

Inhaltsverzeichnis

Teil I Prinzipien der Metrologie

| | | |
|----------|--|----|
| 1 | Ideen des Messens | 3 |
| 1.1 | Elementares | 3 |
| 1.2 | Messresultat und Messunsicherheit | 3 |
| 1.3 | Rückverfolgbarkeit – Rückschluss auf wahre Werte | 5 |
| 1.4 | Nicht-Gauß'sches Szenario | 7 |
| 2 | Fehlermodelle | 9 |
| 2.1 | Stationäre Messprozesse | 9 |
| 2.2 | Zufällige Messfehler | 10 |
| 2.3 | Gauß'sches Fehlermodell | 10 |
| 2.4 | Unbekannte systematische Messfehler | 10 |
| 2.5 | Generalisiertes Gauß'sches Fehlermodell | 12 |
| 3 | Quantifizierung des Messprozesses | 15 |
| 3.1 | Standardabweichung | 15 |
| 3.2 | Messunsicherheit | 16 |
| 3.3 | Präzision und Genauigkeit | 17 |

Teil II Werkzeugkasten

| | | |
|----------|---|----|
| 4 | Kleinste-Quadrate-Schätzer | 21 |
| 4.1 | Geometrie des Ausgleichs | 21 |
| 4.2 | Ausgleich ohne Nebenbedingungen | 25 |
| 4.3 | Ausgleich mit Nebenbedingungen | 29 |
| 5 | Zufallsvariable und Verteilungsdichten | 31 |
| 5.1 | Zufallsvariable | 31 |
| 5.2 | Statistisches Ensemble | 32 |

| | | |
|---|--|-----------|
| 5.3 | Empirische Verteilungsdichten | 33 |
| 5.4 | Theoretische Verteilungsdichten | 36 |
| 6 | Normalverteilte Grundgesamtheiten | 37 |
| 6.1 | Normale Verteilungsdichten | 37 |
| 6.2 | Dichte der empirischen Momente zweiter Ordnung | 40 |
| 6.3 | Student'sche Dichte | 42 |
| 6.4 | Hotelling'sche Dichte | 43 |
| 7 | Erwartungswerte empirischer Schätzer | 45 |
| 7.1 | Einzelmessungen | 45 |
| 7.2 | Arithmetisches Mittel | 46 |
| 7.3 | Empirische Varianzen | 47 |
| 7.4 | Empirische Kovarianzen | 49 |
| Teil III Messunsicherheiten linearer und linearisierter Schätzer | | |
| 8 | Verknüpfen von Messfehlern | 53 |
| 8.1 | Arithmetisches Mittel | 53 |
| 8.2 | Quasi-sicheres Schließen | 58 |
| 8.3 | Funktion einer Variablen | 59 |
| 9 | Fortpflanzen von Messfehlern, zwei Variable | 63 |
| 9.1 | Heuristischer Ansatz | 63 |
| 9.2 | Wohldefinierte Messbedingungen | 64 |
| 9.3 | Taylor'sche Entwicklung | 65 |
| 9.4 | Zufällige Fehler | 66 |
| 9.5 | Systematische Fehler | 69 |
| 9.6 | Gesamtunsicherheit | 69 |
| 9.7 | Robustes Schätzen | 70 |
| 10 | Fortpflanzen von Messfehlern, m Variable | 75 |
| 10.1 | Heuristischer Ansatz | 75 |
| 10.2 | Messreihen und Datentupel | 75 |
| 10.3 | Reihenentwicklungen | 76 |
| 10.4 | Zufällige Fehler | 77 |
| 10.5 | Systematische Fehler | 78 |
| 10.6 | Gesamtunsicherheit | 78 |
| 10.7 | Robustes Schätzen | 79 |
| 11 | Verkettete Verknüpfungsfunktionen | 81 |
| 11.1 | Reihenentwicklungen | 81 |
| 11.2 | Gesamtunsicherheit | 83 |
| 11.3 | Empirische Pseudokovarianz | 83 |
| 11.4 | Nichteindeutigkeit des systematischen Fehlers | 83 |

Teil IV Verknüpfen von Mitteln

| | | |
|-----------|--|-----|
| 12 | Zwei Mittel | 87 |
| 12.1 | Summe | 87 |
| 12.2 | Differenz | 88 |
| 12.3 | Produkt | 90 |
| 12.4 | Quotient | 90 |
| 12.5 | Klassischer Hypothesen-Test | 92 |
| 13 | Mitteln von Mitteln | 95 |
| 13.1 | Mittel zweier Mittel | 95 |
| 13.2 | Ungewichtetes Mittel von m Mitteln | 96 |
| 13.3 | Gewichtetes Mittel von m Mitteln | 99 |
| 14 | Konsistenz-Tests | 103 |
| 14.1 | Heuristisches Vorgehen | 103 |
| 14.2 | Formales Vorgehen | 105 |

Teil V Lineare Systeme

| | | |
|-----------|--|-----|
| 15 | Konsequenzen systematischer Messfehler | 113 |
| 15.1 | Vorlast des Kleinste-Quadrate Schätzers | 113 |
| 15.2 | Minimierte Summe der Residuenquadrate | 115 |
| 16 | Ungewichteter Ausgleich | 117 |
| 16.1 | Empirische Varianz-Kovarianz Matrix der Eingangsdaten | 117 |
| 16.2 | Empirische Varianz-Kovarianz Matrix des Kleinste-Quadrate Schätzers | 118 |
| 16.3 | Fortpflanzung systematischer Fehler | 121 |
| 16.4 | Unsicherheit des Lösungsvektors | 122 |
| 17 | Gewichteter Ausgleich | 123 |
| 17.1 | Gauß-Markoff'sches Theorem | 123 |
| 17.2 | Gewichtsmatrizen | 124 |
| 17.3 | Numerisches Beispiel | 127 |
| 18 | Naturkonstanten der Physik | 131 |
| 18.1 | Ausgleich naturkonstanter Größen | 131 |
| 18.2 | Konsistenz versus Lokalisierung | 131 |

Teil VI Ausgleichsgeraden

| | | |
|-----------|-----------------------------|-----|
| 19 | Vorbemerkungen | 135 |
| 19.1 | Fallunterscheidungen | 135 |
| 19.2 | Wahre Gerade | 136 |

| | |
|--|-----|
| 20 Anpassen von Geraden: Fall (i) | 137 |
| 20.1 Voraussetzungen | 137 |
| 20.2 Orthogonale Projektion | 138 |
| 20.3 Unsicherheit der Eingangsdaten | 139 |
| 20.4 Unsicherheit der Komponenten des Lösungsvektors | 140 |
| 20.5 Unsicherheitsband | 142 |
| 20.6 <i>EP</i> -Bereich | 144 |
| 21 Anpassen von Geraden: Fall (ii) | 149 |
| 21.1 Voraussetzungen | 149 |
| 21.2 Orthogonale Projektion | 150 |
| 21.3 Unsicherheit der Komponenten des Lösungsvektors | 151 |
| 21.4 Unsicherheitsband | 153 |
| 21.5 <i>EP</i> -Bereich | 156 |
| 22 Anpassen von Geraden: Fall (iii) | 161 |
| 22.1 Voraussetzungen | 161 |
| 22.2 Orthogonale Projektion | 162 |
| 22.3 Reihenentwicklung des Lösungsvektors | 163 |
| 22.4 Unsicherheit der Komponenten des Lösungsvektors | 165 |
| 22.5 Unsicherheitsband | 167 |
| 22.6 <i>EP</i> -Bereich | 169 |
| Teil VII Anhänge | |
| A Runden nach DIN 1333 | 175 |
| B Konfidenz-Ellipse | 177 |
| C Reihenentwicklung des Lösungsvektors | 181 |
| D Skalentransformation | 183 |
| E Quantile der Hotelling'schen Dichte | 185 |
| Literatur | 187 |
| Sachverzeichnis | 189 |

Grundriss der Generalisierten Gauß'schen
Fehlerrechnung

Grabe, M.

2011, XIV, 191 S. 36 Abb., Hardcover

ISBN: 978-3-642-17821-4