

Vorwort

Mit den wachsenden Möglichkeiten Daten zu erheben steht deren adäquate Auswertung und Bewertung im Mittelpunkt der Statistik. Dabei treten viele unterschiedliche Datenstrukturen auf, die eine komplexe Modellierung erforderlich machen. In weiteren Schritten sind statistische Verfahren zum Anpassen der Modelle oder zum Untersuchen von interessanten Fragestellungen notwendig. Dieses Buch stellt die dafür notwendigen mathematischen Grundlagen und Konzepte der Statistik zur Verfügung. Dabei wird Wert auf die Herleitung von statistischen Fragestellungen und deren probabilistische Behandlung gelegt. Um die Verständlichkeit zu erhöhen, werden viele Beispiele ausgearbeitet und elementare Beweise ohne maßtheoretische Hilfsmittel gezeigt. Genaue Literaturhinweise ermöglichen die weitergehende Vertiefung. Durch die kurze und präzise Darstellung wird darüber hinaus ein schneller Einstieg in das Fachgebiet ermöglicht. Dabei folgen wir dem Ansatz von Bickel und Doksum (1977, 2001) und Casella und Berger (2002). Bei der Auswahl der Themen orientieren wir uns an der Praxisrelevanz der Verfahren. Anhand einer umfangreichen Aufgabensammlung am Ende jedes Kapitels kann das Verständnis überprüft und vertieft werden.

Dieses Buch richtet sich an Studierende der Mathematik und Statistik im zweiten oder dritten Jahr des Bachelor-Studiums oder ersten Jahr des Master-Studiums. Für andere Fachrichtungen ist ein starker mathematischer Schwerpunkt notwendig. Das Buch setzt Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie voraus wie sie zum Beispiel in Dehling und Haupt (2004) oder Georgii (2004) zu finden sind. Das mathematische Niveau des Buches liegt zwischen Fahrmeir et. al (2004) und den englischen Standardwerken von Lehmann und Casella (1998), Lehmann und Romano (2006) und Shao (2008).

Das Buch ist aus einer vierstündigen Vorlesung „Mathematische Statistik“, die wir an der Technischen Universität München für Studierende in Mathematik mit Schwerpunkt Finanz- und Wirtschaftsmathematik gehalten haben, entstanden.

Der Inhalt des Buches gliedert sich wie folgt: Im ersten Kapitel werden die später benötigten Konzepte der Wahrscheinlichkeitstheorie kurz vorgestellt.

Der zentrale Begriff eines statistischen Modells und insbesondere die Klasse der exponentiellen Familien werden im zweiten Kapitel eingeführt. Neben dem klassischen statistischen Modellansatz wird auch der Bayesianische Modellansatz diskutiert, welcher mit der Entwicklung von Markov Chain Monte Carlo Verfahren in jüngster Zeit sehr an Bedeutung gewonnen hat.

Im dritten Kapitel wenden wir uns den Schätzverfahren zu, wobei wir die Momentenmethode, Kleinste-Quadrate-Verfahren und Maximum-Likelihood-Schätzer (MLS) in ein- und mehrdimensionalen Modellen beschreiben. Es schließen sich das numerische Fisher-Scoring-Verfahren und Bayesianische a-posteriori-Modusschätzer an.

Im vierten Kapitel werden Vergleichskriterien von Schätzverfahren entwickelt. Dabei folgen wir im ersten Teil der klassischen Theorie nach Lehmann-Scheffé und studieren den zentralen Begriff eines gleichförmig besten Schätzers (Uniformly Minimal Variance Unbiased Estimator - kurz UMVUE). Die Bestimmung solcher Schätzer wird anhand zahlreicher Beispiele gezeigt. Im zweiten Teil widmen wir uns der asymptotischen Theorie der Schätzfolgen und analysieren Konsistenz, asymptotische Normalität und asymptotische Effizienz. Im Weiteren wird die Fisher Information eingeführt und ihr Zusammenhang mit der Informationsungleichung aufgezeigt.

Zur Bestimmung der Präzision eines Schätzverfahrens wird im fünften Kapitel der Begriff eines Intervallschätzers eingeführt. Dieser entspricht im klassischen Ansatz dem Konfidenzintervall, und im Bayesianischen Ansatz dem „Credible Interval“. Anschließend entwickeln wir das Konzept des statistischen Hypothesentestes und schließen mit der Dualität zwischen Hypothesentests und Konfidenzintervallen.

In Kapitel 6 wird die Optimalitätstheorie nach Neyman und Pearson behandelt. Es zeigt sich, dass die Anwendbarkeit dieser Konstruktion von optimalen Tests auf eine kleine Klasse von Testproblemen beschränkt ist, weswegen im zweiten Teil der verallgemeinerte Likelihood-Quotienten-Test eingeführt und an mehreren Beispielen illustriert wird. Konfidenzintervalle können nun mit Hilfe der oben angesprochenen Dualität bestimmt werden.

Das abschließende Kapitel stellt lineare Modelle vor und wir zeigen, dass die klassisch auftretenden Kleinste-Quadrate Schätzer als UMVUE-Schätzer identifiziert werden können. Die Optimalität dieser Schätzer wird mit Hilfe des Theorems von Gauß und Markov bewiesen. Hiernach leiten wir verallgemeinerte Likelihood-Quotienten-Tests her und illustrieren in der Anwendung wichtige Modellklassen wie multiple lineare Regression und Varianzanalyse (ANOVA) an Datenbeispielen.

Zu guter Letzt möchten wir uns bei den Studierenden für die zahlreichen Rückmeldungen bezüglich der ersten Skriptversionen bedanken. Insbesondere danken wir Stephan Haug, Aleksey Min, Jan Mai, Eike Christian Brechmann und Jakob Stöber für ihre Korrekturhilfen und Damir Filipović für seinen wichtigen Hinweis. Ein ganz besonderer Dank gilt Susanne Vet-

ter für ihre fabelhafte und unermüdliche Hilfe mit welcher sie das Skriptum um viele Quantensprünge verbessert hat. Die Zusammenarbeit mit Clemens Heine vom Springer Verlag war sehr professionell und stets hilfreich.

München & Leipzig,
22. Januar 2011

Claudia Czado und Thorsten Schmidt

Mathematische Statistik

Czado, C.; Schmidt, T.

2011, VIII, 280 S. 25 Abb., 3 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-642-17260-1