem Aufbau von *Größenvorstellungen* wird ein gesonderter Abschnitt gewidmet, weil diese Voraussetzung für das Interpretieren mathematischer Ergebnisse von Sachaufgaben und das Verstehen von Umwelterscheinungen ebenso wie für ein ausgeprägtes Messverständnis sind. Den Abschluss dieses Buches bildet ein Abschnitt zum *Schätzen*. Damit wird der Kreis geschlossen, denn das Schätzen von Größen oder Zahlen ist ein Bestandteil, der beim Lösen von Sachaufgaben seine Anwendung finden soll.

Marianne Franke hat die Aktualisierung dieses Buches nicht mehr vornehmen können. Sie ist am 19. Februar 2007 viel zu früh gestorben. Da ich bereits in die Entstehung der Erstauflage durch intensive Diskussionen eingebunden war, hoffe ich, dass Marianne Franke sich mit der vorliegenden, von mir vorgenommenen Überarbeitung identifizieren könnte. Trotz der engen Verbundenheit mit Marianne Franke handelt es sich nicht ausschließlich um eine Anpassung der Kapitel an die Weiterentwicklungen der fachdidaktischen Diskussion. Eine andere Akzentuierung gegenüber der ersten Auflage ist vor allem in dem vorliegenden Konzept zur Arbeit mit Größen zu sehen.

Für wertvolle Anregungen vor und während der Überarbeitung dieses Buches möchte ich mich in besonderer Weise bei dem Herausgeber dieser Reihe, Prof. Dr. Friedhelm Padberg, bedanken. Meinem Kollegen Dr. Bernd Neubert danke ich sehr herzlich für seine kritischen Hinweise, die intensiven Diskussionen, aber auch seine wohlwollende Akzeptanz. Für Diskussionen standen meine Mitarbeiter Dr. Thomas Lühje und Roland Rink jederzeit zur Verfügung. Herzlichen Dank dafür! Für die Durchsicht des Manuskripts, die Prüfung und Einbindung der Literaturquellen u. Ä. gilt mein Dank Sandra Lefebber und Meike Plath.

Mein größter Dank gebührt Marianne Franke, von der ich so vieles habe lernen dürfen.

Lüneburg im März 2010

Silke Ruwisch

1 Sachrechnen im Wandel der Zeit

Jeder Beitrag zum Sachrechnen fängt mit der Aussage an, dass das Sachrechnen zu den schwierigsten Gebieten der Grundschulmathematik gehört. Schon die Vielzahl an Begriffen (vgl. Kapitel 3) spiegelt die Vielfalt und Uneinheitlichkeit wider, die sich offensichtlich hinter diesem Gebiet verbergen.

Im Allgemeinen wird unter dem Sachrechnen das Bearbeiten von Aufgaben verstanden, die eine Situation des realen Lebens aus dem Erfahrungsbereich der Schüler und Schülerinnen beschreiben (auch wenn die Kinder diese Situation noch nicht selbst erfahren, davon gehört oder gelesen bzw. darüber etwas gesehen haben).

Sachrechnen ist der traditionelle Begriff. Dabei standen das Herauslösen mathematischer Konzepte aus Umweltsituationen und das Anwenden mathematischer Kenntnisse im Vordergrund. Diese Koppelung an den arithmetischen Stoff, die zudem häufig verkürzt als Eins-zu-eins-Beziehung dargestellt wurde, führte dazu, dass die Schülerinnen und Schüler die Sache vernachlässigten. Greef stellte bereits 1913 fest: „Wenn ein Schüler in vier unmittelbar aufeinander folgenden Aufgaben über den Acker eines Bauern, in einen Zigarrenladen, zu den Soldaten und auf ein Postamt geführt wird, so ist ein Interesse am Sachlichen, eine Vertiefung in irgendein Gebiet des wirtschaftlichen Lebens völlig ausgeschlossen.“ (Greef 1913, S. 12) Heute spricht man mehr vom *Sachrechnen* und legt die Betonung nicht nur auf das Rechnen, sondern gleichermaßen auf die Sache. Sachrechnen beinhaltet nicht vordergründig Rechnen, sondern

- es dient zur Erschließung der Umwelt mit mathematischen Mitteln;
- es unterstützt das Verstehen von Phänomenen und Erscheinungen des Alltags;
- es greift die kindliche Erfahrungswelt auf und erhellt diese;
- es eröffnet den Kindern neue Welten (Fernwelten).

Um diesen **Zielen** gerecht zu werden, wird nicht nur gerechnet. Es wird gemessen, gezählt, geschätzt und verglichen, gebaut und gezeichnet, es werden Daten gesammelt und grafisch dargestellt, Zufallsprozesse beschrieben und Zuordnungen vorgenommen.

Im Folgenden wird zunächst in einem historischen Abriss die Entwicklung des *Sachrechnens* beschrieben. Dabei werden sowohl unterschiedliche Tendenzen zu

seiner Veränderung aufgegriffen als auch Widersprüche zwischen theoretischen Konzepten und deren Umsetzung im Unterricht aufgezeigt. Im zweiten Kapitel steht dann das *Sachrechnen* mit seinen unterschiedlichen Funktionen im Mittelpunkt.

Mit den Ausdifferenzierungen der inhaltlichen und vor allem der prozessbezogenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen in den Bildungsstandards Mathematik fand in den letzten Jahren eine Verschiebung der Schwerpunktsetzung im Mathematikunterricht der Grundschule statt. So werden weder das *Sachrechnen* noch das *Sachrechnen* als eigenständiger Kompetenzbereich aufgeführt. Vielmehr durchzieht das Sachrechnen verschiedene Inhaltsbereiche und ist vor allem mit den prozessbezogenen Kompetenzen verknüpft, wie der letzte Abschnitt des zweiten Kapitels ausführt.

1.1 Sachrechnen im 19. Jahrhundert

Wendt, Töchtereschullehrer in Elbesfeld, äußerte sich in den Deutschen Blättern (Nr. 32–36) für erziehenden Unterricht im Jahre 1889 zu den in Text „eingekleideten“ Aufgaben:

„Eingekleidet, was will das auffallende Wort besagen? Das will besagen, dass diese Aufgaben in den Augen des Verfassers eigentlich ebenso nackt sind wie die ihnen gewöhnlich massenhaft vorausgehenden reinen Zahlen, dass der (Schulbuch-[M. F./S. R.]) Autor aber, um den Schein praktischer Anwendung hervorzubringen, ihnen ein dünnes, duftiges Sach-Mäntelchen umgehängt hat. Aber die Knaben und Mädchen sind klüger, als der Autor glaubt. Sie kümmern sich nicht um das Sach-Mäntelchen, lesen die Worte flüchtig oder gar nicht, prüfen vielmehr geschwind, raten auch wohl, welcher von den vorkommenden Zahlen Divisor, Subtrahend usw. sei.“ (zitiert nach Rude 1911, S. 386)

Diese „Klugheit“ wenden die Kinder bis heute an, wenn sie einfache Textaufgaben lösen. Sie überfliegen den Text, isolieren die Zahlen und suchen nach einer geeigneten Verknüpfung. Dabei orientieren sie sich weniger am Inhalt als vielmehr daran, wie die Zahlen zusammenpassen, welche Rechenoperation gerade geübt wurde und wo schöne (glatte) Ergebnisse herauskommen.

Auch wenn derart kritische Anmerkungen ihre Berechtigung bezogen auf den verbreiteten Unterricht im 19. Jahrhundert hatten, so setzten sich in der Diskussion um das vorrangige Ziel des Rechenunterrichts – formale geistige Bildung oder materiale lebenspraktische Berufsvorbereitung – zunächst ausgleichende Positionen durch. Harnisch (1787–1864), Seminarleiter in Weißenfels, postulierte bspw.: „Das Rechnen hat die harmonische Ausbildung aller geistigen Kräfte und zugleich der Geschicklichkeit für das Leben als Ziel.“ (zitiert nach Radatz/Schipper 1983, S. 32) In dieser Zeit kann man die Entwicklung einer eigenen Sachrechenmethodik beobachten.

Aus heutiger Sicht ist es interessant, die unterschiedlichen damaligen Tendenzen des Sachrechnens zu verfolgen, weil diese das Spannungsfeld auch des gegenwärtigen Sachrechnenunterrichts aufzeigen.

1. Die Auswahl des Rechenstoffes erfolgt streng **nach praktischen Gesichtspunkten** (u. a. Greef 1913). Dabei werden Themen bearbeitet wie das Schulleben, die Schularbeit, die Wohnung, Ernährung, Bekleidung, Heizung, Beleuchtung u. Ä.
2. Die Auswahl der Themen erfolgt „wohlgeordnet“ **nach Sachgebieten**, so aus der Naturkunde, aus der Geschichte, aus der Geografie. Eine besonders feine Anordnung der Sachgebiete – allerdings für die Mittelstufe – findet man bereits 1892 bei Stucki, Schulinspektor aus Bern. Auch er teilt zunächst in Sachgebiete ein, untergliedert dann aber z. B. die Aufgaben zur Geografie sachsystematisch folgendermaßen (nach Rude 1911, S. 387):
 - Das Berner Oberland (Gletscher, Höhen, Gewässer, Erwerbsquellen);
 - Der Kanton Bern (Größe und Bevölkerung, Erwerbsverhältnisse, Schulwesen);
 - Aus den Urkantonen;
 - Der Kanton Zürich.
3. Die Auswahl der Sachaufgaben erfolgt **nach dem arithmetischen Stoff**, nach Zahlen, Operationen, Größen (u. a. Beetz 1891). Wird bspw. das schriftliche Addieren behandelt, so ist dieses in Sachaufgaben anzuwenden: Es werden Einkaufszettel geschrieben und die Zahlen addiert. Bei dieser Strömung wird das Sachgebiet nicht zur Strukturierung des Unterrichts, sondern als Anwendung und zum Wecken von Interesse an der Arbeit mit Zahlen und Größen gesehen. Unter dieser Sicht bilden Sachaufgaben den Abschluss jeder Unterrichtseinheit.

Von diesen drei Richtungen fand die dritte Tendenz, die Orientierung am arithmetischen Stoff, die größte Verbreitung. Die Auflösung des systematischen Rechenunterrichts und eine Einordnung des Rechnens in den Dienst des Sachrechnens (vgl. erste und zweite Richtung) haben sich zumindest in den unteren Klassen nicht durchgesetzt. In den gängigen Schulbüchern und auch in Veröffentlichungen von Rechenmethodikern des 19. Jahrhunderts wurde das Sachrechnen dementsprechend nach folgenden Prinzipien in den Rechenunterricht integriert:

- Sachrechnen wird für alle Schulstufen als Unterrichtsinhalt aufgenommen.
- Es dient als Ausgangspunkt und zur Anwendung der Mathematik.
- Die Auswahl der Aufgaben und die Reihenfolge ihrer Behandlung werden von der Mathematik (den Zahlen, den Operationen, den Größen und den mathematischen Verfahren) bestimmt.
- Es sind nur derartige Aufgaben auszuwählen, die dem arithmetischen Kenntnisstand der Schülerinnen und Schüler entsprechen.

- Es sind nur Sachgebiete aufzugreifen, die der kindlichen Erfahrungswelt nahe liegen. Damit kommen für die unteren Klassen weniger Sachgebiete in Betracht als für die oberen.
- Einbezogen werden Sachgebiete, die das Interesse der Schülerinnen und Schüler wecken.

Allerdings befriedigten die dabei erreichten Unterrichtsergebnisse nicht. So beklagte Greef: „Es besteht eben die Erfahrungstatsache, daß die Ergebnisse des Schulrechnens in keinem Vergleich zu der durch acht lange Schuljahre hindurch aufgewandten Mühe und Zeit stehen, daß sie schon während der Schulzeit wenig befriedigen, daß sie aber erst recht nicht in ihrer praktischen Benutzung im Leben – also in selbständiger Verwendung als ausschließliches Sachrechnen – standhalten.“ (Greef 1913, S. 1)

1.2 Sachrechnen im Zuge der reformpädagogischen Bewegung „vom Kinde aus“ (Anfang des 20. Jahrhunderts)

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts beeinflusste die reformpädagogische Bewegung „**vom Kinde aus**“ auch das Sachrechnen. Die Vertreter rechtfertigten ihre Konzepte mit psychologischen Theorien der Gedächtnisforschung, der Assoziationspsychologie und auch der Gestalt- und Entwicklungspsychologie.

Anhand der Konzepte von drei Rechenmethodiken sollen die Veränderungen im Sachrechnen exemplarisch gezeigt werden.

Johannes Kühnel

Kühnel fordert einen kompletten „Neubau des Rechenunterrichts“ – so lautet auch der Titel eines seiner bekanntesten Werke (Kühnel 1925b) – nach den Prinzipien

1. unser Rechenunterricht muss sachlich werden,
2. unser Sachunterricht muss sich rechnerisch gestalten.

Er kritisiert die Einkleidungsaufgaben, da die Schüler sich nicht für den Inhalt interessieren, und plädiert für das Lösen von angewandten Aufgaben, bei denen sich die Kinder in die Sachlage vertiefen, sich die gegebenen Größen vorstellen, das Ziel der Aufgabe erkennen und selbstständig nach einem Lösungsweg suchen. Dass die Angaben im Text der Realität entsprechen, ist für Kühnel selbstverständlich. Als „Krone des Rechenunterrichts“ bezeichnet er „das Finden und Formulieren der noch ungestalteten Probleme“ (Kühnel 1949, S. 114). Gemeint sind Situationen, die erst bei der Auseinandersetzung mit ihnen, beim Recherchieren und Ausführen zu Sachaufgaben werden. So ist das Vorhaben, einen Drachen zu bauen, ein solches Problem. Erst bei der Auseinandersetzung

damit werden die Kinder zum Berechnen des Materials, zum Kalkulieren der Kosten u. Ä. veranlasst. Es ist für Kühnel klar, dass angewandte Aufgaben nicht immer in die Systematik des Rechenunterrichts passen, sondern zuweilen vorgreifen. Allerdings hält er das Durcharbeiten ganzer Sachgebiete erst in der Mittel- und Oberstufe für möglich. Die Behandlung von Sachaufgaben muss bei der Kinderfrage, bei dem, was die Kinder wirklich interessiert, ansetzen. Der Lehrer hat lediglich die Aufgabe, die Kinder anzuregen, sich Situationen vorzustellen, und sie dann selbstständig zu Fragen, Rechnungen und Lösungen gelangen zu lassen. Als ein derartiges Beispiel führt Kühnel den Weg zum Bahnhof an.

„Weg zum Bahnhof

Das Sachliche (heimatkundliches, naturkundliches, geschichtliches, ästhetisches) sei vorausgesetzt. Länge in Schritten, in Metern, in Minuten. Erst schätzen und notieren, dann messen und notieren! Unterschied! Vergleicht mit anderen Weglängen! Schreibung: 1,800 km ... Geschwindigkeiten: Fußgänger, Wettläufer, Radfahrer, Straßenbahn, Motorrad, Auto ... Zählt die Bäume, Laternen, Telegraphenstangen, (beobachtet die Nummern daran!) ... Zeichnet! 1 km sei 20, 10, 5 cm lang ... Malt den Weg von oben und dann die Bäume, die Telegraphenstangen, die Kilometersteine, die Kapelle, die Wegkreuzung, die Wegteilung ... Überlegt immer dabei: Was kann man da rechnen? Malt den Weg von der Seite, so daß man sieht, ob er steigt, oder fällt! Rechnet! Zeichnet den Durchschnitt, erklärt, schätzt, meßt, rechnet! Der Weg muß beaufsichtigt, gereinigt, mit Wasser gesprengt, teilweise erneuert werden ... Kosten! ... u.s.w.“

(Kühnel 1925a, S. 47)

Adolf Gerlach

Adolf Gerlach ist als Vertreter der Arbeitsschulbewegung der Auffassung, dass besonders im Anfangsunterricht Rechenaufgaben nicht losgelöst von Sachgebieten behandelt werden dürfen, sonst werde Rechnen bloß mechanisches Tun. Er möchte den alten Unterricht durch einen sachlichen, lebensvollen Rechenunterricht ersetzen und den „Fertigkeitsunterricht“ stark einschränken. Er meint, dass sich Kenntnisse und technische Fertigkeiten im Leben auch später noch entwickeln lassen, aber dass Unlust und Schulzwang unauslöschbar in der Erinnerung bleiben. Düster zeichnet er die Schule seiner Zeit. „Aber was gilt in der Schule das einzelne Kind? Es ist eine Sache, das Ding, das sich dem Lehrplan und dem Unterrichtsverfahren unterwerfen muss, nicht der Mensch, dessen Wohl in erster Linie maßgebend ist.“ (Gerlach 1921, S. 10) Er erklärt in seinem Werk „Lebensvoller Rechenunterricht“ (Gerlach 1943), dass das Sachrechnen, wenn es richtig erteilt wird, sowohl in rechnerischer als auch in sachlicher Hinsicht eine straffe Denkschulung darstellt. Die Sachgebiete, die er vorschlägt, kommen einerseits aus den Erfahrungsbereichen der Kinder (Kaufmannspiele, Zigarrenladen), andererseits werden Lesebuchtexte („Die Geschichte von den Wichtelmännern“) benutzt, um bspw. Zahlen zu behandeln.

Er empfiehlt, Aufgaben auch aus Zeitungsartikeln und Annoncen abzuleiten – alles Forderungen, die wir heute wieder für selbstverständlich halten.

„Ostern

„Karl, bist du noch nicht auf, heute ist ja doch Ostern.“ Karl rieb sich die Augen und fragte aus einer ganz anderen Welt kommend: „Ostern? – – ach, ich, ich hab geträumt, ich hätte mit den andern Schlittschuh gelaufen und da ---.“

Aber mit einem Satz war er aus dem Bett. „Ostern, da gibt’s ja Klaben und Butterkuchen.“ „Und Ostereier“, fügte Fritz, der jüngere Bruder hinzu. – Ja, Ostern war es und ein richtiger Festtag, als sie nach draußen guckten und den Himmel rein blau und die Sonne hell scheinen sahen; und Festtag war es auch unten im Zimmer, wo alles so blitzblank war und der Kuchen einen freundlich anlachte. Klein Mariechen saß schon im Sofa und sagte: „Nun eßt man schnell zu; wenn ihr fertig seid, gehen wir in den Garten, Ostereier zu suchen, hat Mutter gesagt.“ Aber die beiden wurden doch nicht so bald fertig; erst wurde noch tüchtig Kuchen gegessen, die Ostereier wollten wohl nicht weglaufen. Als sie fertig waren, da wollte doch jeder von ihnen zuerst im Garten ankommen, und dann ging auch gleich das Suchen los...

Und dann wurde gesucht und gefunden. Wir aber (der Lehrer und die Klasse) wissen, wie viele Ostereier es sind und wo sie der Vater versteckt hat und müssen zusammenzählen und ausrechnen, ob auch schon alle gefunden sind.“

(Gerlach 1921, S. 46)

Diese Geschichte hat auf den ersten Blick wenig mit Rechnen zu tun, doch Gerlach meint „[...] wenn sich dann ungezwungen Rechenaufgaben dabei ergeben, so werden [...] die mit größerer Beteiligung gerechnet als die unbegründeten und unpersönlichen Aufgaben des Rechenbuches.“ (Gerlach 1921, S. 47). Er erkennt nicht, dass auch die einfachen Rechenbuchaufgaben z. B. zum Einkaufen gerechnet werden müssen, aber er betont: „Sollen diese Aufgaben Reiz für die Kinder bekommen, so müssen diese selber mit handeln. Dann wird aus dem Pult ein Krämerladen, ein Schüler ein Verkäufer, ein anderer kauft ein. Dieses Verkaufsspiel lässt sich ja nun vielfach ausgestalten ...“ (Gerlach 1921, S. 47).

Gerlach publizierte vor fast 100 Jahren Ideen, die im heutigen Unterricht immer noch als „fortschrittlich“ gelten. Sie konnten sich zu seiner Zeit jedoch nicht durchsetzen.

Heinrich Kempinsky

Während man an den Beispielen von Kühnel und Gerlach sieht, dass die Forderungen zwar noch heute aktuell sind, aber die Umsetzung damals wenig überzeugt, gelingt Kempinsky auch die praktische Umsetzung seiner Ideen in Schulbüchern. Er fühlt sich der Reformpädagogik verpflichtet, in der sich das Ziel des Sachrechnens vom angewandten berufsvorbereitenden Rechnen hin zum heimatkundlichen lebensvollen Rechenunterricht entwickelt, in dem eine enge Verknüpfung mit dem Sachunterricht und der Umgebung der Kinder

angestrebt wird (Kempinsky 1923, 1928). Für besonders ergiebig hält Kempinsky u. a. das Thema *Berufe*.

„Beim Barbier

Das Rechnen wird zum Spiel umgewandelt. Haarschneiden für Erwachsene, für Kinder, Rasieren und Kopfwaschen werden nach den ortsüblichen Preisen berechnet. Ein ‚Vater‘ kommt mit seinen zwei ‚Jungen‘, lässt sich rasieren und den Knaben die Haare schneiden, kauft noch ein Stück Seife und bezahlt mit einem Zehnmarkschein.

Geschwister haben 1 Mark von zu Hause bekommen und sollen sich die Haare schneiden lassen. Wie viel bringen sie zurück?

Ein anderer Herr lässt sich die Haare schneiden und rasieren, ein anderer die Haare schneiden, rasieren und den Kopf waschen, wieder ein anderer kauft ein Kämmchen oder eine Bartbürste oder eine Bartbinde usw. Viele Herren geben ein Trinkgeld. Der ‚Gehilfe‘ steckt es ein, berechnet im Stillen, wie viel er schon hat, ob es auf eine neue Krawatte, die 1 Mark 50 Pfg. kosten soll, reichen wird.

Der ‚Inhaber‘ war abwesend und kommt wieder; er fragt, wie viel in der Zwischenzeit eingekommen sei. Der Gehilfe meldet ihm, dass 3 Herren rasiert worden sind. Wie viel muss in der Kasse (mehr) sein?“

(Kempinsky 1929, S. 199)

Das Sachrechnen ist für Kempinsky dadurch gekennzeichnet, dass die Sache im Mittelpunkt steht und die Zahl lediglich als Werkzeug dient. Er vertritt die Auffassung, dass natürliche Ursachen zum Rechnen zwingen. Dabei fordert er, dass sich der Unterricht nach der Psyche des Kindes richtet und hält eine „psychologische Durchleuchtung des Rechenunterrichts“ für unerlässlich.

Eine große Rolle spielen in seinen Werken die heimatkundlichen Sachgebiete, zu denen die Kinder selbst Zahlenmaterial sammeln und verarbeiten sollen. Kempinsky empfiehlt bspw. das Anlegen eines Naturkalenders und das Sammeln von Preislisten aus dem Heimatort. Auf diese Weise entstehe eine Sammelmappe mit Zahlen aus der Heimat, die eine Fundgrube für das Sachrechnen darstelle. Dieses „Ortsrechenheft“ bietet keine fertigen Aufgaben an, sondern liefert Anregungen zum selbstständigen Entwickeln von Fragestellungen zum Sachrechnen.

1.3 Sachrechnen in der Nachkriegszeit (Mitte des 20. Jahrhunderts)

In der Nachkriegszeit wurde zwar an die Grundideen der reformpädagogischen Bewegung angeknüpft, diese jedoch hin zu einem mehr systematisch orientierten Rechenunterricht weiterentwickelt (vgl. Franke/Schipper 2005). Bezogen auf das Sachrechnen wurden dementsprechend ebenfalls Bemühungen deutlich, psychologische Aspekte aufzugreifen und die Kinder durch Isolieren und The-

matisieren von Schwierigkeiten besser zum Sachrechnen zu befähigen. Bezeichnend dafür ist die Forderung Breidenbachs (1969, S. 177): „Wir müssen als Lehrer diese in der Sache liegenden Schwierigkeiten aufsuchen und versuchen, sie durch methodische Hilfe zu mildern.“ Im Folgenden sollen drei Richtungen dieser methodischen Arbeit vorgestellt werden.

Aufbereitung von Sachaufgaben mittels Simplex-Komplex-Verfahren nach Breidenbach

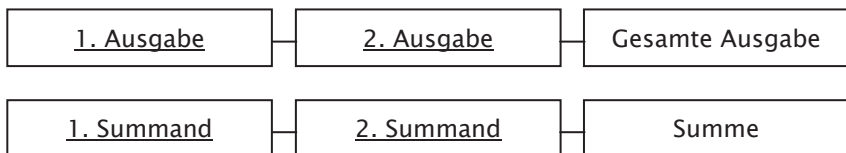
Eine Sachaufgabe, in die drei Größen derart eingehen, dass jede von ihnen durch die beiden anderen eindeutig bestimmt ist, nennt Breidenbach (1969)

Simplex. Ein Simplex stellt damit die einfachste Form einer Sachaufgabe dar. Damit das Kind eine solche Aufgabe lösen kann, muss es

- den Sachverhalt kennen, von dem die Rede ist,
- den Sachverhalt als einen Simplex erkennen und
- in der Lage sein, dem sachgebundenen Simplex den richtigen mathematischen Simplex zuzuordnen, d. h. die richtige Rechenoperation und die Verknüpfung der Zahlen und Größen zu erkennen.

Hanne hat beim Bäcker für 4 DM, beim Schlachter für 5 DM eingekauft. Wie viel hat sie zusammen ausgegeben?

Dieser Aufgabe lassen sich folgender sachgebundener Simplex sowie der mathematische Simplex der Addition zweier Größen zuordnen, wobei die gegebenen Größen jeweils unterstrichen werden:



(Breidenbach 1969, S. 180 f.)

Breidenbach geht davon aus, dass das Lösen von umfangreichen Aufgaben auf die Auflösung in mehrere Simplexe hinausläuft. Deshalb ist nach seiner Meinung das Erkennen eines Simplexes der Generalschlüssel, mit dem alle Sachaufgaben gelöst werden können und müssen. Er hält es daher für erforderlich, dass jeder Simplex „allseitig“ behandelt wird, „d. h. wir müssen jeweils eine Reihe von Aufgaben rechnen lassen, in denen wechselseitig nach jeder der drei Größen gefragt wird.“ (Breidenbach 1969, S. 182)

Viele Aufgaben des Lebens lassen sich nicht als Simplex oder Mehrfachsimplex (mehrere unabhängige Simplexe) darstellen. Solche Aufgaben, deren Text noch nicht in eine Reihe von Simplexen gegliedert ist, nennt Breidenbach **Komplex**.

Herr Bartels fährt mit seinem Kleinwagen von Hannover nach Hamburg (160 km) mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 40 km/Std. Er bricht um 9.15 Uhr auf.

In Melzen besucht er einen Freund. Dadurch hat er eine halbe Stunde Aufenthalt. Wann kommt er in Hamburg an?

Die Struktur fasst Breidenbach in folgender Weise zusammen, wobei die gegebenen Größen unterstrichen werden:

1. Ankunft = Abfahrt + Unterwegssein
2. Unterwegssein = Fahrzeit + Aufenthalt
3. Fahrzeit = Weg : Geschwindigkeit

Damit zerlegt er die Gesamtaufgabe in drei aufeinander bezogene Simplexe. Die rechnerische Umsetzung muss anschließend vom letzten Simplex ausgehend die Schritte umkehren, um die Ankunftszeit zu ermitteln.

(Breidenbach 1969, S. 186f f.)

Breidenbach verweist darauf, dass dieses Strukturschema mittels Simplexen sein Analogon in der Planfigur bei geometrischen Konstruktionen hat. Es wird nicht eher gerechnet, bis alle Simplexe aufgeschrieben sind. Damit soll zum planvollen Vorgehen angeleitet und schematisches Lösen abgebaut werden.

Die Absicht Breidenbachs, durch das Zurückführen komplexer Sachaufgaben auf Simplexe den Kindern Hilfe beim Sachrechnen zu geben, stößt jedoch an Grenzen:

- Es ist im Unterricht kaum möglich und wohl auch nicht sinnvoll, *alle* Simplexe so zu behandeln, dass die Schülerinnen und Schüler diese beim Lösen von Sachaufgaben erkennen und jeweils den „richtigen“ zuordnen können. Dazu gibt es zu viele.
- Es besteht die Gefahr, das Sachrechnen zu schematisieren und formalisieren und somit auf vorher klar ausgewiesene Rechenfälle zu reduzieren.
- Die Kinder können dabei keine *eigenen* Lösungswege einschlagen – sie suchen lediglich nach dem erwarteten Lösungsweg.
- Es ist eine Illusion, bei komplexen Sachaufgaben und komplizierten Problemen Lösungsplanung und Realisierung zu trennen und erst nach dem vollständigen Planen mit dem Rechnen zu beginnen. Selbst Erwachsene und geübte Problemlöser wechseln zwischen Planung und Realisierung hin und her. Beim Realisieren wird teilweise erst bewusst, wie weitergearbeitet werden kann, und damit wird der Plan erweitert, korrigiert bzw. konkretisiert.

Rechenbäume als Darstellungsform von Lösungswegen

Rechenbäume sind in den Schulbüchern eine Form, um Beziehungen zwischen Zahlen und Größen mithilfe von Operationszeichen darzustellen. Diese Form wird auch als Darstellung zu Sachaufgaben eingesetzt. Beim Sachrechnen kann man darin eine Fortführung des grafischen Schemas von Breidenbach (1969) erkennen. Im Unterschied zu dessen Schema werden im Rechenbaum neben Zahlen und Größen auch Operationszeichen aufgenommen.

Kinder haben Sachaufgaben erfunden und Fragen dazu gestellt.

Welche Sachaufgaben passen jeweils zu den Rechenbäumen?

Welche Fragen kannst du damit beantworten, welche nicht?

1. Unser Metzger stellt jeden Tag 150 frische Brühwürste her. Nur samstags und sonntags arbeitet er nicht in der Wurstküche. Wie viele Würste sind es in einer Woche?

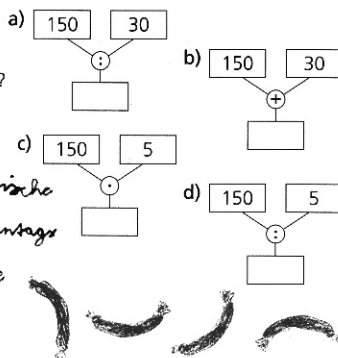


Abbildung 1.1 Sachaufgabe mit Rechenbaum (aus: Das Zahlenbuch 4, 2005, S. 21)

Obwohl die Darstellungsform „Rechenbaum“ bis heute in einigen Schulbüchern zu finden ist, lässt sich Folgendes dagegen einwenden:

- Damit Kinder Rechenbäume anfertigen können, muss diese Darstellungsform im Unterricht erarbeitet werden. Rechenbäume sind damit Lernstoff, auf den verzichtet werden könnte.
- Das Anfertigen von Rechenbäumen kann zu schematischem Arbeiten führen. Es bleibt den Schülerinnen und Schülern wenig Raum für eigene Lösungs- und Darstellungswege.
- Die Kinder müssen die Struktur der Aufgabe bereits erfasst haben, um einen Rechenbaum anfertigen zu können. Damit ist der Rechenbaum keine Planungshilfe, sondern allenfalls eine Strukturierungshilfe für Geübte.
- Wird der Rechenbaum immer von oben nach unten gelesen (steht also die gesuchte Größe immer unten), müssen teilweise vor dem Anfertigen des Rechenbaumes Umstrukturierungen vorgenommen werden.
- Häufig überschauen die Schülerinnen und Schüler bei Komplexaufgaben nicht alle Teilprobleme, sodass sie diese auch nicht in einem Rechenbaum darstellen können. In der Folge behindert dieser Rechenbaum dann die Fortführung der Bearbeitung und kann somit eine Gesamtlösung sogar verhindern.
- Bei der Verwendung von Rechenbäumen wird der arithmetische Aspekt der Sachaufgabe zu sehr betont. Die Kinder sollen ausschließlich gemeinsame arithmetische Strukturen bei verschiedenen Aufgaben erkennen, um dafür entsprechende Rechenbäume anzufertigen.

Zwar kann diese spezifische Sicht auf Sachaufgaben durchaus in bestimmten Fällen eine sinnvolle Fokussierung darstellen, sie eignet sich jedoch nicht als durchgängige Methode zum Lösen von Sachaufgaben. Denn gerade diese Sicht erfordert die bewusste Vernachlässigung der Sache. Ein derartiger Transfer ge-

lingt den Schülerinnen und Schülern nicht von selbst. Nehmen sie jedoch den Sachverhalt ernst, so werden sie wenig Bezug zwischen dem Einkaufen von Brötchen, dem Verpacken von Tennisbällen und dem Herstellen von Autos in einer bestimmten Zeit sehen.

Verbale Lösungshilfen zur Bearbeitung von Sachaufgaben

Neben solch schematischen Hilfen wie dem Rechenbaum werden als methodische Hilfe Handlungsanweisungen vorgegeben, die dem Schüler bzw. der Schülerin das Planen eines Lösungsweges erleichtern sollen. Relativ bekannt und auch heute noch im Unterricht zu finden sind:

Gegeben – Gesucht – Lösung

Frage – Rechnung – Antwort

Wir fragen: – Wir wissen: – Wir suchen: – Antwort:

Für das Lösen von Sachaufgaben in der Grundschule werden diese Impulse teilweise als konkrete Aufforderungen formuliert (Geißler 1978; Lompscher 1975; Pólya 1949; Radatz/Schipper 1983 u. a.):

- Lies die Aufgabe genau durch!
- Erzähle den Text nach!
- Unterstreiche wichtige Angaben!
- Bilde eine Zwischenfrage!
- Fertige eine Skizze an!
- Schreibe die Gleichung auf!
- Rechne!
- Antworte!

Auch dies ist ein relativ starres Abrufschema, das den Kindern wenig Raum für eigene Denkwege lässt. Heute vertritt man die Meinung, dass Lösungswege nicht durch Anleitung von außen erlernt werden, sondern durch Reflexion über eigene Lösungsversuche, den Austausch mit anderen über deren Vorgehen sowie durch die gemeinsame Strukturierung dieser Prozesse. Dennoch sind derartige Schemata zur Strukturierung längerfristiger Lösungsprozesse im Sinne eines groben Überblicks auch heute noch durchaus sinnvoll (vgl. auch Kapitel 4). Dass dabei individuelle Lösungswege und Vorlieben mit groben Strukturierungshilfen zum Lösen komplexer Sachaufgaben verbunden werden können, zeigt die Abbildung auf der folgenden Seite.

Trotz vielfältiger Bemühungen, die Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler nachzuvollziehen und Anleitungen für das Lösen von Sachaufgaben zu geben (vgl. Fricke 1987; Maier/Schubert 1978; Strehl 1979; Vollrath 1980 u. a.), konnten keine besseren Sachrechnenfähigkeiten erreicht werden.

Sachaufgabenwerkstatt:
6 Schritte zur Lösung

..... Diese Schritte helfen dir beim Lösen von Sachaufgaben.

1 Maria fährt um 8.00 Uhr mit dem Fahrrad von Vordorf in das 40 km entfernte Nachdorf. Sie legt innerhalb von 20 Minuten 5 km zurück. Um 9.20 Uhr macht sie eine Pause von 20 Minuten. Zu welchem Zeitpunkt erreicht sie Nachdorf?

Ich probiere die Schritte bei Aufgabe 1 gleich aus:
Um 8 Uhr fährt sie los, das Dorf ist 40 km entfernt ...

Lies genau.
Worum geht es in der Aufgabe?
Erzähle es mit eigenen Worten.

Was ist wichtig?
Notiere wichtige Begriffe zum Rechnen.

Welcher Lösungsweg passt?
Wonach ist gefragt?
Welcher Lösungsweg ist für dich der beste?
Was hilft dir?
Eine Tabelle, Zerlegen in Teilrechnungen, wichtige Begriffe, ...?

Vorüberlegungen zum Ergebnis
Hilft ein Überschlag?
Was rechne ich aus: km, Zeit, €, ...?

Rechne aus.

Kontrolliere.
Passt die Antwort zur Frage?
Kann das Ergebnis stimmen?

Abfahrt: 8 Uhr
Strecke: 40 km
5 km in 20 Minuten

Mache ich mir eine Skizze?

Leg mir eine Tabelle an?

8.00 Uhr	0 km
8.20 Uhr	5 km
8.40 Uhr	10 km
9.00 Uhr	
9.20 Uhr	

Zu welchem Zeitpunkt ...?
Um ... Uhr ...

Abbildung 1.2 Lösen komplexer Sachaufgaben (aus: Zahlenzauber 4, 2005, S. 34)

1.4 Sachrechnen an der Jahrtausendwende (Ende des 20. Jahrhunderts)

In den 1980er-Jahren nach der Revision der „neuen Mathematik“ (Mengenlehreära) vollzog sich auch ein Wandel beim Sachrechnen. Als hauptsächliche Ursachen für das Scheitern all der Versuche, den Kindern Hilfe und Anleitung zum Sachrechnen zu geben (vgl. Abschnitt 1.3), wurden gesehen:

- das Vernachlässigen der Sache und damit mangelnder Realitätsbezug,
- die für die Kinder wenig motivierende Themenwahl für Sachaufgaben (Ratenkauf, Hausbau, Produktionszahlen u. Ä.),
- der häufige Themenwechsel bei Sachaufgaben, bedingt durch
- die Bindung der Inhalte von Sachaufgaben an den gerade behandelten arithmetischen Stoff sowie
- das Einengen der Kinder auf *einen* Lösungsweg.

Das sich anschließende Bemühen, den Sachrechenunterricht zu verbessern, wurde mit dem Stichwort „neues Sachrechnen“ versehen. Hauptsächlich sollte an positive Ideen aus der Reformpädagogik und der Nachkriegszeit angeknüpft werden. Zu diesem sogenannten „neuen Sachrechnen“ wurden unterschiedliche Vorschläge unterbreitet, die in ihrer Gesamtheit gesehen eine umfassende Sicht auch auf das heutige Sachrechnen liefern. Im Wesentlichen sind dies:

- Sachrechnen, das von den Alltagserfahrungen – eigene Handlungserfahrungen, aber auch mediale Umwelt – der Schülerinnen und Schüler ausgeht (Bobrowski 1993a; Dröge 1995 u. a.)
Dieses Konzept wird getragen von der Orientierung an aktuellen Situationen, der Ehrlichkeit gegenüber der Sache und auch gegenüber den Kindern, dem Umgang mit authentischem Material u. a. Dabei erfüllt das Sachrechnen die Funktion, die Erfahrungswelt der Kinder zu erhellen, zu strukturieren und mit mathematischen Mitteln zu analysieren.
- Sachrechnen an lesenswerten und mathematikhaltigen Texten (Erichson 1992, 1993, 2003; Hack/Ruwisch/Schaffrath 2006; London 2004; Ruwisch/Schaffrath 2010; Schütte 1997)
Ausgehend von einer Verknüpfung zwischen den Fächern Mathematik und Deutsch liefern insbesondere Sachtexte darüber hinaus Anregungen für fächerverbindenden Unterricht zu Sachunterricht, Sport, Technik, Religion und Kunst. Die Texte können realistische Informationen liefern (Erichson 1992, 2003, London 2004) und den Kindern neues Sachwissen vermitteln (Hack/Ruwisch/Schaffrath 2006; Ruwisch/Schaffrath 2010) oder auch mit Figuren aus der Kinderliteratur oder Märchen gestaltet werden (Franke 2003; Schütte 1997).
- Sachrechnen durch mathematikhaltige Projekte (u. a. Franke 1995, 1996a; Igl/Senftleben 1999; Winter 2003b)

Da Projekte als Echtsituationen meist komplexe Themen sind, können sie zwar nur vereinzelt durchgeführt werden, liefern den Kindern aber wichtige Erfahrungen zum praktischen Nutzen der Mathematik, auch in Abgrenzung zu anderen Fragen innerhalb des Projektes. So können Kinder auch erfahren, dass mittels Mathematik zwar einige Ergebnisse erzielt werden können, dass eine darauf gegründete Entscheidung jedoch immer noch normativ zu fällen ist.

- Sachrechnen mit Knobel- und Kapitänsaufgaben sowie Fantasiegeschichten (u. a. Baruk 1989; Burmester/Bönig 1993a, 1993b; Franke 2002; Rasch 1999, 2001, 2003; Selter 1994b)

Diese teilweise realitätsfremden Aufgaben können echte Herausforderungen für das Denken der Kinder sein. Allerdings ist deren Standpunkt als Knobelaufgabe deutlich zu thematisieren, sodass sie neben den bereits genannten Konzepten vor allem der Entwicklung der Problemlösefähigkeiten dienen.

- Sachrechnen als Modellieren (Bönig 2001; Büchter/Herget/Leuders/Müller 2007; Hinrichs 2008; Kaufmann 2006b; Maaß 2009; Peter-Koop 1999; Ruwisch/Schaffrath 2009; Ruwisch/Tiedemann 2007)

In den letzten Jahren ist das Modellieren als ein weiterer Aspekt verstärkt in der didaktischen Literatur zu finden. Insbesondere Fermi-Aufgaben ohne oder nur mit wenigen Zahlen, die zum Strukturieren der Gesamtsituation, zu einer Suche nach notwendigen Daten und dem Umgehen mit geschätzten und durchschnittlichen Werten anregen, werden in unterschiedlichen Varianten im Sachrechnenunterricht einbezogen.

Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule

Franke, M.; Ruwisch, S. - Padberg, F. (Hrsg.)

2010, VIII, 290 S. 142 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-8274-2042-8