

Kapitel 4

Stell- und Zielgrößen

Gerald Weigert und Oliver Rose

4.1 Stellgrößen

Bei jeder Optimierungsaufgabe stellt sich naturgemäß die Frage nach dem Optimierungsziel. So einfach und selbstverständlich die Fragestellung auch erscheinen mag, erwachsen daraus nicht selten grundlegende Missverständnisse, z. B. wenn man auf die Frage „Was soll optimiert werden?“, als Antwort erhält, „die Reihenfolge“. Oft unterscheidet der Praktiker bzw. Anwender nicht sauber zwischen Einfluss- und Zielgrößen. Die Reihenfolge, in der z. B. die Aufträge an einer Maschine bearbeitet werden sollen, ist eine typische Einflussgröße, die sich auf Kenngrößen wie mittlere Durchlaufzeit oder die Auslastung der Maschine auswirken kann. Letzteres sind dann Zielgrößen, die es zu minimieren (im Fall der Durchlaufzeit) oder zu maximieren gilt (im Fall der Auslastung).

Die Frage nach den Einflussgrößen kann nicht losgelöst von den Zielgrößen gestellt werden. Stellschrauben gibt es in einem logistischen System naturgemäß viele, nur haben nicht alle Einfluss auf jede denkbare Zielgröße, und es ist wenig sinnvoll, unnütze Stellschrauben bei der Optimierung zu berücksichtigen, die dann nur den Rechenaufwand erhöhen. Auf jeden Fall müssen Anwender und Optimierungsexperte bei der Definition der Einflussgrößen eng zusammenarbeiten, denn einerseits kennt nur der Anwender wirklich die systemspezifischen Stellschrauben und andererseits kann nur der Optimierungsexperte einschätzen, welche Auswirkungen eine bestimmte Einflussgröße auf seinen Algorithmus haben wird. Während in dem einen Produktionssystem vielleicht der Personaleinsatz variabel ist (Schichtsystem, Wochenendarbeit usw.) kann in einem anderen eventuell kurzfristig zusätzliche Maschinenkapazität erschlossen werden. Die Art der zu berücksichtigenden Einflussgrößen ist entscheidend für den Charakter des Optimierungsproblems. Grundsätzlich unterscheidet man drei Typen von Einflussgrößen: Parametervariationen,

G. Weigert (✉)

Fakultät Elektrotechnik & Informationstechnik, Institut für Aufbau- und Verbindungstechnik der Elektronik, Technische Universität Dresden, 01062 Dresden, Deutschland

www.avt.et.tu-dresden.de/rosi/

E-Mail: gerald.weigert@tu-dresden.de

Zuordnungen und Permutationen. Durch Parametervariation kann man z. B. die Größe eines Pufferlagers oder die Anzahl von Arbeitsplätzen beeinflussen. Da es sich bei diesen Parametern meist um reelle bzw. ganze Zahlen handelt, ist die Optimierung unter diesen Bedingungen vergleichsweise einfach. Auf jeden Fall sollte geprüft werden, ob unter solchen Umständen überhaupt ein simulationsgestütztes Optimierungsverfahren erforderlich ist, oder stattdessen mathematische Verfahren wie das Gradientenverfahren oder Lineare Programmierung schneller zum Ziel führen. Bei der Zuordnung oder Auswahl sind die Verhältnisse dagegen schwieriger. Zuordnen kann man z. B. Aufträge zu bestimmten Maschinen aus einer Maschinengruppe (1 aus n , aber auch m aus n , mit $m < n$); oder für ein Pufferlager kann die Wartedisziplin ausgewählt werden. Typisch für die Zuordnung/Auswahl wie auch für Permutationen ist, dass die Variablen naturgemäß keine reellen Zahlen sind und somit kein natürliches Abstandsmaß in Form z. B. des euklidischen Abstandes existiert, das wiederum eine wichtige Voraussetzung für die Anwendung z. B. eines Gradientenverfahrens wäre. Das Vorhandensein von Zuordnungs- oder Permutationsvariablen ist generell ein starkes Indiz für die Notwendigkeit simulationsgestützter Optimierungsverfahren. Gerade die Permutationen, z. B. in Gestalt von Auftragsreihenfolgen, sind wirksame und darüber hinaus leicht zugängliche Stellschrauben zur Beeinflussung des Ablaufverhaltens. Damit wird auch deutlich, weshalb simulationsgestützte Optimierungsverfahren in Fertigung und Logistik eine so große Bedeutung zukommt. Permutationsvariable haben jedoch noch eine andere, sehr nachteilige Eigenschaft: Die Anzahl der in Frage kommenden Werte (z. B. die Anzahl der unterschiedlichen Reihenfolgen) wächst exponentiell mit der Anzahl der Tauschpartner. Was das für das Optimierungsproblem bedeutet, wird später unter dem Begriff Komplexität noch beleuchtet werden.

4.2 Einfache Zielgrößen

Sind die Einflussvariablen schließlich festgelegt, müssen die Ziele bestimmt und die Zusammenhänge zwischen den Einfluss- und Zielvariablen beschrieben werden. Auf simulationsgestützte Optimierungsverfahren greift man dann zurück, wenn sich dieser Zusammenhang nicht mit Hilfe mathematischer Formeln beschreiben lässt oder der dafür erforderliche Aufwand zu hoch ist. Das Simulationsmodell übernimmt in diesem Fall die Rolle der Formel, indem durch Simulation jeder Wertekonstellation der Einflussgrößen ein konkreter Zielwert zugeordnet werden kann. Gerade logistische Systeme sind aufgrund ihrer Komplexität und der großen Anzahl von Wechselwirkungen der Systemkomponenten untereinander oft überhaupt nur mit Hilfe von Simulationsmethoden beherrschbar. Darüber hinaus haben Simulationsmodelle gegenüber mathematischen Beschreibungen den Vorteil, dass sie für den Anwender anschaulicher sind, wodurch sich nicht zuletzt das Vertrauen in die Optimierungsergebnisse erheblich verbessern lässt.

Eine Zielgröße, über die eigentlich immer Einigkeit herrscht, sind die allgemeinen Kosten, die es zu minimieren gilt. Für ein konkretes Optimierungsprojekt ist

diese globale betriebswirtschaftliche Kenngröße jedoch wenig geeignet. Vielmehr muss das übergeordnete Kostenziel in untergeordnete Teilziele zerlegt werden. So können die Kosten reduziert werden, indem man die Auslastung der Maschinen erhöht, den Bestand im System senkt oder die Liefertermine exakt einhält. Die aufgezählten untergeordneten Ziele sind logistische Ziele; der Zusammenhang zu den betriebswirtschaftlichen Zielen lässt sich jedoch nicht immer eindeutig herstellen. So ist es schwierig, die Kosteneinsparung, die durch Liefertermintreue erreicht wird, exakt in Euro und Cent anzugeben. Die Überschreitung von Lieferterminen verursacht nicht nur unmittelbar zusätzliche Kosten (späterer Zahlungseingang bis hin zu Vertragsstrafen), die sich noch einigermaßen berechnen ließen, sondern hat auch langfristige Auswirkungen, die schwer zu quantifizieren sind. So können evtl. wichtige Kunden zur Konkurrenz abwandern, ohne dass man den Zusammenhang zu den Terminüberschreitungen immer eindeutig nachweisen kann. Und wenn man es doch kann, ist die Berechnung des entstandenen Schadens meistens schwierig.

Schon dieses einfache Beispiel zeigt, dass zwischen logistischen und betriebswirtschaftlichen Zielen kein einfacher Zusammenhang herzustellen ist. Dies kann zu vielen Missverständnissen führen und man ist generell gut beraten, sich bei einem Optimierungsprojekt vorwiegend auf abgeleitete, logistische Ziele zu konzentrieren. Auch wenn man den Nutzen nicht genau quantifizieren kann, ist es nicht von Nachteil, eine Maschine besser auszulasten, den Bestand innerhalb eines Fertigungssystems zu senken oder die Liefertermine weniger oft zu überziehen. Die logistischen Ziele, als im weitesten Sinne von der Zeit abgeleitete Kenngrößen, stehen auch eher in Beziehung zur ereignisdiskreten Simulation als die rein kostenorientierten Kenngrößen.

Die grundlegenden logistischen Zielgrößen werden im Gesetz von Little benannt (Hopp u. Spearman 2001):

$$\text{Mittlerer Durchsatz} = \text{Mittlerer Bestand} / \text{Mittlere Durchlaufzeit} \quad (4.1)$$

Das Gesetz gilt streng genommen nur für unendlich lange Beobachtungsintervalle, hat darüber hinaus aber universelle Gültigkeit und beschreibt sowohl das Verhalten des Gesamtsystems (z. B. der Fabrik) als auch das Verhalten jeder seiner Teile (z. B. einer Maschinengruppe). Unter dem Durchsatz versteht man die Anzahl der Aufträge, die pro Zeiteinheit vom System bedient werden. Zum Bestand zählen alle Aufträge innerhalb des Systems, die gerade bedient werden bzw. auf Bedienung warten (in der Regel alle Produkte in einer Warteschlange). Die Durchlaufzeit ist eine auf den Auftrag bezogene Größe, die sich aus der Differenz zwischen Systemaustrittsdatum und dem Systemeintrittsdatum des Auftrags ergibt. Der Zeitpunkt des Systemaustritts fällt zusammen mit dem Ende der Bedienung. Alle drei Kenngrößen kann man für unterschiedliche Zeitintervalle (z. B. Schicht, Woche oder Monat) aber auch für unterschiedliche Teilsysteme bzw. für spezielle Produktspektren berechnen. So kann z. B. die Senkung der mittleren Durchlaufzeit aller Aufträge für A-Kunden ein Optimierungsziel sein, oder die Erhöhung des Durchsatzes an der Engpassmaschine. Letzteres ist gleichwertig mit der Erhöhung der Maschinenauslastung.

Eine weitere wichtige Zielkategorie ist die Einhaltung der Termine. Damit beschäftigt sich vor allem die Theorie der Ablaufplanung, wie sie unter anderem von Domschke et al. (1997) ausführlich beschrieben wird. Gerade in wirtschaftlich schwierigen Zeiten und in einem zunehmend turbulenten Umfeld rückt die Termintreue immer mehr in den Fokus der Unternehmen. Die Einhaltung von Lieferterminen kann über den wirtschaftlichen Erfolg eines Unternehmens entscheiden und ist den Kunden inzwischen genauso wichtig wie oder sogar noch wichtiger als die Qualität der Produkte. Die exakte Vorhersage von Terminen, seien es Liefertermine oder Start- und Endtermine bestimmter Arbeitsgänge, ist in den meisten Fällen nur mit Hilfe ereignisdiskreter Simulationsmodelle möglich. Es ist ein weit verbreiteter Irrtum, dass in einem deterministischen System alle Termine mittels einfacher Tabellenkalkulation bestimmt werden können. Dieses Verfahren stößt sehr schnell an seine Grenzen, insbesondere dann, wenn die einzelnen Teilprozesse (Arbeitsgänge) um begrenzte Ressourcen konkurrieren, pro Arbeitsgang mehrere dieser Ressourcen benötigt werden (z. B. Maschine, Personal und Werkzeug) und darüber hinaus verschiedenen Arbeitsgänge miteinander synchronisiert werden müssen (z. B. bei der Montage). Die Berücksichtigung komplexer Rüst- oder Gruppenregeln, von Schicht- und Urlaubsplänen sowie Maschinen- und Personalqualifikationen erzwingen geradezu eine Simulation, deren Ergebnis in einem vollständigen Ablaufplan besteht. Aus diesem Ablaufplan lassen sich verschiedene Kenngrößen zur Termintreue herleiten, wie z. B. die Summe aller oder ausgewählter Terminüberschreitungen, die Summe aller oder ausgewählter Terminabweichungen, die Summe aller verspäteten Produkte usw. Hier gilt prinzipiell wie bei den Kenngrößen Durchsatz, Bestand und Durchlaufzeit, dass die Definition der Systemgrenzen Bestandteil der Zielgröße ist.

4.3 Mehrfachziele

Ziele können sich ändern. Unter den Bedingungen geringerer Nachfrage ist die Termintreue ein wichtiges Ziel, um z. B. Kunden zu gewinnen oder zu halten. Zieht die Nachfrage an, kann z. B. eine hohe und möglichst gleichmäßige Auslastung bestimmter Ressourcen, d. h. ein hoher Durchsatz (Produktionsausstoß) entscheidend sein. Aber auch innerhalb eines Fertigungssystems können unterschiedliche Ziele bestehen. Bei einem Engpass z. B. wird man eine hohe Auslastung anstreben; bei kostenintensivem Material wird man bestrebt sein, den Bestand niedrig zu halten. Die Ziele können in der Tagschicht andere sein als in der Nachtschicht. Als sei das nicht schon kompliziert genug, haben die Beteiligten, abhängig von ihrer Stellung im Unternehmen, oft unterschiedliche Zielvorstellungen. Während die Verkaufsabteilung daran interessiert ist, möglichst viele Produkte termingerecht auszuliefern, wird der Schichtleiter einen kontinuierlichen Produktfluss anstreben bzw. unnötige Umrüstungen von Maschinen zu vermeiden suchen. Das Management wird unter anderem darauf dringen, teurere Wochenendeinsätze möglichst zu vermeiden.

Die Erkenntnis daraus ist, dass man in den seltensten Fällen nur mit einem Einzelziel konfrontiert wird, vielmehr handelt es sich bei den meisten Optimierungsprojekten um einen Zielkomplex, der sich darüber hinaus auch noch zeitlich ändern kann. Gewöhnlich fasst man einen solchen Zielkomplex in einen Zielvektor zusammen:

$$\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T \quad (4.2)$$

Die Komponenten c_i des Vektors stehen für die Kenngrößen, die durch Simulation ermittelt werden sollen. Das übliche Vorgehen, möglichst alle Ziele bei der Optimierung zu berücksichtigen, besteht darin, ein Ersatzziel C aus der Summe der Einzelziele c_i zu bilden. Die multikriterielle Optimierungsaufgabe wird auf diese Weise wieder in eine einfache Optimierungsaufgabe transformiert. Zweierlei muss bei der Summierung von Einzelzielen unbedingt beachtet werden:

Alle Summanden müssen die gleiche Ausrichtung haben, d. h., man sucht bei allen Zielgrößen das Minimum (Maximum). Ist das nicht gewährleistet, werden die entgegengesetzt ausgerichteten Summanden mit -1 multipliziert.

Die einzelnen Ziele können mit unterschiedlichem Gewicht λ_i in die Optimierung eingehen. Dieses Gewicht ist, im Unterschied zum Wert der Zielgröße, subjektiv und wird in der Regel vom Anwender festgelegt. Wichtige Ziele werden mit einem großen, unwichtige mit einem kleineren Gewichtungsbetrag bedacht.

Im Ergebnis erhält man eine gewichtete Summe.

$$C = \sum_n \lambda_i \cdot c_i \quad (4.3)$$

Betrachtet man die Summe genauer, so fällt ins Auge, dass der Einfluss eines Summanden nicht allein durch den Gewichtungsfaktor λ_i , sondern auch durch den Wert c_i der Zielgröße selbst bestimmt wird. Was das bedeutet, soll ein einfaches Beispiel illustrieren. Angenommen, es soll sowohl die Durchlaufzeit als auch die Maschinenauslastung optimiert werden. Die Durchlaufzeit c_1 der Aufträge sei wichtiger als die Auslastung c_2 und wird daher mit einem Gewicht von $\lambda_1 = 0,8$ bewertet. Für die Auslastung wählt man einen Faktor $\lambda_2 = -0,2$, so dass man schließlich das Minimum der Ersatzzielfunktion C suchen kann. Auf den ersten Blick scheint das Verhältnis zwischen beiden Zielen gewahrt; die größeren Effekte erreicht man durch Minimierung der Durchlaufzeit. Nimmt man nun aber an, dass die Durchlaufzeit in Stunden gemessen wird und im Mittel 5 h betrage, die Auslastung dagegen in Prozent und somit deutlich größere Zahlenwerte (z. B. 80 %) annehmen kann, dann setzt sich die Auslastung als Einzelziel durch $(\lambda_1 c_1 : 0,8 \cdot 5 = 4 \text{ gegen } \lambda_2 c_2 : -0,2 \cdot 80 = -16)$, obwohl der Anwender genau gegensätzliche Absichten verfolgte. Entscheidend ist der Betrag der Summanden insgesamt, nicht der Gewichtungsfaktor allein. Oder anders ausgedrückt, zwischen den subjektiv bestimmten Gewichtungsfaktoren und den objektiv ermittelten Zielwerten besteht aus arithmetischer Sicht kein Unterschied.

Damit nun eine einmal getroffene Bewertung der Teilziele, ausgedrückt in den λ -Werten, nicht wieder verfälscht wird, muss man dafür sorgen, dass die Werte der einzelnen Ziele die gleiche Größenordnung aufweisen. Das erreicht man am einfachsten durch eine Normierung:

$$r_i = \frac{c_i - c_i^{\min}}{c_i^{\max} - c_i^{\min}} \quad (4.4)$$

Für die normierte Zielgröße gilt dann $0 \leq r_i \leq 1$. Alle normierten Zielgrößen sind ihrem Betrag nach nun vergleichbar, so dass der λ -Vektor die erwartete Gewichtsverteilung exakt abbildet.

Zur Normierung der Zielgrößen benötigt man deren minimalen und maximalen Wert. Wenigstens einer dieser beiden Werte ist aber unbekannt, solange die Optimierung noch läuft, so dass, genau genommen, prinzipiell keine exakte Normierung möglich ist. Entweder man kennt beide Werte, dann wäre die Optimierung gar nicht notwendig, oder man passt die Normierungsformel jeweils an, wenn ein neuer Maximalwert (Minimalwert) gefunden wurde. Streng genommen müsste man dies natürlich auch für alle bereits gelaufenen Optimierungszyklen tun. Dabei kann man nicht sicher sein, ob der Suchalgorithmus unter den neuen Bedingungen nicht einen anderen Verlauf genommen hätte. Für den Praktiker stellt sich diese Frage nicht in dieser Strenge. Man ersetzt das Minimum bzw. Maximum in der Praxis häufig durch eine untere bzw. obere Schranke für den Zielwert und nimmt dabei in Kauf, dass die normierten Werte nicht exakt im Intervall $[0,1]$ liegen bzw. dieses Intervall nicht exakt ausfüllen. Die Schranken sollten jedoch möglichst so gewählt werden, dass die normierten Zielwerte annähernd gleiche Größenordnung besitzen. Hat man keine Vorstellung von der Größenordnung eines oder mehrerer Ziele, sollte man sich zunächst einen Schätzwert dafür verschaffen, indem man hinreichend viele initiale Suchschritte vor der eigentlichen Optimierung ausführen lässt.

Die Ersatzzielgröße in Form einer gewichteten Summe hat den Vorteil, dass man auf diese Weise beliebig viele Ziele miteinander kombinieren kann und das Problem doch so behandelt, als hätte man nur eine einzelne Zielgröße. Spezielle Modifikationen der Algorithmen sind nicht erforderlich. Dennoch sollte man sich bei der Formulierung des multikriteriellen Optimierungsproblems über die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Zielgrößen im Klaren sein. Diese sind häufig kompliziert und nicht einfach zu durchschauen. Letztlich soll das Ergebnis aber für möglichst alle Ziele ein Optimum liefern. Dass dies nicht immer erreichbar ist, zeigt das folgende Beispiel. Die mittlere Aufenthaltsdauer der Kunden in einem Geschäft steht im Gegensatz zur Auslastung des Verkaufspersonals. Es ist zwar möglich, die Auslastung des Personals zu erhöhen, indem z. B. weniger Verkäuferinnen eingesetzt werden, aber nur um den Preis, dass die Kunden länger auf Bedienung warten müssen. Dieses klassische Beispiel kann natürlich auch sinngemäß auf Produktionssysteme angewendet werden und ist unter dem Begriff „Dilemma der Ablaufplanung“ allgemein bekannt. Je nachdem, ob das Gewicht mehr in Richtung Personalauslastung oder in Richtung Kundenzufriedenheit gelegt wird, erhält man eine Lösung, bei der die Auslastung des Personals und die

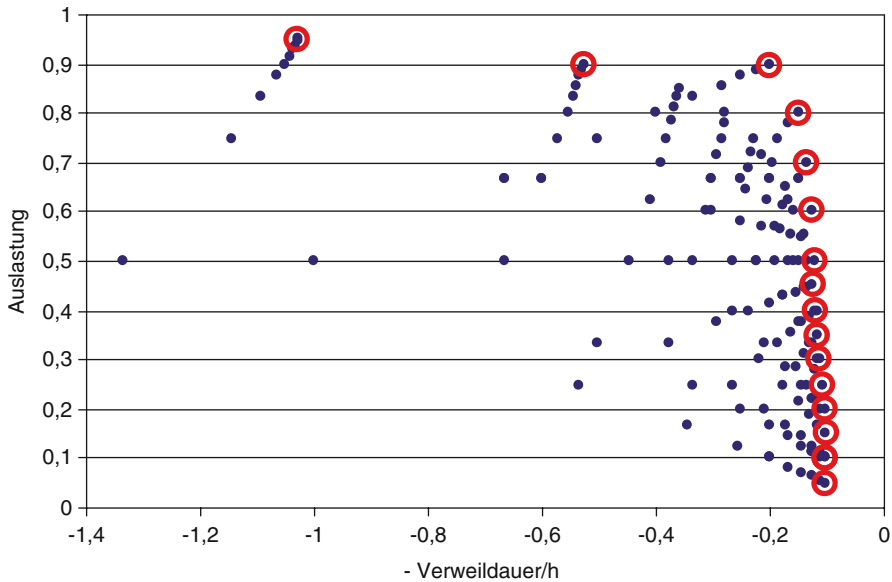
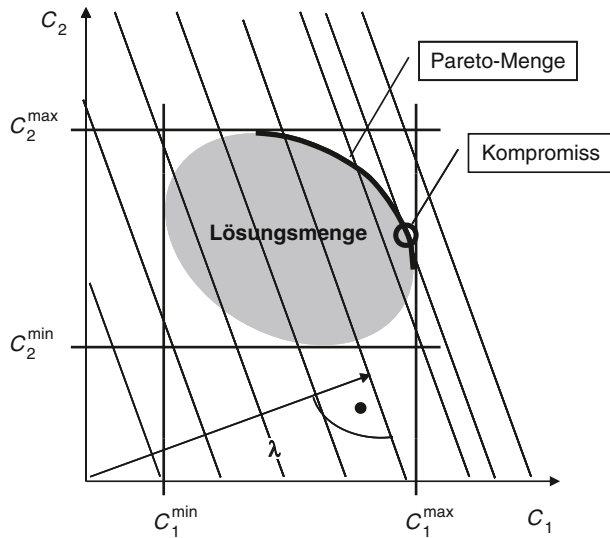


Abb. 4.1 Kompromisse zur Lösung des Zielkonflikts zwischen Auslastung und Verweildauer in einem Bedienungssystem

Verweildauer der Kunden hoch sind oder die Auslastung und die Verweildauer niedrig. Beide Ziele gleichzeitig zu befriedigen gelingt nicht. Dennoch existieren Lösungen, die im Sinne eines Kompromisses optimal sind und unter den gegebenen Bedingungen nicht mehr verbessert werden können. Am Beispiel in Abb. 4.1 erkennt man, dass es viele Lösungen gibt, bei der man die Auslastung auf einen Wert von 0,5 festlegen kann, aber nur eine Lösung, der optimale Kompromiss, erreicht unter dieser Bedingung eine minimale Verweildauer. Genauso gut kann die Verweildauer festgelegt und dann nach der maximalen Auslastung gefragt werden. Man spricht auch davon, dass die Kompromisslösung alle anderen Lösungen dominiert, d. h., unter den gegebenen Voraussetzungen die beste ist. Kompromisse lassen sich selbstverständlich auch in höher dimensionalen Zielsystemen finden. Das Prinzip ist das gleiche, nur dass jeweils alle Zielwerte bis auf einen festgehalten werden müssen.

Die Menge aller optimalen Kompromisse ist die so genannte Pareto-Menge. In erster Näherung bildet die Pareto-Menge die (unvollständige) Hülle (Pareto-Front) der Lösungsmenge, insbesondere dann, wenn es sich, wie in Abb. 4.1 dargestellt, um ein konvexes Problem handelt. Lösungen außerhalb der Pareto-Menge zu suchen ist wenig sinnvoll, es sei denn, dass noch andere Kriterien, wie etwa die Robustheit der Lösung, eine Rolle spielen. Operiert man mit der gewichteten Summe der Einzelziele, dann liegen alle Lösungen mit äquivalentem Wert der Ersatzzielfunktion auf einer Hyperebene. Für den in Abb. 4.2 dargestellten zweidimensionalen Fall sind die Hyperebenen Geraden, deren Neigungswinkel durch den λ -Vektor bestimmt wird. Dieser Neigungswinkel entscheidet über die Auswahl des Optimums inner-

Abb. 4.2 Optimaler Kompromiss bei zwei Zielgrößen c_1 und c_2 in Abhängigkeit vom λ -Vektor



halb der Pareto-Menge. Je nachdem, in welche Richtung der λ -Vektor gedreht wird, wandert der optimale Kompromiss innerhalb der Pareto-Menge.

Die typischen Optimierungsprobleme aus Produktion und Logistik sind fast immer diskreter Natur. D. h., bei Such- und Zielraum handelt es sich nicht um ein Kontinuum, sondern um Wolken aus diskreten Punkten, die das Raster für den Optimierungsalgorithmus bilden. Den Weg, den der Algorithmus auf der Suche nach dem Optimum zurücklegt, kann man sowohl im Such- als auch im Zielraum verfolgen. In 2- bzw. 3-dimensionalen Räumen lässt sich der Optimierungsprozess zudem gut visualisieren, so dass Unterschiede zwischen den einzelnen Heuristiken schnell ins Auge fallen. Der Suchpfad hängt auch vom Charakter der jeweiligen Einfluss- und Zielgrößen bzw. den Nebenbedingungen ab. Bei den Zielgrößen unterscheidet man z. B. zwischen Zielen, die optimiert werden sollen, und Bedingungen, die mindestens eingehalten werden müssen. So könnte man z. B. nach der minimalen mittleren Durchlaufzeit aller Fertigungsaufträge suchen, unter der Bedingung, dass kein Liefertermin überschritten wird. Die Einhaltung der Termine ist in diesem Fall eine Bedingung, kann aber in einem anderen Zusammenhang ebenso gut auch als zu optimierende Zielgröße aufgefasst werden. Bedingungen oder Restriktionen muss man sich wie Wände vorstellen, die in die Punktwolke eingezogen werden und so den verfügbaren Raum für den Suchalgorithmus einschränken. Es steht natürlich immer in der Verantwortung des Anwenders, dabei das richtige Maß zu wahren. Sind die Beschränkungen zu stark, kann das dazu führen, dass überhaupt keine Lösung existiert, z. B., wenn die Liefertermine gar nicht alle einzuhalten sind. Ganz allgemein lässt sich sagen, dass je zahlreicher und je strenger die Bedingungen sind desto höher die Wahrscheinlichkeit eines Misserfolges ist.

Auf der sicheren Seite liegt man natürlich immer dann, wenn im Zielraum gar keine Bedingungen vorgegeben werden. Dann lässt sich, wie oben beschrieben, die grobe Suchrichtung durch den λ -Vektor, also durch die Gewichte der einzelnen Ziel-

variablen, vorgeben; eine Lösung wird immer gefunden, auch wenn das Ergebnis nicht zufriedenstellen sollte. Die Festlegung der Gewichte ist jedoch in der Praxis nicht ganz so einfach wie es zu sein scheint. Oft sind sich die Auftraggeber über die Wirkung gar nicht im Klaren und darüber hinaus untereinander über die konkret zu wählenden Werte nicht einig. Der Optimierungsexperte sollte daher die Gewichtswerte stets kritisch hinterfragen und auf die Folgen aufmerksam machen. Es empfiehlt sich außerdem, mit Gewichtsverschiebungen zu experimentieren, insbesondere dann, wenn die vorgegebenen Werte eher geschätzt sind. Man kann das Problem der Gewichte auch dadurch umgehen, dass man eine ganz andere Suchstrategie wählt. Man sucht zunächst entlang nur einer Koordinatenachse im Zielraum, d. h., es wird nur nach einem ausgewählten Ziel optimiert. Das gefundene Optimum lässt sich anschließend in eine (mehr oder weniger harte) Bedingung für diese Zielgröße umwandeln, mit der der Optimierungsprozess entlang der nächsten Achse fortgesetzt werden kann. Die Strategie verzichtet formal auf die Gewichtungsfaktoren, nimmt aber dennoch ein Ranking unter den Zielgrößen vor, indem mit dem wichtigsten Ziel begonnen, und in der Rangordnung der Ziele fortgesetzt wird. Der Nachteil ist, dass durch das sukzessive Einziehen von Restriktionen nicht der gesamte Zielraum für die Suche zur Verfügung steht und somit das globale Optimum auch außerhalb der Reichweite des Algorithmus liegen kann. Außerdem werden Wechselwirkungen zwischen den Faktoren nicht berücksichtigt (Sauer et al. 2003).

4.4 Komplexität von Optimierungsproblemen

Simulationsgestützte heuristische Optimierungsverfahren erfordern einen enormen Rechenaufwand. Letztlich scheinen die Methoden auch nicht sonderlich elegant zu sein, eher erinnern sie mehr oder weniger an systematisches Probieren. Es stellt sich dem Praktiker daher oft die Frage, ob es nicht effizientere Verfahren gibt. Antworten findet man in der Komplexitätstheorie, einem speziellen Gebiet der Mathematik bzw. der theoretischen Informatik. Die folgenden kurzen Ausführungen sollen beim Praktiker die Sensibilität für den Schwierigkeitsgrad wecken, der in vielen diskreten Optimierungsaufgaben steckt, ohne sich dabei allzu sehr in komplizierten wissenschaftlichen Definitionen zu verlieren.

Um die Effizienz eines Algorithmus bewerten zu können, setzt man z. B. die Zahl der Rechenschritte, die im ungünstigsten Fall (*worst case*) notwendig sind, um das Optimum zu finden, in Beziehung zur Größe des Problems. Ein Maß für die Größe eines Problems ist in Produktion und Logistik gewöhnlich die Anzahl der im System befindlichen Aufträge oder die Anzahl der Ressourcen. Wir wollen annehmen, dass in einem Fertigungssystem für n Aufträge die Zykluszeit minimiert werden soll. Eine denkbare Einflussgröße wäre die Kapazität der Pufferlager vor einzelnen Maschinen. Würde man z. B. nur vor einer Maschine die Pufferlagerkapazität zwischen 1 und n in Einerschritten variieren, könnte man das Optimum durch Probieren sicher leicht finden. Variiert man die Kapazität weiterer Pufferlager, d. h., definiert man weitere Einflussvariable, so vergrößert sich die Anzahl

der durchzurechnenden Varianten. Für den Fall, dass k Einflussvariable vorliegen, benötigt man für die vollständige Enumeration jedoch nicht mehr als insgesamt n^k Varianten. Variiert man dagegen eine einzige Auftragsreihenfolge, z. B. vor der Engpassmaschine, so besitzt diese Permutationsvariable allein schon insgesamt $n!$ (sprich n -Fakultät $= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$) Werte. Näherungsweise kann man die Fakultät auch mit Hilfe der Stirlingschen Formel berechnen:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \quad (4.5)$$

In beiden Problemrepräsentationen wächst die Anzahl der Rechenschritte mit der Größe des Problems, im ersten Fall jedoch „nur“ polynomiell und im zweiten Fall exponentiell. Das heißt, im ersten Fall steht die Größe n nur in der Basis, im zweiten aber im Exponenten des Potenzausdrucks. Erhält man bei 10 Aufträgen ca. 3,6 Mio., so sind es bei 20 Aufträgen bereits mehr als $2,4 \cdot 10^{18}$ mögliche Reihenfolgen. Es ist keineswegs übertrieben zu sagen, dass der Aufwand zur Berechnung optimaler Reihenfolgen mit der Größe des Problems geradezu explodiert. Man sagt auch, dass Probleme des ersten Typs effizient lösbar sind, die des zweiten Typs dagegen nicht. Nun könnte man natürlich meinen, dass es ja eben die Aufgabe der Optimierung sein sollte, für ein so einfaches Problem wie es das Reihenfolgeproblem scheinbar ist, eine Lösung innerhalb akzeptabler Zeitgrenzen anzubieten. Leider kennt man bis heute keinen Algorithmus, der sicher zum Optimum führt, und bei dem die Rechenzeit (oder der benötigte Speicherplatz) trotzdem nicht „explodiert“. Alles, was als praktikable Lösung angeboten werden kann, sind Heuristiken, die sich möglichst gut dem Optimum nähern bzw. es im Einzelfall auch erreichen können, aber ohne dass ein exakter Nachweis geführt werden könnte, dass es sich bei der Lösung auch tatsächlich um das Optimum handelt.

Das Reihenfolgeproblem teilt sein Schicksal mit vielen anderen Problemen, wie z. B. dem sogenannten Rundreiseproblem. Auch hier soll eine optimale Reihenfolge, diesmal die Abfolge der Stationen einer Rundreise, die Einflussgröße, gefunden werden, so dass der Reiseweg, die Zielgröße, möglichst kurz ist. Es ist offensichtlich, dass trotz der unterschiedlichen Fragestellungen zwischen dem Reihenfolge- und dem Rundreiseproblem eine gewisse Verwandtschaft besteht. Tatsächlich lässt sich auch das Rundreiseproblem effizient in ein Reihenfolgeproblem transformieren und umgekehrt. Das heißt, man löst zwei Probleme in einem. Es gibt noch zahllose weitere Probleme, die sich nicht effizient lösen lassen, aber für die eine effiziente Transformation auf wenigstens eines der bereits einschlägig bekannten, als schwer lösbar geltenden Probleme existiert, darunter auch solche, die auf den ersten Blick überhaupt keine Ähnlichkeit mit den Fragestellungen aus Produktion und Logistik aufweisen. Stellvertretend sei hier nur auf das Problem der Primzahlenzerlegung verwiesen, auf dessen extrem hohen Lösungsaufwand man immerhin so fest vertraut, dass damit unter anderem die Geheimnummern unserer Kreditkarten verschlüsselt werden. Ohne weiter auf die Einzelheiten eingehen zu wollen, kann festgehalten werden, dass zwei Bedingungen entscheidend dafür sind, ein Problem als schwierig einzustufen:

- Die Rechenzeit aller bekannten Lösungsalgorithmen für dieses Problem „explodieren“ bei hinreichender Größe.
- Es gibt eine effiziente Transformation (Algorithmus mit polynomielltem Aufwand) in wenigstens eines der Probleme aus dieser Klasse.

Sind diese beiden Bedingungen erfüllt, bezeichnet man das Problem als NP (nicht polynomiell)-vollständig. Oder man spricht auch davon, dass das Problem aus der Klasse NP sei, im Gegensatz zur Klasse P (polynomiell). Die zweite Bedingung ist eigentlich rekursiver Natur, durch die die Klasse NP durch neue, noch unbekannte, Optimierungsprobleme erweitert werden kann. Da alle Optimierungsprobleme in NP durch effiziente Transformationen miteinander zusammenhängen, wären auch alle Probleme in NP mit einem Schlag gelöst, wenn es gelänge, ein einziges Problem aus NP effizient zu lösen. Bisher ist das aber noch niemandem gelungen. Im Gegenteil, die Menge der NP-schweren Probleme wird größer. Es hat somit den Anschein, dass es in unserer Welt allgemein, und leider auch und insbesondere in der Welt der Produktion und Logistik, diese zwei Klassen von Optimierungsaufgaben gibt. Das heißt zwar noch nicht, dass Probleme aus der Klasse P immer und Probleme aus NP nicht lösbar sind, aber die Gefahr, dass die Rechenzeit eines NP-schweren Problems zu groß wird, um noch rechtzeitig gelöst werden zu können, ist sehr realistisch. Insbesondere für diese Klasse von Problemen stellen die simulationsgestützten heuristischen Optimierungsverfahren eine wertvolle Option dar (Domschke et al. 1997).

Literatur

- Domschke W, Scholl A, Voß S (1997) Produktionsplanung: Ablauforganisatorische Aspekte. Springer, Berlin
- Hopp W, Spearman M (2001) Factory physics. McGraw-Hill/Irwin, New York
- Sauer W et al (2003) Prozesstechnologie der Elektronik – Modellierung, Simulation und Optimierung der Fertigung. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München

Simulation und Optimierung in Produktion und Logistik

Praxisorientierter Leitfaden mit Fallbeispielen

März, L.; Krug, W.; Rose, O.; Weigert, G. (Hrsg.)

2011, XVI, 244 S. 100 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-14535-3