

# Kapitel I.

## Theorie des Haushalts

### A. Einführung

Aus dem Überblick in Kap. 0 wissen wir, dass die privaten Haushalte einerseits Konsumgüter nachfragen, deren Verbrauch einen Nutzen stiftet und damit dem Zweck jedes Wirtschaftens, der Bedürfnisbefriedigung, dient. Andererseits bieten die Haushalte Faktorleistungen an, um so ein Einkommen zu erzielen.

Grundsätzlich wird in der Haushaltstheorie davon ausgegangen, dass Konsumentensouveränität herrscht. In einem engeren Sinne ist darunter zu verstehen, dass der Haushalt im Rahmen der ihm zur Verfügung stehenden Mittel frei, ohne Bevormundung, gemäß seiner Präferenzstruktur entscheiden kann, welche der angebotenen privaten Güter er in welchen Mengen kauft. Hinsichtlich der vom Staat betriebenen Bereitstellung kollektiver und meritatorischer Güter ist Konsumentensouveränität als demokratischer Entscheidungsprozess über die Besetzung der Staatsorgane und damit die Verwirklichung bestimmter Staatsaufgabenprogramme zu sehen. In einem weiteren Sinne schließt Konsumentensouveränität auch ein, dass die durch den Marktprozess koordinierte private Produktion und die mit der demokratischen Besetzung von Staatsorganen verbundene staatliche Bereitstellung von Gütern sich in einer bestmöglichen (freilich noch präzisionsbedürftigen) Weise an den Präferenzstrukturen der Haushalte orientieren.

Die Haushaltstheorie unterstellt ein zweckrationales Verhalten im Sinne des *Ökonomischen Prinzips*, nach dem entweder mit gegebenen Mitteln ein größtmöglicher Erfolg oder ein gegebener Erfolg mit geringst möglichen Mitteln angestrebt wird. Mit dem Nutzen als Maß der Bedürfnisbefriedigung durch Konsumgüter lässt sich die Rationalitätshypothese so formulieren, dass der Haushalt durch den Einsatz seiner in der Form von Produktionsfaktoren gegebenen Mittel das Ziel der *Nutzenmaximierung* verfolgt. Die damit umschriebene Problemstellung der Haushaltstheorie lässt sich in verschiedenen Schritten konkretisieren, die in den folgenden Abschnitten behandelt werden.

In *Abschn. B* über die Haushaltsnachfrage wird die Einkommenserzielung nicht näher untersucht; wir gehen vielmehr von einer gegebenen, für den Konsum vorgesehenen Summe aus, die in optimaler Weise, d. h. so, dass der Nutzen maximiert wird, auf den Kauf verschiedener Verbrauchsgüter aufgeteilt werden soll.

Im Zusammenhang damit ist auf verschiedene Nutzentheorien, die Herleitung von Nachfragefunktionen, auf Nachfrageinterdependenzen zwischen Haushalten sowie auf ergänzende Beiträge zur Konsumtheorie einzugehen. In *Abschn. C* über das Haushaltsangebot geben wir die Annahme einer bestimmten Konsumsumme auf und untersuchen, wie der Haushalt durch Bereitstellung von Arbeit und Kapital Einkommen erzielen und mit diesem seinen Nutzen maximieren kann. Während in den *Abschnitten B* und *C* aus Vereinfachungsgründen als Entscheidungszeitraum stets eine Periode betrachtet wird, behandelt *Abschn. D* Haushaltsnachfrage und -angebot unter Einbeziehung eines längeren Planungszeitraums. Hier finden auch Probleme wie Gebrauchsgüternachfrage, Veränderungen und Qualitätsverbesserungen der im Eigentum des Haushalts stehenden Produktionsfaktoren Berücksichtigung.

## B. Theorie der Haushaltsnachfrage

### 1. Die Budget- oder Bilanzgleichung

Mit  $p_i$  bzw.  $x_i$  bezeichnen wir Preise und Mengen der für den Verbrauch in Betracht kommenden Güter  $i=1,2,\dots,n$ . Vom Preis  $p_i$  unterstellen wir, dass er einheitlich und für den Haushalt exogen ist. Da ein einzelner Haushalt mit seiner Nachfrage nach einem Gut  $i$  nämlich nur einen geringen Teil der Gesamtnachfrage nach diesem Gut ausmacht, hat der einzelne Haushalt keinen Einfluss auf den Preis  $p_i$ . Er hat die Preise, an die er sich mit den nachgefragten Gütermengen anpasst, daher als gegeben hinzunehmen: Er verhält sich als *Mengenanpasser*. Wir unterstellen beliebige Teilbarkeit der Güter, so dass  $x_i$  nicht nur ganzzahlig, sondern eine beliebige (nichtnegative) reelle Zahl sein kann.

Mit  $e$  bezeichnen wir das Einkommen eines Haushalts. Im gesamten Abschn. B sehen wir  $e$  als gegeben an und unterstellen, dass es ganz für Konsumzwecke zur Verfügung steht (d. h. Sparen = null). Erst in den Abschnitten C und D werden wir uns mit der Erzielung von Einkommen ( $e$  variabel) und (positivem und negativem) Sparen aus dem Einkommen beschäftigen. Mit dieser Voraussetzung gilt die sogenannte *Budget- oder Bilanzungleichung*

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n \leq e, \quad (1)$$

die aussagt, dass die Ausgabensumme, gebildet aus den mit den Preisen multiplizierten Gütermengen, höchstens gleich dem Einkommen sein darf. Beschränken wir uns auf den Fall von zwei Gütern, dann können wir die Beziehung

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq e \quad (2)$$

in

$$x_1 \leq \frac{e}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2 \quad (3)$$

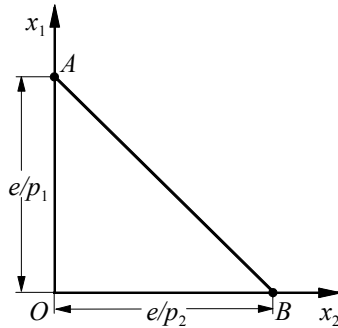


Abb. 1: Bilanzgerade

umformen und in einem  $(x_1, x_2)$ -Diagramm darstellen (vgl. Abb. 1). Gilt das  $=$ -Zeichen, so repräsentiert (3) die Budget- oder Bilanzgerade  $AB$ , die wegen  $e, p_1, p_2 > 0$  positive Achsenabschnitte  $e/p_1, e/p_2$  und negative Steigung hat und wegen  $x_1, x_2 \geq 0$  auf den ersten Quadranten beschränkt ist. Die Steigung der Geraden ist

$$\frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{p_2}{p_1}. \quad (4)$$

Gilt in (3) das  $<$ -Zeichen, so stellt (3) einen Punkt *unterhalb* der Bilanzgeraden dar. Jeder Punkt unterhalb oder auf der Bilanzgeraden erfüllt die Beziehung (3).

Unabhängig von der Bilanzgeraden stellt jeder Punkt des ersten Quadranten in Abb. 1 eine bestimmte Gütermengenkombination dar. Da wir Verbrauchsmengen untersuchen, spricht man auch von der *Verbrauchsebene*. Jede Mengenkombination  $(x_1, x_2)$  kann als ein denkbarer Verbrauchsplan des Haushalts aufgefasst werden. Realisierbar sind bei gegebenem Einkommen  $e$  aber nur Verbrauchspläne, die durch Punkte unterhalb oder auf der Bilanzgeraden repräsentiert werden, also Punkte im Bereich  $OAB$ . Jeder Verbrauchsplan, der durch einen Punkt außerhalb dieses Bereichs bezeichnet wird, würde höhere Ausgaben als das vorgegebene Einkommen verursachen. Die Bilanzgerade kann auch als einschränkende Bedingung aufgefasst werden, unter der der im Folgenden einzuführende Nutzen maximiert werden soll. Anders ausgedrückt: Bei Maximierung des Nutzens sind nur realisierbare Verbrauchspläne zugelassen. Unterstellen wir drei Güter anstatt zwei, so erhalten wir eine Bilanzenebene statt einer Bilanzgeraden, bei beliebiger Zahl von  $n$  Gütern eine Hyperebene (= Unterraum der Dimension  $n-1$  im  $n$ -dimensionalen Raum). Realisierbare Verbrauchspläne werden im  $n$ -dimensionalen Raum durch Punkte unterhalb oder auf dieser Hyperebene dargestellt.

## 2. Nutzenfunktionen und Indifferenzkurven

Mit der Budgetgeraden und dem Bereich realisierbarer Verbrauchspläne sind die (objektiven) Entscheidungsmöglichkeiten des Haushalts hinsichtlich der Ver-

brauchsmengenkombinationen beschrieben, denn Einkommen und Preise sind für den Haushalt gegebene Größen. Wir betrachten nun die subjektiven Vorstellungen des Haushalts über diese Mengenkombinationen, die seine Bedürfnis- oder Präferenzstruktur zum Ausdruck bringen. Sie werden ausgedrückt durch eine *Nutzenfunktion*

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (5)$$

die jeder Kombination nichtnegativer Verbrauchsmengen  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  einen nichtnegativen Nutzen  $u$  zuordnet. Von dieser Funktion unterstellen wir, dass sie stetig ist und stetige 1. und 2. Ableitungen hat. Mit der Stetigkeit ist beliebige Teilbarkeit nicht nur der Verbrauchsmengen, sondern auch des Nutzens unterstellt.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass in der gesamten Haushaltstheorie stets Nutzenvergleiche eines Haushalts (vorerst repräsentiert durch eine Person) gemeint sind. Niemals geht es um interpersonelle Nutzenvergleiche, die grundsätzlich unmöglich sind.

Zur geometrischen Darstellung der Nutzenfunktion betrachten wir den Fall  $n=2$  und tragen die Variablen  $x_1, x_2$  und  $u$  auf den Achsen eines dreidimensionalen Diagramms ab. Die Nutzenfunktion wird in diesem Diagramm durch ein Funktionsgebirge wiedergegeben, das eine Gestalt hat, wie sie beispielhaft in Abb. 2 dargestellt ist. Das *Nutzengebirge* können wir in verschiedener Weise schneiden, z. B. folgendermaßen:

(1) Schnitt senkrecht zur Grundfläche, parallel zur  $x_1$ -Achse. Die Schnittkurve, die wir so erhalten, beschreibt den Zusammenhang zwischen  $x_1$  und  $u$  bei gegebener Verbrauchsmenge des Gutes 2 und wird als *Nutzenkurve für Gut 1* bezeichnet.

(2) Schnitt senkrecht zur Grundfläche, parallel zur  $x_2$ -Achse. Auf diese Weise ergibt sich bei gegebener Verbrauchsmenge des Gutes 1 die *Nutzenkurve für Gut 2*.

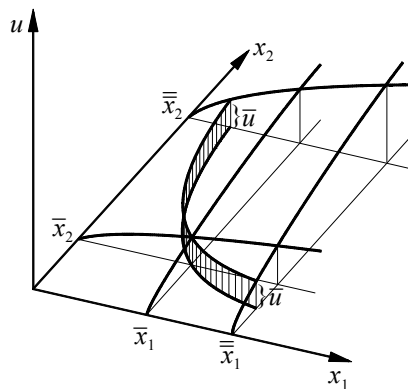


Abb. 2: Nutzengebirge

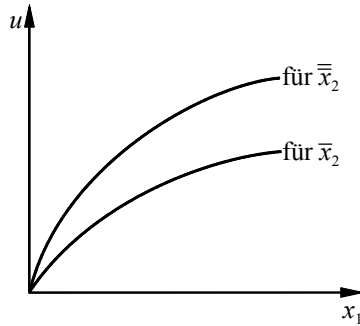


Abb. 3: Nutzenkurven von Gut 1 für unterschiedliche Werte von  $x_2$

(3) Schnitt parallel zur Grundfläche. Wir erhalten als Schnittkurve den Zusammenhang zwischen  $x_1$  und  $x_2$  bei gegebenem Nutzen. Die Projektion dieser Kurve auf die Grundfläche heißt *Indifferenzkurve*; sie bezeichnet die Gesamtheit der Mengenkombinationen  $(x_1, x_2)$ , die dem Haushalt den gleichen Nutzen stiften, denen gegenüber er also indifferent ist. Eine Indifferenzkurve ist mit der Höhenlinie einer Landkarte vergleichbar.

*Nutzenkurven*, z. B. für Gut 1 bei Mengen  $\bar{x}_2$  bzw.  $\bar{\bar{x}}_2$ , sind analytisch durch

$$u = f(x_1, \bar{x}_2) \quad \text{bzw.} \quad u = f(x_1, \bar{\bar{x}}_2) \quad (6)$$

gegeben. Geometrisch sind sie bereits in Abb. 2 zu erkennen und noch einmal in Abb. 3 dargestellt. Die Gestalt der Nutzenfunktion hängt von den subjektiven Vorstellungen (Präferenzen) des betrachteten Haushalts ab. In der Haushaltstheorie werden üblicherweise folgende allgemeine Annahmen (A1) bis (A3) über die Nutzenfunktion gemacht:

**(A1) Nichtsättigung:** Die Steigung der Nutzenkurven ist für alle Güter stets positiv. Ein Mehrverbrauch an Gut  $i$  bei konstantem Verbrauch am anderen Gut (allgemeiner: an anderen Gütern) bedeutet für den Haushalt einen Nutzenzuwachs. Analytisch heißt das, dass die 1. partielle Ableitung der Nutzenfunktion nach  $x_i$  positiv ist:

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = f_i > 0 \quad \text{für alle } i. \quad (7)$$

Diese Annahme wird als Annahme der *Nichtsättigung* bezeichnet, da sie besagt, dass der Haushalt einer Verbrauchsmengenkombination, auch wenn sie schon recht viel von dem Gut enthält, stets eine solche vorzieht, die von den übrigen Gütern gleich viel und von dem betrachteten Gut noch mehr enthält; er ist

---

\* Mit  $f_i$  bezeichnen wir für Funktionen  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  mit mehreren Argumenten die partielle Ableitung der Funktion nach ihrem  $i$ -ten Argument:  $f_i = \partial f / \partial x_i$ . Für Funktionen  $y = f(x)$  mit nur einem Argument bezeichnen wir die Ableitung mit  $f'$ :  $f' = dy/dx$ .

also „unersättlich“. Die partielle Ableitung  $f_i$  nennt man auch *Grenznutzen* von Gut  $i$ . Etwas vereinfacht ausgedrückt gibt der Grenznutzen von Gut  $i$  den Nutzenzuwachs an, den der Haushalt durch den Konsum einer zusätzlichen Einheit von Gut  $i$  erfährt. Der Grenznutzen ist davon abhängig, wie viel der Haushalt (schon vor der zusätzlichen Einheit) von dem betrachteten Gut und von allen anderen Gütern konsumiert.

**(A2) Gesetz vom abnehmenden Grenznutzen:** Mit steigendem Verbrauch des Gutes  $i$  nimmt der jeweilige Nutzenzuwachs oder Grenznutzen ab. Für die 2. direkte partielle Ableitung der Nutzenfunktion nach  $x_i$  gilt somit:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = f_{ii} < 0. \quad (8)$$

(A2) heißt auch 1. GOSSENSches Gesetz. (GOSSEN unterstellte grundsätzlich positiven Grenznutzen, also  $f_i > 0$  gemäß (7); für große Verbrauchsmengen  $x_i$  ließ er auch den in Kap. 0.B.2 angesprochenen Fall der *Sättigung*  $f_i = 0$  oder den Fall des *Widerwillens*  $f_i < 0$  zu. Die Geltung des 1. GOSSENSchen Gesetzes ist nicht selbstverständlich, denn innerhalb bestimmter Mengenbereiche wäre auch konstanter oder zunehmender Grenznutzen plausibel. Es wird sich später zeigen, dass auf die Annahme einer uneingeschränkten Geltung des 1. GOSSENSchen Gesetzes in weiten Teilen der Theorie verzichtet werden kann.

Die Nutzenkurve für Gut 1 bei der größeren Menge  $\bar{x}_2$  verläuft überall oberhalb derjenigen für die kleinere Menge  $\bar{x}_2$ . Das folgt ganz allgemein aus (A1). In der Abb. 3 hat die Nutzenkurve für  $\bar{x}_2$  für jedes  $x_1$  eine größere Steigung als die für  $\bar{x}_2$ . Dementsprechend verläuft die in Abb. 4 dargestellte Grenznutzenkurve des Gutes 1 für  $\bar{x}_2$  höher als die für  $\bar{x}_2$ . In dem den Abbildungen zugrundeliegenden Beispiel nimmt also der Grenznutzen des Gutes 1 mit der Verbrauchsmenge des Gutes 2 zu, was analytisch bedeutet, dass die 2. indirekte partielle Ableitung oder Kreuzableitung nach  $x_2$  positiv ist:

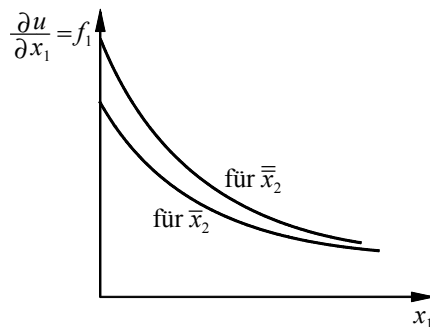


Abb. 4: Grenznutzen von Gut 1 für unterschiedliche Werte von  $x_2$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = f_{12} > 0. \quad (9)$$

Dies ist aber keine Annahme, die wir allgemein machen wollen; wir lassen den Fall  $f_{12} \leq 0$  ebenfalls zu.

Die *Indifferenzkurve* für den Nutzen  $\bar{u}$  wird analytisch gegeben durch

$$\bar{u} = f(x_1, x_2). \quad (10)$$

Löst man diese Gleichung nach  $x_1$  auf, so erhält man (für gegebenen Nutzen  $\bar{u}$ )  $x_1$  als Funktion von  $x_2$ :

$$x_1 = x_1(x_2) = \varphi(x_2). \quad (11)$$

Diese Funktion hat wegen der Annahme (A1) immer negative Steigung:

$$\varphi' = \frac{dx_1}{dx_2} < 0, \quad (12)$$

denn ausgehend von einer bestimmten Verbrauchsmengenkombination bedeutet ein „Mehr“ an Gut 1 ( $dx_1 > 0$ ) nach (A1) immer zusätzlichen Nutzen, so dass derselbe Nutzen  $\bar{u}$  wie in der Ausgangssituation – wieder gemäß (A1) – nur bei einem „Weniger“ an Gut 2 ( $dx_2 < 0$ ) gegeben sein kann.

**(A3) Abnehmende Grenzrate der Substitution:** Die Indifferenzkurven sind konvex gekrümmt:

$$\varphi'' = \frac{d^2 x_1}{dx_2^2} > 0. \quad (13)$$

In der Steigung der Indifferenzkurve (in einem bestimmten Punkt) kommt das Mengenverhältnis zum Ausdruck, in dem sich (in diesem Punkt) das eine Gut durch das andere substituieren lässt, ohne dass der Nutzen sich ändert. Man nennt die absolute Steigung der Indifferenzkurve  $|dx_1/dx_2|$  daher *Grenzrate der Substitu-*

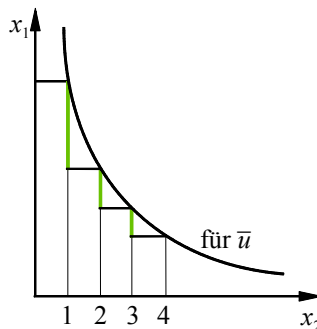


Abb. 5: Konvexität der Indifferenzkurven (abnehmende Grenzrate der Substitution)

Das **totale Differential** der Funktion  $u = f(x_1, x_2)$  gibt an, wie der Funktionswert (hier also der Nutzen) sich ändert, wenn die Argumente der Funktion (hier also die Konsummengen) sich ändern. Näherungsweise gilt mit den Bezeichnungen  $\Delta u$ ,  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$  (für endliche Änderungen):

$$\Delta u \approx f_1 \Delta x_1 + f_2 \Delta x_2.$$

Beim Übergang zu stetigen („infinitesimal kleinen“) Veränderungen ergibt sich daraus (14).

tion (des Konsums oder beim Konsum). Die Annahme (A3) besagt also, dass bei zunehmendem Konsum von  $x_2$  ( $x_2 = 1, 2, 3, 4$  in Abb. 5) eine Einheit von  $x_2$  nur zur Substitution von immer weniger  $x_1$  geeignet ist (vgl. die abnehmende Höhe der „Dreiecke“ in Abb. 5).

Die Steigung einer Indifferenzkurve (und damit die Grenzrate der Substitution) erhalten wir aus der Nutzenfunktion mit Hilfe ihres totalen Differentials:

$$du = f_1 dx_1 + f_2 dx_2. \quad (14)$$

Die Änderung des Nutzens bei einer Änderung  $dx_1, dx_2$  der konsumierten Mengen wird durch (14) beschrieben. Bei einer Bewegung auf einer Indifferenzkurve handelt es sich um solche Konsummengenänderungen, die insgesamt *ex definitione* eine Nutzenveränderung von null zur Folge haben. Entlang einer Indifferenzkurve gilt also nach (14):

$$f_1 dx_1 + f_2 dx_2 = 0 \quad (15)$$

oder

$$\frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{f_2}{f_1} = \varphi'. \quad (16)$$

Da beide Grenznutzen positiv sind (vgl. (7)), ist die rechte Seite von (16) negativ. Also muss auf der linken Seite entweder der Zähler oder der Nenner negativ sein, d. h. eine Erhöhung der Menge eines Gutes erfordert, damit die Bewegung auf einer Indifferenzkurve erfolgt, eine bestimmte Verminderung der Menge des anderen Gutes. Aus (16) erhalten wir

$$\left| \frac{dx_1}{dx_2} \right| = \frac{f_2}{f_1}, \quad (17)$$

wonach die Grenzrate der Substitution von Gut 1 durch Gut 2 dem umgekehrten Verhältnis der Grenznutzen gleich ist.

Auch die Eigenschaft der Konvexität der Indifferenzkurven (abnehmende Grenzrate der Substitution) lässt sich mit Hilfe der partiellen Ableitungen der Nutzenfunktion ausdrücken (vgl. Kasten).



**Konvexität der Indifferenzkurven:** Jede Indifferenzkurve lässt sich schreiben in der Form  $x_1 = \varphi(x_2)$ . Von der Ableitung dieser Funktion haben wir in (16) festgestellt, dass sie dem negativen Grenznutzenverhältnis entspricht. Ausführlich geschrieben heißt das:

$$\varphi'(x_2) = \frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{f_2(x_1, x_2)}{f_1(x_1, x_2)} = -\frac{f_2(\varphi(x_2), x_2)}{f_1(\varphi(x_2), x_2)}.$$

Leitet man diese Gleichung gemäß Quotienten- und Kettenregel nach  $x_2$  ab, so erhält man:

$$\varphi''(x_2) = \frac{d^2 x_1}{d x_2^2} = -\frac{f_1(f_{22} + f_{21} \cdot \varphi') - f_2(f_{12} + f_{11} \cdot \varphi')}{(f_1)^2}.$$

Setzt man hierin wiederum (16) ein und benutzt den Sachverhalt, dass für zweimal stetig partiell differenzierbare Funktionen  $f$  gilt:  $f_{12}=f_{21}$ , so erhält man als gleichwertig zur Konvexitätsbedingung ( $\varphi'' > 0$ ) den Ausdruck:

$$f_1^2 f_{22} - 2f_1 f_2 f_{12} + f_2^2 f_{11} < 0.$$

Für jeden beliebigen alternativen Wert von  $u$  lässt sich das Nutzengebirge in Abb. 2 parallel zur Grundfläche schneiden und die Schnittkurve als Indifferenzkurve in die Grundebene projizieren. Man erhält dort ein System von Indifferenzkurven (vgl. Abb. 6). Je weiter eine Indifferenzkurve vom Ursprung entfernt ist, desto höher ist der Nutzen, den die durch sie beschriebenen Verbrauchsmengenkombinationen repräsentieren.

Mit der durch die Annahme (A3) der abnehmenden Grenzrate der Substitution beschriebenen Form einer Indifferenzkurve ist unterstellt, dass der Haushalt ein Konsumgut als jeweils durch ein anderes (allgemeiner: durch andere Konsumgüter)

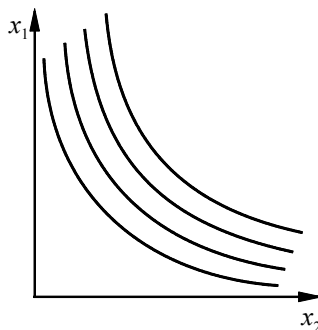


Abb. 6: Indifferenzkurvensystem

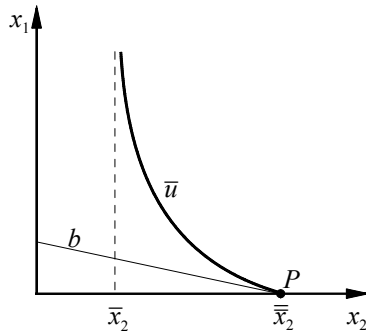


Abb. 7: Periphere und Alternativsubstitution

ter) ersetzbar betrachtet. Ersetzbarkeit gemäß einer abnehmenden Grenzrate der Substitution muss nicht bedeuten, dass der Haushalt entlang einer Indifferenzkurve stets auf weitere Mengen eines Gutes zu verzichten bereit ist, weil diese durch wachsende Mengen des anderen Gutes (allgemeiner: anderer Güter) ausgeglichen werden können. Das Beispiel der Indifferenzkurve in Abb. 7, die sich einer Senkrechten bei  $\bar{x}_2$  nähert, macht deutlich, dass der Haushalt  $\bar{x}_2$  als unverzichtbare Mindestmenge für den Nutzen  $\bar{u}$  einschätzt. Dass die Indifferenzkurve bei  $\bar{x}_2$  auf der Abszisse endet, bedeutet, dass der Haushalt bei dieser Menge des Gutes 2 auf Gut 1 ganz zu verzichten bereit ist. Im Gegensatz zum Fall der *peripheren Substitution*, in dem keine der Indifferenzkurven eine der Achsen erreicht, liegt hier *Alternativsubstitution* vor.

Zwei Extremfälle der Substituierbarkeit von zwei Gütern  $x_1$  und  $x_2$  sind in Abb. 8.a/b dargestellt. Wenn die Indifferenzkurven Geraden sind (vgl. Abb. 8.a), kann  $x_1$  (etwa ausgehend vom Punkt  $P_1$ ) in einem festen Mengenverhältnis, einer festen Grenzrate der Substitution, durch  $x_2$  ersetzt werden. Bei fortschreitender Ersetzung ändert sich die Grenzrate der Substitution dabei nicht. Dieser Fall, in dem  $x_1$

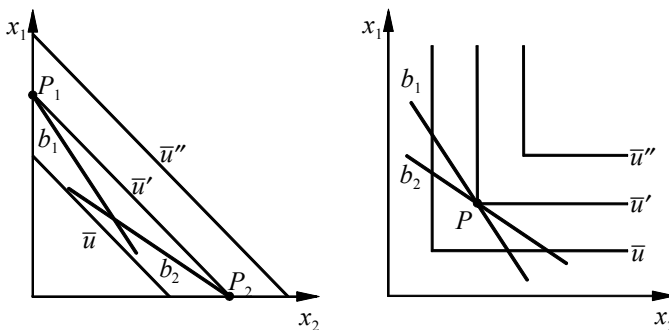


Abb. 8.a/b: Vollkommene Substitute, strikte Komplemente

und  $x_2$  *vollkommene Substitute* (vollkommen gegeneinander substituierbar) genannt werden, kann als Grenzfall zulässigen Indifferenzkurvenverlaufs angesehen werden: Die Indifferenzkurven sind nur *schwach konvex* gekrümmt, d. h. in (13) gilt anstelle des  $>$ -Zeichens nur das  $\geq$ -Zeichen („Nicht zunehmende Grenzrate der Substitution“). Verlaufen die Indifferenzkurven dagegen rechtwinklig wie in Abb. 8.b dargestellt, so lassen sich  $x_1$  und  $x_2$  überhaupt nicht gegeneinander substituieren. Man nennt  $x_1$  und  $x_2$  in dieser Situation daher strikte Komplemente (strikt komplementär zueinander). Auch diese Situation kann als Grenzfall zulässigen Indifferenzkurvenverlauf angesehen werden, wenn nicht nur in (13) sondern auch in (7) und (8) das  $>$ - bzw.  $<$ -Zeichen durch das  $\geq$ - bzw.  $\leq$ -Zeichen ersetzt wird („schwache Nichtsättigung“ bzw. „Gesetz vom nicht abnehmenden Grenznutzen“).

Der Normalfall des Indifferenzkurvenverlaufs liegt zwischen diesen beiden Extremen. Wir werden in den Abschnitten 4.c und 6 noch einmal auf Substituierbarkeit und Komplementarität zurückkommen.

### 3. Der optimale Verbrauchsplan

#### a. Geometrische Bestimmung

Wollen wir denjenigen Verbrauchsplan, der dem Haushalt im Zwei-Güter-Beispiel den bei gegebenen Preisen und mit gegebenem Einkommen maximal erreichbaren Nutzen bringt, geometrisch bestimmen, so zeichnen wir die Bilanzgerade in das Indifferenzkurvensystem ein (vgl. Abb. 9). Wenn wir auf der Geraden z. B. von links oben nach rechts unten wandern, überqueren wir fortgesetzt Indifferenzkurven, denen zunehmender Nutzen entspricht. Das geht so bis zu dem Punkt  $P$ , an dem die Bilanzgerade eine Indifferenzkurve tangiert. Setzen wir die Wanderung über diesen Tangentialpunkt hinaus fort, dann überqueren wir fortgesetzt Indifferenzkurven, denen abnehmender Nutzen entspricht. Der Punkt  $P$  in Abb. 9 bezeichnet daher den *optimalen Verbrauchsplan* mit den *optimalen Kon-*

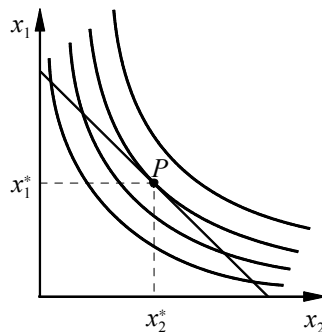


Abb. 9: Optimaler Verbrauchsplan

summen  $x_1^*, x_2^*$ . Bereits aus der geometrischen Überlegung wird erkennbar, welche Bedeutung die Konvexität der Indifferenzkurven, d. h. die abnehmende Grenzrate der Substitution, hat. Sie stellt erstens sicher, dass  $P$  der Punkt ist, in dem ein *maximaler* Nutzen erreicht wird. Verließen die Indifferenzkurven konkav zum Ursprung, dann wäre im Berührungspunkt einer Indifferenzkurve mit der Bilanzgeraden ein *minimaler* Nutzen realisiert. Konvexität gewährleistet zweitens, dass es nur einen Tangentialpunkt von Indifferenzkurve und Bilanzgerade gibt, d. h. der optimale Verbrauchsplan ist eindeutig.

In  $P$  haben Bilanzgerade und Indifferenzkurve die gleiche Steigung. Nach (4) und (16) gilt dort also

$$-\left(\frac{dx_1}{dx_2}\right)_{\text{Indiff.}} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{p_2}{p_1} = -\left(\frac{dx_1}{dx_2}\right)_{\text{Bilanzg.}} \quad (18)$$

Da die absolute Steigung der Indifferenzkurve die Grenzrate der Substitution ist, lässt sich (18) verbal auch so formulieren: Im optimalen Verbrauchsplan ist die Grenzrate der Substitution von Gut 1 durch Gut 2 gleich dem umgekehrten Verhältnis der gegebenen Güterpreise. Diese Bedingung gilt auch, wenn mehr als zwei Güter betrachtet werden, und zwar lautet sie dann für ein beliebiges Paar von Gütern  $i$  und  $j$  aus einer Zahl von  $n$  Gütern:

$$\left|\frac{dx_i}{dx_j}\right| = \frac{p_j}{p_i}, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (19)$$

Im oben erwähnten Fall der Alternativsubstitution (vgl. Abb. 7), in dem eine Indifferenzkurve eine Achse erreicht (Punkt  $P$ ), kann es sein, dass diese Bedingung nicht gilt, dann nämlich, wenn ein *Randoptimum* vorliegt. Berührt die Bilanzgerade  $b$  die höchste Indifferenzkurve im Achsenschnittpunkt, dann stimmen die Steigungen beider Kurven in der Regel dort nicht überein. Auch für die Grenzfälle der vollkommenen Substituierbarkeit und der strikten Komplementarität gilt (19) nicht, wie die in Abb. 8.a/b eingezeichneten Bilanzgeraden  $b_1$  und  $b_2$  zeigen. Wir werden im Folgenden auf diese Ausnahmefälle nicht gesondert eingehen.

### **b. Analytische Bestimmung**

Die analytische Bestimmung des optimalen Verbrauchsplans können wir als ein Problem der Maximierung einer Funktion unter Nebenbedingungen auffassen. Zu maximieren ist die Nutzenfunktion (5) unter der Nebenbedingung, dass die Bilanzgleichung erfüllt ist. Im Zwei-Güter-Fall ist das zu formulieren als:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & u = f(x_1, x_2) \\ \text{u. d. R.}^* \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 = e. \end{aligned} \quad (20)$$

\* „u. d. R.“ heißt „unter der Restriktion“ (ggfs. „unter den Restriktionen“). Üblich ist hierfür auch die Bezeichnung „NB“ für „Nebenbedingung“ oder „s. t.“ für „subject to“.

Das <-Zeichen, das wir früher in der Bilanzungleichung berücksichtigten, können wir weglassen, weil es sich lohnt, das ganze Einkommen auszugeben. Denn ein nicht ausgegebener Teil würde bedeuten, dass der Haushalt auf möglichen Konsum verzichtet, der ihm aber wegen Nichtsättigung bzw. positivem Grenznutzen aller Güter zusätzlichen Nutzen stiften würde. Der Haushalt würde also auf Nutzen verzichten, er hätte demnach das Nutzenmaximum nicht erreicht.

Die Maximierung oder Minimierung einer Funktion unter Nebenbedingungen ist unmittelbar verwandt mit dem ökonomischen Prinzip. Beim Maximierungsproblem soll mit gegebenen Mitteln (hier: Nebenbedingung in der Form der Bilanzgleichung, d. h. gegebenem Einkommen) ein maximaler Erfolg (hier: Nutzen) erzielt werden. Eine einfache Technik zur Bestimmung des Extremums von Funktionen unter einer oder mehreren Nebenbedingungen in der Form von Gleichungen ist die der LAGRANGE-Multiplikatoren. Man bildet aus der Funktion und den Nebenbedingungen zunächst die LAGRANGE-Funktion, die für unser Problem mit nur einer Nebenbedingung wie folgt lautet:

$$L = f(x_1, x_2) + \lambda(e - p_1x_1 - p_2x_2). \quad (21)$$

Die Nebenbedingung in (20) wird dazu so umgeformt, dass auf der einen Seite null steht. Die andere Seite wird dann mit einem zunächst unbestimmten LAGRANGE-Multiplikator  $\lambda$  multipliziert und zu der zu maximierenden Nutzenfunktion addiert. Wären weitere Nebenbedingungen vorhanden, hätte man diese in gleicher Weise umzuformen, mit weiteren LAGRANGE-Multiplikatoren ( $\mu$ , ...) zu multiplizieren und ebenfalls zu der zu maximierenden Funktion zu addieren. Ist die Funktion zu minimieren, verfährt man genauso.

Die so gebildete LAGRANGE-Funktion ( $L$ ) hat die Eigenschaft, dass sie genau dort ihren Extremwert annimmt, wo die ursprünglich zu maximierende (minimierende) Funktion ( $f$ ) in dem durch die Nebenbedingungen eingegrenzten Bereich ihren Extremwert erreicht. Den Extremwert der LAGRANGE-Funktion kann man aber – anders als für die ursprüngliche Funktion – ohne weitere Berücksichtigung von Nebenbedingungen ermitteln.

Im hier vorliegenden Fall enthält die LAGRANGE-Funktion die drei unabhängigen Variablen:  $x_1$ ,  $x_2$  und  $\lambda$ ; die Bedingungen 1. Ordnung ergeben sich damit einfach durch Nullsetzen der partiellen Ableitungen der LAGRANGE-Funktion nach diesen drei Variablen. Es ergeben sich drei Gleichungen mit ebenso vielen Variablen; die Lösung dieses Gleichungssystems liefert die gesuchten Variablenwerte für das Maximum:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_1} &= f_1 - \lambda p_1 = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} &= f_2 - \lambda p_2 = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= e - p_1x_1 - p_2x_2 = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Im Allgemeinen müssen zur Prüfung der Frage, ob die Bedingungen 1. Ordnung tatsächlich ein Maximum (bzw. Minimum) beschreiben, die *Bedingungen 2. Ordnung* herangezogen werden. Das ist für ein Problem mit mehr als einer unabhängigen Variablen nicht ganz einfach, weil man hier aus den 2. Ableitungen nach den einzelnen Variablen (einschließlich Kreuzableitungen) gewisse Determinanten zu bilden und deren Vorzeichen zu bestimmen hat. Allerdings ist in vielen Fällen schon mit Hilfe heuristischer Überlegungen feststellbar, dass die Bedingungen 1. Ordnung nur ein Maximum (bzw. Minimum) beschreiben können. So lässt sich im Falle der Nutzenmaximierung (20) anhand der Abb. 9 erkennen, dass die Lösung des Extremwertproblems (21) nur ein Maximum sein kann. Wir untersuchen hier daher die Bedingungen 2. Ordnung nicht.

Aufgrund der allgemein unterstellten Eigenschaften der Nutzenfunktion (insbesondere: abnehmende Grenzrate der Substitution) liefert die Lösung des Gleichungssystems (22) neben dem Wert des LAGRANGE-Multiplikators stets die optimalen Verbrauchsmengen  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ . Für eine konkret gegebene (spezifizierte) Nutzenfunktion lassen sich diese Werte aus (22) berechnen, vgl. dazu das im

**Beispiel** (wird fortgesetzt): Die Nutzenfunktion sei als

$$u = f(x_1, x_2) = (x_1 + 2)(x_2 + 1) = x_1 x_2 + x_1 + 2x_2 + 2$$

gegeben. Die Preise mögen  $p_1 = 5$  und  $p_2 = 10$  betragen, und das Einkommen betrage  $e = 1000$ . Die zu diesem Problem gehörige LAGRANGE-Funktion lautet:

$$L = x_1 x_2 + x_1 + 2x_2 + 2 + \lambda(1000 - 5x_1 - 10x_2).$$

Daraus ergeben sich die Bedingungen 1. Ordnung als

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_2 + 1 - 5\lambda = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1 + 2 - 10\lambda = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1000 - 5x_1 - 10x_2 = 0.$$

Die ersten beiden Gleichungen führen zu

$$\frac{x_2 + 1}{x_1 + 2} = \frac{1}{2} \quad \text{oder} \quad x_2 = \frac{1}{2}x_1.$$

Durch Einsetzen dieser Beziehung in die 3. Gleichung erhält man

$$x_1^* = 100 \quad \text{und} \quad x_2^* = 50.$$

Kasten dargestellte Beispiel. Allgemein lässt sich aus (22) Folgendes ableiten: Die ersten beiden Gleichungen ergeben

$$\frac{f_1}{p_1} = \frac{f_2}{p_2} = \lambda. \quad (23)$$

Diese Beziehung stimmt überein mit dem Ergebnis der geometrischen Bestimmung des Optimums (Steigung der Indifferenzkurve = Steigung der Bilanzgeraden, vgl. (18).

Nach (23) muss der Quotient aus Grenznutzen und Preis eines Gutes für alle Güter gleich sein, und zwar gleich dem Wert des LAGRANGE-Multiplikators  $\lambda$ . Da  $f_i$  den zusätzlichen Nutzen der letzten konsumierten Einheit von Gut  $i$  bezeichnet, gibt  $f_i/p_i$  den zusätzlichen Nutzen der letzten für Gut  $i$  verausgabten Geldeinheit an. (Man mache sich das etwa für  $p_i = 2$  EUR/Stück klar.)  $f_i/p_i$  heißt daher auch *Grenznutzen des Geldes* in der Verwendung zum Kauf (Konsum) von Gut  $i$ .

Die Optimalitätsbedingung (23) lässt sich also auch so beschreiben: „Im Optimum muss der Grenznutzen des Geldes in jeder Verwendung gleich groß sein.“ In dieser Form ist die Optimalitätsbedingung unmittelbar einsichtig: Stifet „der letzte EUR, verwendet zum Kauf von Gut 1“ mehr Nutzen als „der letzte zum Kauf von Gut 2 verwendete EUR“, also  $f_1/p_1 > f_2/p_2$ , so kann das Optimum noch nicht erreicht sein; eine Ausdehnung des Konsums von Gut 1 zu Lasten von Gut 2 erhöht nämlich den Nutzen (bei gleichem Einkommen).

Die Formel (23) lässt sich leicht auf den Fall von  $n$  Gütern verallgemeinern. Für jeweils zwei Güter,  $i$  und  $j$ , muss gelten:

$$\frac{f_i}{p_i} = \frac{f_j}{p_j} = \lambda, \quad \text{für alle } i, j = 1, \dots, n. \quad (24)$$

(23) bzw. (24) nennt man auch das 2. *GOSENSche Gesetz*.

### c. Exkurs zum LAGRANGE-Verfahren

Die LAGRANGE-Funktion dient dazu, ein Maximierungsproblem *mit* Nebenbedingungen in ein Maximierungsproblem *ohne* Nebenbedingungen zu überführen; letzteres kann dann durch einfaches Nullsetzen der partiellen Ableitungen gelöst werden. Folgende Überlegung führt zu einem besseren Verständnis des LAGRANGE-Verfahrens: Der Wert der LAGRANGE-Funktion

$$L = L(x_1, x_2, \lambda) = f(x_1, x_2) + \lambda(e - p_1 x_1 - p_2 x_2) \quad (25)$$

hängt ab von den Gütermengen  $x_1, x_2$  und dem LAGRANGE-Multiplikator  $\lambda$ . Für einen (vorerst willkürlich festgesetzten) festen positiven Wert für  $\lambda$  (etwa  $\lambda = 10$ ) hängt  $L$  – wie die eigentlich zu maximierende Nutzenfunktion – nur noch ab von den Gütermengen  $x_1$  und  $x_2$ . Für festes  $\lambda$  sei die Funktion  $L = L(x_1, x_2, \lambda)$  als  $\lambda$ -Nutzenfunktion bezeichnet. (Diese Bezeichnung ist nicht allgemein verbreitet; sie

soll hier auch nur vorübergehend benutzt werden.) Nach obiger Gleichung gilt (für beliebiges  $\lambda$ ):

- Für Gütermengen  $x_1, x_2$ , die auf der Bilanzgeraden liegen, stimmt der  $\lambda$ -Nutzen mit dem (eentlichen) Nutzen überein.

- Für Gütermengen  $x_1, x_2$  unterhalb der Bilanzgeraden, die also einen positiven Sparbetrag  $s = e - p_1x_1 - p_2x_2$  aus dem für den Konsum zur Verfügung stehenden Betrag  $e$  implizieren, ist der  $\lambda$ -Nutzen um  $\lambda \cdot s$  größer als der eigentliche Nutzen bei derselben Gütermenge.

- Für Gütermengen  $x_1, x_2$  oberhalb der Bilanzgeraden, die also ein Defizit in Bezug auf den Betrag  $e$  implizieren (negatives  $s = e - p_1x_1 - p_2x_2$ ), ist der  $\lambda$ -Nutzen um den Betrag  $|\lambda \cdot s|$  kleiner als der eigentliche Nutzen.

Die  $\lambda$ -Nutzenfunktion bringt gegenüber der eigentlichen Nutzenfunktion also eine "Belohnung" bei Sparen ( $s > 0$ ) und eine "Strafe" bei Überschreitung des Budgets ( $s < 0$ ) zum Ausdruck.

Wir betrachten jetzt folgendes (fiktive) Problem: Der Haushalt möge für gegebenes  $\lambda > 0$  seinen  $\lambda$ -Nutzen maximieren, ohne dass er dabei die Budgetgleichung einhalten muss. Hierbei handelt es sich um ein einfaches Maximierungsproblem (ohne Nebenbedingungen). Die Lösung (falls eine Lösung existiert) lässt sich also durch Nullsetzen der ersten partiellen Ableitungen finden:

$$\frac{\partial L(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_1} = 0 \quad (26)$$

( $\lambda$  exogen vorgegeben)

$$\frac{\partial L(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_2} = 0 \quad (27)$$

Falls die sich aus (26) und (27) ergebenden Mengen  $x_1^*, x_2^*$  ("zufällig") die Budgetgleichung erfüllen, stellt diese Lösung des fiktiven Problems ( $\lambda$ -Nutzenmaximierung) bereits eine Lösung des eigentlichen Nutzenmaximierungsproblems dar.

Im Allgemeinen, also für ein willkürlich gegebenes  $\lambda$ , wird die  $\lambda$ -Nutzenmaximierung zu einer Lösung  $x_1^*, x_2^*$  führen, die die Budgetgleichung nicht erfüllt – und zwar wird für große Werte von  $\lambda$  die Lösung unterhalb der Bilanzgeraden liegen ("Sparen wird zu stark belohnt"), für kleine Werte von  $\lambda$  wird die Lösung oberhalb der Bilanzgeraden liegen ("Budgetüberschreitung wird nicht hart genug bestraft").

Das Problem besteht nun darin, einen solchen Wert für den LAGRANGE-Multiplikator zu finden, dass die  $\lambda$ -Nutzenmaximierung zu Verbrauchsmengen führt, die genau auf der Bilanzgeraden liegen. Dies ist nun aber ganz einfach: Insgesamt kommen in (25) drei Unbekannte vor:  $x_1, x_2$  und  $\lambda$ ; die Lösung des eigentlichen Nutzenmaximierungsproblems soll die Gleichungen (26) und (27) erfüllen und zusätzlich die Budgetgleichung

$$x_1 p_1 + x_2 p_2 = e. \quad (28)$$



Damit haben wir drei Gleichungen zur Bestimmung der drei Unbekannten. Man beachte, dass gerade die dritte Gleichung, in der  $\lambda$  gar nicht vorkommt, dazu dient, das "richtige"  $\lambda$  zu bestimmen. Die Gleichungen (26) bis (28) bilden genau das sich aus dem LAGRANGE-Verfahren ergebende Gleichungssystem (22), durch das der optimale Verbrauchsplan bestimmt werden kann.

Der LAGRANGE-Multiplikator  $\lambda$  stellt in der obigen Überlegung gewissermaßen den Grenznutzen einer gesparten Geldeinheit dar. Im Optimum muss  $\lambda$ , um zu verhindern, dass positive oder negative Beträge gespart werden, gerade genau gleich dem Grenznutzen des Geldes in der Verwendung zum Kauf von Gut 1 und Gut 2 sein, vgl. (23) bzw. (24).

## 4. Die Nachfrage des Haushalts

### a. Allgemeine Nachfragefunktionen

Bei gegebener Nutzenfunktion hängen die optimalen Verbrauchsmengen  $x_1, x_2$  jeweils von  $e, p_1$  und  $p_2$  ab. Das können wir schreiben als *allgemeine Nachfragefunktionen*:

$$\begin{aligned}x_1 &= x_1^*(p_1, p_2, e), \\x_2 &= x_2^*(p_1, p_2, e).\end{aligned}\tag{29}$$

Diese Abhängigkeit ergibt sich erstens bei der geometrischen Ermittlung des optimalen Verbrauchsplans:  $p_1$  und  $p_2$  bestimmen die Steigung der Bilanzgeraden,  $e$  ihre Entfernung vom Ursprung. Ein anderes Preisverhältnis und ein anderes Einkommen führen zu einer anderen Bilanzgeraden, mithin zu einem anderen Tangentialpunkt von Bilanzgerade und (höchsterreichbarer) Indifferenzkurve. Die Abhängigkeit ergibt sich zweitens bei der algebraischen Berechnung der optimalen Verbrauchsmengen: In unserem Beispiel konnten wir die optimalen Mengen  $x_1^* = 100$  und  $x_2^* = 50$  nur nach Einsetzen konkreter Werte für  $p_1, p_2$  und  $e$  berechnen, andere als diese eingesetzten Werte hätten zu anderen Verbrauchsmengen geführt. Im Folgenden wollen wir versuchen, Gesetzmäßigkeiten darüber herauszufinden, wie sich mit der Änderung der Größen  $e, p_1, p_2$  die vom Haushalt nachgefragten Verbrauchsmengen ändern. Wir beschränken uns hier auf den Fall zweier Güter, die Ergebnisse lassen sich leicht auf den Fall einer beliebigen Zahl  $n$  von Gütern übertragen, also auf allgemeine Nachfragefunktionen:

$$x_i = x_i^*(p_1, \dots, p_i, \dots, p_n, e).\tag{30}$$

Eine Eigenschaft der allgemeinen Nachfragefunktion können wir sofort erkennen: Wenn man  $p_1, p_2$  und  $e$  mit einem positiven Faktor  $k$  multipliziert, z. B. Preise und Einkommen verdoppelt oder vertausendfacht, ändern sich die nachgefragten Mengen nicht. Das erkennt man aus Abb. 1. Für die Bilanzgerade

$$ke = kp_1x_1 + kp_2x_2\tag{31}$$

betragen die Achsenabschnitte wieder

$$\frac{ke}{kp_1} = \frac{e}{p_1} \quad \text{bzw.} \quad \frac{ke}{kp_2} = \frac{e}{p_2}. \quad (32)$$

Die Bilanzgerade ändert sich also nicht, so dass sich bei gegebenen Indifferenzkurven auch die optimalen Verbrauchsmengen nicht verändern. Der Haushalt erhält zwar ein höheres Geldeinkommen, merkt aber genau, dass er nicht besser gestellt ist als vorher, weil die Preise im gleichen Umfang gestiegen sind. Er fühlt sich daher nicht reicher, er *handelt ohne Geldillusion*. Mathematisch bedeutet diese Eigenschaft, dass die Nachfragefunktionen *homogen vom Grade 0* in Preisen und Einkommen sind\*, denn es gilt:

$$k^0 x_i = x_i = x_i^*(kp_1, kp_2, ke). \quad (33)$$

**Beispiel** (Fortsetzung): Sind die Preise  $p_1$  und  $p_2$  sowie das Einkommen  $e$  nicht numerisch gegeben, so lässt sich die LAGRANGE-Funktion nur in der Form

$$L = x_1 x_2 + x_1 + 2x_2 + 2 + \lambda(e - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

formulieren. Aus den ersten beiden Optimalitätsbedingungen lässt sich dann

$$\frac{x_2 + 1}{x_1 + 2} = \frac{p_1}{p_2} \quad \text{oder} \quad x_2 = \frac{p_1}{p_2} (x_1 + 2) - 1$$

ableiten. Diese Beziehung zwischen  $x_1$  und  $x_2$ , eingesetzt in die dritte Bedingung 1. Ordnung (die Bilanzgleichung), ergibt

$$x_1 = x_1^*(p_1, p_2, e) = \frac{e + p_2}{2p_1} - 1,$$

$$x_2 = x_2^*(p_1, p_2, e) = \frac{e + 2p_1}{2p_2} - \frac{1}{2}.$$

Man kann hieran leicht die Homogenität vom Grade 0 der allgemeinen Nachfragefunktionen überprüfen:

$$x_1^*(kp_1, kp_2, ke) = \frac{ke + kp_2}{2kp_1} - 1 = \frac{e + p_2}{2p_1} - 1 = x_1^*(p_1, p_2, e).$$

---

\* Allgemein heißt eine Funktion  $y = \varphi(z_1, \dots, z_n)$   
 homogen vom Grade  $m$ , wenn gilt  $k^m y = \varphi(kz_1, \dots, kz_n)$ .

Für  $m = 0$  ist  $k^m = k^0 = 1$ . Homogenität vom Grade 0 heißt also, dass bei Multiplikation aller  $z_i$  mit dem Faktor  $k > 0$  sich die abhängige Variable  $y$  nicht ändert.

### b. Spezielle Nachfragefunktionen: Einkommens-Konsum-Kurven und ENGELSche Kurven

Wir untersuchen nun den Zusammenhang zwischen Nachfragemengen und Einkommen. Wir argumentieren *ceteris paribus*, d. h. wir variieren  $e$ , während die Preise konstante Größen  $\bar{p}_1$  und  $\bar{p}_2$  sind. Die Beziehungen, die wir untersuchen, sind

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1^*(\bar{p}_1, \bar{p}_2, e), \\ x_2 &= x_2^*(\bar{p}_1, \bar{p}_2, e), \end{aligned} \quad (34)$$

d. h. Spezialfälle der allgemeinen Nachfragefunktionen (29). Geometrisch bedeutet die Veränderung von  $e$  eine Parallelverschiebung der Bilanzgeraden, und zwar bei Vergrößerung von  $e$  vom Ursprung weg, bei Verringerung von  $e$  in Richtung des Ursprungs. Mit einer Erhöhung von  $e_1$  auf  $e_2$  nehmen die Achsenabschnitte zu, während die Steigung unverändert bleibt (vgl. Abb. 10).

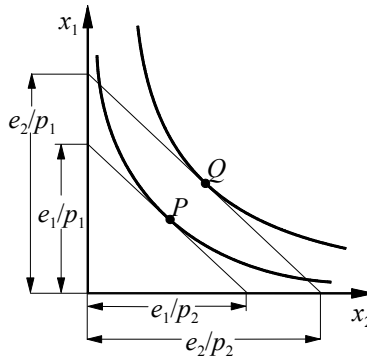


Abb. 10: Optimale Nachfrage bei unterschiedlichem Einkommen

Auf der neuen Bilanzgeraden kann der Haushalt eine Indifferenzkurve mit höherem Nutzen erreichen. Der neue Optimalpunkt  $Q$  kann nun rechts oberhalb des bisherigen Optimalpunkts  $P$  liegen (Abb. 10); dann nimmt die Nachfrage nach beiden Gütern mit der Erhöhung von  $e$  zu. Die Indifferenzkurven können aber auch so verlaufen, dass der Punkt  $Q$  sich entweder rechts unten oder links oben von  $P$  ergibt (vgl. Abb. 11.a und 11.b); im ersten Fall (a) nimmt die Nachfrage nach Gut 2 zu und die nach Gut 1 ab, im zweiten Fall (b) ist es umgekehrt. Das Gut, dessen Nachfrage mit steigendem Einkommen zurückgeht, nennt man *absolut inferiores* Gut. Es handelt sich dabei typischerweise um Güter des minderen Bedarfs, die mit der Verbesserung der Einkommenssituation durch Güter des gehobenen Bedarfs ersetzt werden, z. B. Margarine (ersetzt durch Butter) oder Kartoffeln (ersetzt durch Fleisch). Bei einer Einkommensenkung nimmt die Nachfrage nach absolut inferioren Gütern entsprechend zu.

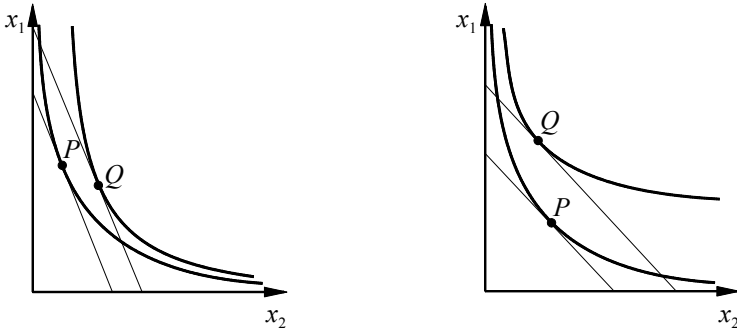


Abb. 11.a/b: Alternative Möglichkeiten der Wirkung einer Einkommenserhöhung

Lassen wir das Einkommen nun eine ganze Skala von möglichen Werten durchlaufen, zeichnen entsprechend eine größere Zahl von Bilanzgeraden und die zugeordneten Berührungspunkte mit Indifferenzkurven in ein Diagramm ein und verbinden dann alle Berührungspunkte, so erhalten wir die *Einkommens-Konsum-Kurve* EKK in Abb. 12.

Übertragen wir den Zusammenhang in ein gesondertes Diagramm für jedes Gut, so erhalten wir für unser Zeichenbeispiel die in Abb. 13.a und 13.b eingezeichneten *Einkommens-Nachfrage-Kurven* oder *ENGELschen Kurven*. Beide Mengen nehmen mit wachsendem Einkommen zu, jedoch wächst die Menge des Gutes 2 relativ stärker, die Menge des Gutes 1 relativ schwächer als das Einkommen. Für konstante Einkommenszuwächse wird die Zunahme von  $x_1$  immer kleiner, die von  $x_2$  immer größer. Ein Gut (hier: Gut 1) nach dem die Nachfrage nur unterproportional mit dem Einkommen wächst, nennen wir *relativ inferior*, ein Gut, nach dem die Nachfrage mit dem Einkommen überproportional wächst, nennen wir *superior*.

ENGEL, der Mitte des 19. Jahrhunderts den Zusammenhang zwischen Einkommen und Nahrungsmittelnachfrage untersuchte, stellte fest, dass mit steigendem

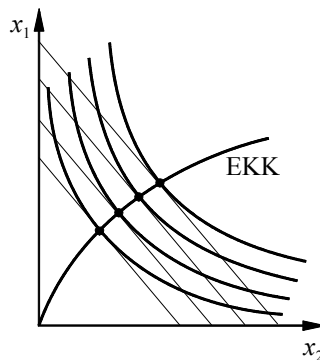
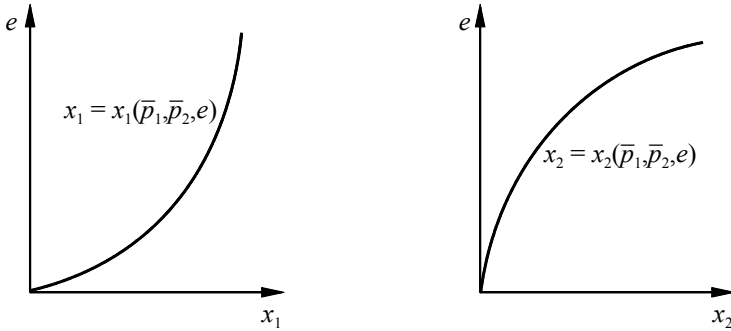


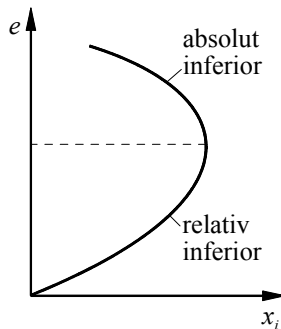
Abb. 12: Einkommens-Konsum-Kurve (EKK)



**Abb. 13.a/b:** Einkommens-Nachfrage-Kurven:  $x_1$  relativ inferior,  $x_2$  superior

Einkommen die Ausgaben für Nahrungsmittel zwar absolut zunehmen, ihr Anteil am Einkommen aber sinkt. Kurz darauf erhielt SCHWABE ein entsprechendes Ergebnis für Mietausgaben. Diesen Zusammenhang bezeichnet man als *ENGEL-SCHWABESches Gesetz*. Bei den hier untersuchten ENGELSchen Kurven geht es zwar um nachgefragte Mengen, nicht um die Ausgaben, doch wenn sich die Preise nicht ändern, gilt derselbe tendenzielle Zusammenhang zwischen Einkommen und Ausgaben. Das ENGEL-SCHWABESche Gesetz entspricht dem Kurvenverlauf in Abb. 13.a, denn dort nimmt mit wachsendem  $e$  das Verhältnis  $x_1/e$  ab. Die von Gut 1 nachgefragte Menge erhöht sich zwar, jedoch unterproportional zum Einkommen; man spricht dann auch von einem *relativ inferioren Gut*.

In Abb. 14 ist der Fall dargestellt, dass aus einem relativ inferioren Gut  $i$  schließlich ein absolut inferiores Gut wird. Die positive, zunehmende Steigung der ENGELSchen Kurve geht hier bei steigendem Einkommen schließlich in eine negative Steigung über.



**Abb. 14:** Einkommens-Nachfrage-Kurve für ein absolut inferiores Gut

**Beispiel** (Fortsetzung): In unserem Beispiel ergeben sich die ENGELschen Kurven für  $\bar{p}_1 = 5$  und  $\bar{p}_2 = 10$  als:

$$x_1 = x_1^*(\bar{p}_1, \bar{p}_2, e) = x_1^*(5, 10, e) = \frac{e+10}{2 \cdot 5} - 1 = \frac{1}{10} e,$$

$$x_2 = x_2^*(\bar{p}_1, \bar{p}_2, e) = x_2^*(5, 10, e) = \frac{e+2 \cdot 5}{2 \cdot 10} - \frac{1}{2} = \frac{1}{20} e,$$

also als Geraden durch den Ursprung. Auch die daraus leicht zu ermittelnde Einkommens-Konsum-Kurve

$$x_1 = \frac{1}{10} e = \frac{1}{10} (20x_2) = 2x_2$$

ist in diesem einfachen Beispiel eine Ursprungsgerade.

### c. **Spezielle Nachfragefunktionen: Preis-Konsum-Kurven, MARSHALLsche Nachfragekurven und Kreuznachfragekurven**

Wir wollen nun den Zusammenhang zwischen nachgefragter Menge eines Gutes und dem Preis entweder des gleichen oder eines anderen Gutes untersuchen, wobei im hier betrachteten 2-Güter-Fall nur jeweils ein anderes Gut in Frage kommt. Wir argumentieren wieder *ceteris paribus*, d. h. wir betrachten das Einkommen und den jeweils anderen Preis als konstante Größen. Untersucht werden also zwei Typen von speziellen Nachfragefunktionen, die wir am Fall einer Variation des Preises  $p_1$  darstellen werden:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1^*(p_1, \bar{p}_2, \bar{e}) \quad (\text{direkte}) \text{ Nachfragefunktion für Gut 1,} \\ x_2 &= x_2^*(p_1, \bar{p}_2, \bar{e}) \quad \text{Kreuznachfragefunktion für Gut 2.} \end{aligned} \tag{35}$$

Auch hier handelt es sich um Spezialfälle der allgemeinen Nachfragefunktion. Die direkte Nachfragefunktion war bereits Gegenstand der Überlegungen in Kap. 0.D und wird uns später immer wieder beschäftigen. Stets ist dieser Zusammenhang gemeint, wenn einfach von der Nachfragefunktion gesprochen wird. Nach ALFRED MARSHALL (1890) spricht man dabei auch von *MARSHALLscher Nachfragefunktion*.

Wir gehen in Abb. 15 von einer gegebenen Bilanzgeraden mit den Achsenabschnitten  $\bar{e}/\bar{p}_2$  und  $\bar{e}/p'_1$  aus. Sinkt  $p'_1$  über  $p''_1$  auf  $p'''_1$ , dann erhalten wir zwei weitere Bilanzgeraden mit vergrößertem Ordinaten-, aber unverändertem Abszissenabschnitt. Wir können auch sagen: Mit einer fortlaufenden Senkung von  $p_1$  dreht sich die Bilanzgerade im Uhrzeigersinn um den Punkt E. Für  $p_1$  nahe null verläuft die Bilanzgerade beinahe senkrecht. Nun tragen wir diejenigen Indifferenzkurven ein, die die eingezeichneten Bilanzgeraden tangieren. Die Berüh-

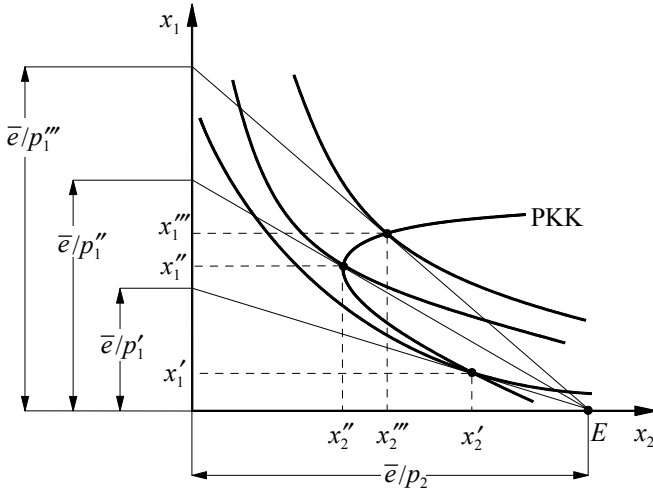


Abb. 15: Preis-Konsum-Kurve

rungspunkte aller Bilanzgeraden, die durch Drehung um  $E$  entstehen, mit jeweils einer Indifferenzkurve bilden die *Preis-Konsum-Kurve* PKK. Die Punkte auf PKK sind die optimalen Verbrauchs- bzw. Nachfragemengen  $x_1$  und  $x_2$  für konstante Größen  $\bar{e}$  und  $\bar{p}_2$  und variablen Preis  $p_1$ .

Den Zusammenhang (35) zwischen  $x_1$  und  $p_1$  und zwischen  $x_2$  und  $p_1$  können wir wieder in einem gesonderten Diagramm für jedes Gut darstellen. Was die direkte Nachfragefunktion für Gut 1 angeht, nimmt in dem in Abb. 15 dargestellten Beispiel mit der Drehung der Bilanzgeraden im Uhrzeigersinn um  $E$  die optimale Nachfragemenge  $x_1$  zu: Dem relativ hohen Preis  $p_1'$  ist eine relativ geringe Menge  $x_1'$ , dem relativ niedrigen Preis  $p_1'''$  eine relativ hohe Menge  $x_1'''$  zugeordnet. Denken wir uns alle Preis-Mengen-Kombinationen auf diese Weise in ein  $(x_1, p_1)$ -Diagramm übertragen, so erhalten wir eine fallende MARSHALLSche Nach-

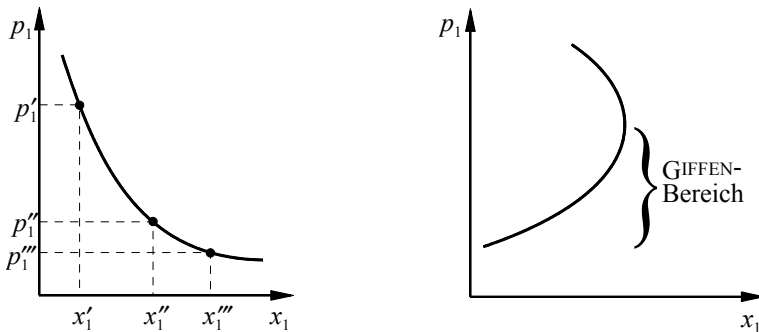


Abb. 16.a/b: Nachfragefunktion, typisch und atypisch

fragekurve (vgl. Abb. 16.a). Mit sinkendem Preis eines Gutes nimmt also die nachgefragte Menge zu, d. h. die Nachfragekurve hat negative Steigung. Dies ist der *typische Verlauf* der Nachfragekurve. Hiervon zu unterscheiden ist der *atypische Verlauf* einer Nachfragekurve, der vorliegt, wenn diese Kurve positive Steigung hat. Das ist beim *GIFFENSchen Paradox* gegeben, einem im nächsten Abschnitt erläuterten Sonderfall, in dem mit steigendem Preis die Nachfrage zunimmt. Natürlich wäre es unsinnig anzunehmen, dass bei fortlaufend steigendem Preis die Nachfrage nach einem Gut immer weiter zunimmt. *Atypisch* ist der Verlauf einer MARSHALLSchen Nachfragekurve daher schon dann, wenn sie in einem begrenzten Bereich positiv ansteigt (vgl. Abb. 16.b).

In Bezug auf die *Kreuznachfragefunktion* für Gut 2 ist in Abb. 15 mit einer Preiserhöhung von  $p_1'''$  auf  $p_1''$  ein Rückgang der Nachfrage von Gut 2 von  $x_2'''$  auf  $x_2''$  verbunden, so dass die hier betrachtete Kreuznachfragekurve in diesem Bereich negative Steigung hat. Erhöhen wir den Preis jedoch weiter auf  $p_1'$ , so nimmt die Nachfrage wieder auf  $x_2'$  zu, d. h. die Kreuznachfragekurve steigt hier positiv an (vgl. Abb. 17). Während man bezüglich der direkten Nachfragefunktion bereits von atypischem Verlauf spricht, wenn die Nachfragekurve einen bestimmten Bereich mit positiver Steigung hat, ist für die Kreuznachfrage sowohl ein negativer als auch ein positiver Zusammenhang durchaus normal. Man nennt ein Gut  $i$  *Bruttosubstitut* (*Bruttokomplement*) von Gut  $j$ , wenn

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} > 0 \quad \left( \frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} < 0 \right) \quad (36)$$

gilt. Nach dem eben Gesagten kann es von Preisen und Einkommen (und den damit gegebenen Konsummengen) abhängen, welche Situation jeweils vorliegt. In Abschn. 6 werden wir eine weitere (andere) Definition von Substitutionalität und Komplementarität geben.

Verändern wir eine der als konstant unterstellten Größen  $\bar{e}$  oder  $\bar{p}_2$  auf einen anderen konstanten Wert, dann verschieben sich die untersuchten Nachfragekurven.

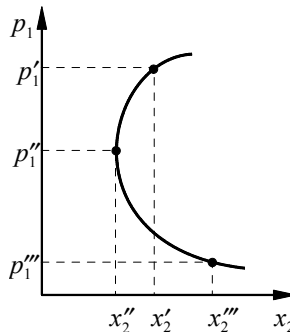


Abb. 17: Kreuznachfragefunktion



**Beispiel** (Fortsetzung): Für  $\bar{p}_2 = 10$  und  $\bar{e} = 1000$  ergeben sich in unserem Beispiel die Nachfragekurven (35) als:

$$x_1 = \frac{1000 + 10}{2p_1} - 1 = \frac{505}{p_1} - 1: \quad (\text{direkte}) \text{ Nachfragefunktion},$$

$$x_2 = \frac{1000 + 2p_1}{2 \cdot 10} - \frac{1}{2} = 49,5 + \frac{1}{10}p_1: \quad \text{Kreuznachfragefunktion}.$$

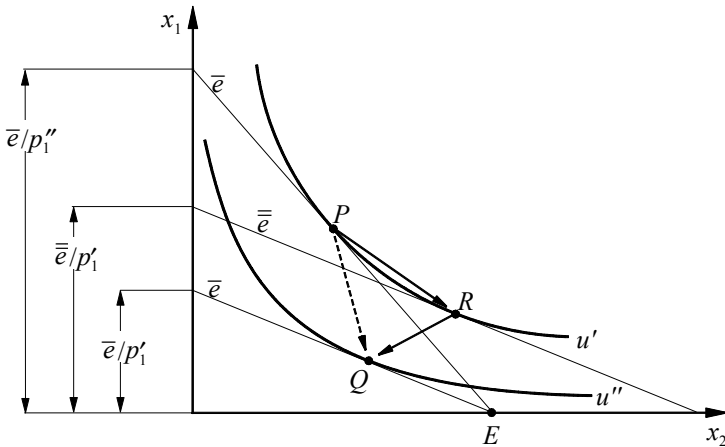
Setzt man andere Werte für  $\bar{e}$  ein, so erkennt man, dass *in diesem Beispiel* eine Erhöhung von  $\bar{e}$  eine Rechtsverschiebung der Nachfragekurven für beide Güter bewirkt, dass also zu jedem Preis  $p_1$  eine größere Menge  $x_1$  nachgefragt wird. Eine Erhöhung von  $p_2$  bewirkt dagegen *in diesem Beispiel* eine Rechtsverschiebung der Nachfragekurve für Gut 1 und eine Linksverschiebung der Kreuznachfragekurve für Gut 2.

#### d. Einkommens- und Substitutionseffekt, GIFFENSches Paradox

Wir untersuchen nun noch die grundsätzliche Wirkung einer Preiserhöhung auf die optimale Gütermengenkombination. Eine Erhöhung z. B. des Preises  $p_1$  von  $p_1''$  auf  $p_1'$  bei gegebenem Preis  $\bar{p}_2$  bedeutet, dass sich in Abb. 18 bei unverändertem Abszissenabschnitt der Ordinatenabschnitt von  $\bar{e}/p_1''$  auf  $\bar{e}/p_1'$  verringert, mithin die um  $E$  gedrehte Bilanzgerade flacher verläuft. Den Nutzen  $u'$  der bisherigen optimalen Kombination  $P$  kann der Haushalt nicht mehr erreichen; die neue Bilanzgerade tangiert die höchsterreichbare Indifferenzkurve in  $Q$ . Die Preiserhöhung impliziert also ein schlechteres Versorgungsniveau des Haushalts.

Den Übergang von  $P$  nach  $Q$  kann man sich in zwei Schritte zerlegt denken: Der erste Schritt lässt sich als Substitutionsvorgang auffassen und heißt daher Substitutionseffekt; der zweite Schritt lässt sich als Folge einer Einkommensveränderung interpretieren und wird daher Einkommenseffekt genannt. Beide Schritte wollen wir kurz beschreiben:

(1) Der *Substitutionseffekt* ist dadurch definiert, dass wir (gedanklich, fiktiv) unterstellen, der Haushalt werde für die Preiserhöhung voll entschädigt durch ein höheres Einkommen, das es ihm erlaubt, das bisherige, dem Punkt  $P$  entsprechende Nutzenniveau  $u'$  aufrechtzuerhalten. Wir suchen dazu denjenigen Punkt auf der zu  $u'$  gehörigen Indifferenzkurve, der beim neuen Preisverhältnis  $\bar{p}_2 / p_1'$  der optimale ist, d. h. den Punkt, an dem die Grenzrate der Substitution gleich dem neuen Preisverhältnis ist. Dieses Preisverhältnis ist gegeben durch die absolute Steigung der neuen Bilanzgeraden. Wir haben daher jenen Punkt  $R$  zu wählen, in dem die Tangente der Indifferenzkurve parallel zur neuen Bilanzgeraden verläuft. Der Ordinatenabschnitt dieser Tangente, multipliziert mit  $p_1'$ , bezeichnet das fiktive Einkommen  $\bar{e}$ , das es dem Haushalt erlaubt, durch Wahl des Punktes  $R$  auf



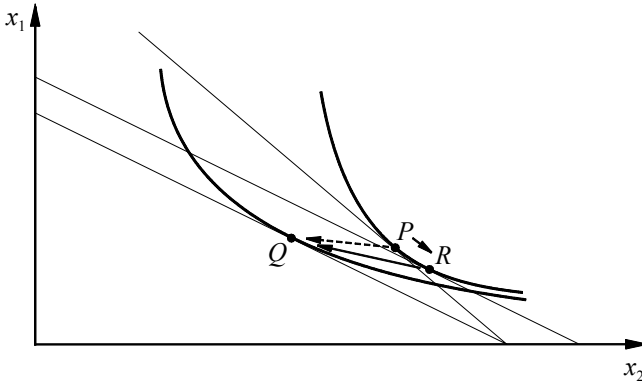
**Abb. 18: Substitutionseffekt ( $P \rightarrow R$ ) und Einkommenseffekt ( $R \rightarrow Q$ ) einer Preiserhöhung**

der bisherigen Indifferenzkurve zu bleiben. Würden wir dem Haushalt dieses Einkommen bei dem neuen Preisverhältnis zugestehen, so fände lediglich eine Substitution des teurer gewordenen Gutes 1 durch das Gut 2 statt – der durch den Pfeil von  $P$  nach  $R$  dargestellte Substitutionseffekt.

(2) Nun machen wir die Annahme rückgängig, dass der Haushalt durch eine Einkommenserhöhung für die Preiserhöhung des Gutes 1 entschädigt werde, d. h. wir betrachten die Wirkung einer Senkung des fiktiven Einkommens  $\bar{e}$  auf das tatsächliche Einkommen  $\bar{e}$  beim Preisverhältnis  $\bar{p}_2/p'_1$ . Dem entspricht in Abb. 18 der Pfeil von  $R$  nach  $Q$ , der den *Einkommenseffekt* zeigt.

Der Substitutionseffekt ist immer eindeutig in dem Sinne, dass die Nachfragemenge des teurer gewordenen Gutes 1 abnimmt, während die des im Preis konstanten Gutes zunimmt. Der Einkommenseffekt ist dagegen nicht in diesem Sinne eindeutig. Wie wir oben (Abschn. 4.b) sahen, geht bei einer Einkommensenkung die Nachfrage entweder nach beiden Gütern oder aber nur nach einem Gut zurück, während die nach dem anderen (das dann absolut inferior ist) zunimmt. Im ersten Fall deutet der Pfeil von  $R$  nach  $Q$  nach links unten, so wie wir es in Abb. 18 gezeichnet haben. Im zweiten Fall liegt  $Q$  im Verhältnis zu  $R$  entweder links oben (Gut 1 absolut inferior) oder rechts unten (Gut 2 absolut inferior).

In Abb. 19 ist der Fall dargestellt, in dem bei absolut inferiorer Gut 1 der Punkt  $Q$  nicht nur oberhalb von  $R$ , sondern auch oberhalb von  $P$  liegt. In diesem Fall nimmt trotz der Preissteigerung für Gut 1 die von diesem Gut nachgefragte Menge zu. Der Einkommenseffekt ist hier so stark, dass er den Substitutionseffekt in seiner Richtung nach rechts unten überkompensiert und die Gesamtwirkung, ausgedrückt durch den Pfeil von  $P$  nach  $Q$ , nach links oben gerichtet ist. Dies ist das sogenannte *GIFFENSche Paradox*, benannt nach ROBERT GIFFEN, der schon Mitte des vorigen Jahrhunderts die Meinung vertrat, dass bei steigendem Brot-



**Abb. 19: GIFFENSches Paradox: Einkommenseffekt überkompensiert Substitutionseffekt**

preis (Brot als GIFFEN-Gut) die Nachfrage nach Brot in armen Bevölkerungsschichten nicht zurückgehe, sondern ansteige. Ein GIFFEN-Gut muss nicht nur absolut inferior sein; vielmehr muss der Einkommenseffekt so stark sein, dass er den in die andere Richtung gehenden Substitutionseffekt überkompensiert.

### e. Exkurs: Elastizitäten

Der Elastizitätsbegriff, den ALFRED MARSHALL (1890, 3. Buch, 4. Kap.) Ende des vorigen Jahrhunderts in die Wirtschaftswissenschaft einführte, ist ein wichtiges Instrument der theoretischen und der praktischen Analyse. In der Theorie lassen sich Eigenschaften von Funktionen und Folgerungen aus ihnen mit Hilfe von Elastizitäten beschreiben. In der empirischen Wirtschaftsforschung ist statt einer ganzen Funktion manchmal nur ihre Elastizität an einer bestimmten Stelle ermittelbar.

Die Elastizität kann erstens in Form der *Strecken-* oder *Bogenelastizität* mit Hilfe von endlichen Größenänderungen definiert werden. Dann handelt es sich um das Verhältnis der relativen (prozentualen) Änderung einer abhängigen Variablen  $a$  zur relativen (prozentualen) Änderung einer unabhängigen Variablen  $b$ :

$$\epsilon_{ab} = \frac{\Delta a / a}{\Delta b / b} = \frac{\Delta a}{\Delta b} \frac{b}{a}. \quad (37)$$

Sie kann zweitens als *Punktelastizität* mit Hilfe von infinitesimalen Größenänderungen definiert werden; dann haben wir anstelle des Differenzenquotienten in (37) den Differentialquotienten zu verwenden:

$$\eta_{ab} = \frac{da}{db} \frac{b}{a}. \quad (38)$$

Die Elastizität bezieht sich auf einen einzelnen Punkt der Kurve; sie ist durch die Koordinaten  $a$  und  $b$  des Punktes und die Steigung  $da/db$  der Kurve in diesem Punkt bestimmt. Wir befassen uns im Folgenden nur mit der Punktelastizität, werden sie aber – etwas ungenau – verbal auch als prozentuale Änderung der abhängigen Variablen bei einer einprozentigen Änderung der unabhängigen Variablen bezeichnen.

Zunächst erläutern wir eine geometrische Konstruktion des Elastizitätsmaßes für Punkte auf *Kurven mit negativer Steigung*. Als Beispiel wählen wir eine typisch verlaufende Nachfragekurve  $x = x(p)$ . Den Ausdruck

$$\eta_{xp} = \frac{dx}{dp} \frac{p}{x} \quad (39)$$

nennt man auch *Elastizität der Nachfrage in Bezug auf den Preis* oder *Preiselastizität der Nachfrage*. Wegen  $p, x > 0$  und  $dx/dp < 0$  muss diese Elastizität immer negatives Vorzeichen haben. In Abb. 20 gilt für einen beliebigen Punkt  $P$  der linearen Nachfragekurve  $RT$ :

$$\tan \alpha = -\frac{dp}{dx} = \frac{SR}{SP}, \quad (40)$$

$$\eta_{xp} = \frac{dx}{dp} \frac{p}{x} = -\frac{SP}{SR} \frac{SO}{SP} = -\frac{SO}{SR} = -\frac{PT}{PR}.$$

Die Elastizität ist also gleich dem *Verhältnis der entlang der Geraden genommenen Abstände des Punktes  $P$  zur Abszisse und zur Ordinate*, und zwar mit negativem Vorzeichen. Im Punkt  $T$  ist die Elastizität demnach gleich null; im Punkt  $H$ , der die Strecke  $RT$  halbiert, ist sie gleich minus eins. Nähern wir uns dem Punkt  $R$ , dann geht die Elastizität gegen minus unendlich (was wir – wiederum etwas unpräzise – auch durch: „In  $R$  ist die Elastizität minus unendlich.“ ausdrücken wollen).

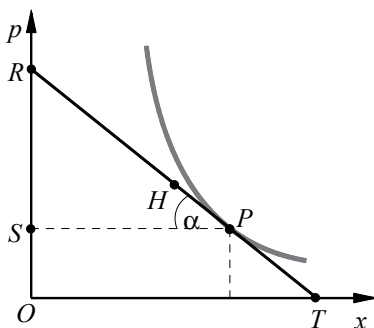


Abb. 20: Geometrische Konstruktion einer negativen Elastizität ( $\eta_{xp} = -PT/PR$ )

**Elastizität und Ableitung:** Der Begriff der Elastizität ist – wie (39) zeigt – eng verwandt mit dem der (ersten) Ableitung einer Funktion. Er ist aber meist besser zu interpretieren und insbesondere unabhängig von den zugrunde gelegten Maßeinheiten. So sagt die Aussage: „Die Steigung der Nachfragefunktion bei der gegenwärtigen Absatzmenge beträgt  $-23$ .“ wenig aus, solange man nicht weiß, ob der Preis in Pfennig, DM, EUR oder US\$ sowie die Menge in Stück, Dutzend, Gramm oder Kilogramm gemessen wird. Die Aussage: „Die Preiselastizität der Nachfrage bei der gegenwärtigen Absatzmenge beträgt  $-0,51$ .“ sagt dagegen unmittelbar verständlich aus, dass eine Preiserhöhung/-senkung um 1% die Nachfragemenge um 0,51% zurückgehen/ansteigen lassen würde.

Die hiermit für eine lineare Nachfragefunktion angegebene geometrische Konstruktion der Elastizität lässt sich auch anwenden, wenn die Nachfragekurve gekrümmt verläuft, wie z. B. die in Abb. 20 grau eingezeichnete Kurve. Soll für diese Kurve die Elastizität in Punkt  $P$  bestimmt werden, so hat man die Tangente in  $P$  an die Kurve zu zeichnen. Diese Tangente und die Kurve selbst haben in  $P$  dieselbe Elastizität; die oben beschriebene Konstruktion für die Gerade  $RT$  (die Gleichung (40)) ergibt also die gesuchte Elastizität.

Die Elastizität ist an jedem Punkt auf einer der beiden in Abb. 20 unterstellten Nachfragekurven verschieden. Es gibt jedoch Kurven mit negativer Steigung, deren Elastizität in jedem Punkt gleich ist. Es handelt sich dabei um Hyperbeläste, also Kurven der Form

$$p = \frac{k}{x^\lambda} = kx^{-\lambda} \quad \text{mit } k, \lambda > 0, \quad (41)$$

für die sich (für jeden Wert von  $x$ ) die Elastizität berechnet als

$$\eta_{xp} = \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} = \frac{1}{-\lambda kx^{-\lambda-1}} \cdot \frac{kx^{-\lambda}}{x} = -\frac{1}{\lambda}. \quad (42)$$

(Man beachte, dass  $dx/dp = 1/(dp/dx)$  gilt.) Die Nachfragekurve in Form einer Hyperbel mit  $\lambda = 1$  (d. h.:  $p = k/x$ ) hat also an jeder Stelle die Elastizität minus eins.

Zwei Grenzfälle von Kurven mit konstanter Elastizität sind besonders zu erwähnen (vgl. Abb. 21.a und 21.b): Für Geraden parallel zur Abszisse gilt an jedem Punkt

$$\frac{dp}{dx} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{dx}{dp} = \infty, \quad \text{also} \quad \eta_{xp} = \infty; \quad (43)$$

man spricht dann von *vollkommen elastischer Nachfrage*. Für Geraden parallel zur Ordinate gilt in jedem Punkt

$$\frac{dp}{dx} = \infty \quad \text{oder} \quad \frac{dx}{dp} = 0, \quad \text{also} \quad \eta_{xp} = 0; \quad (44)$$

hier spricht man von *vollkommen unelastischer Nachfrage*.

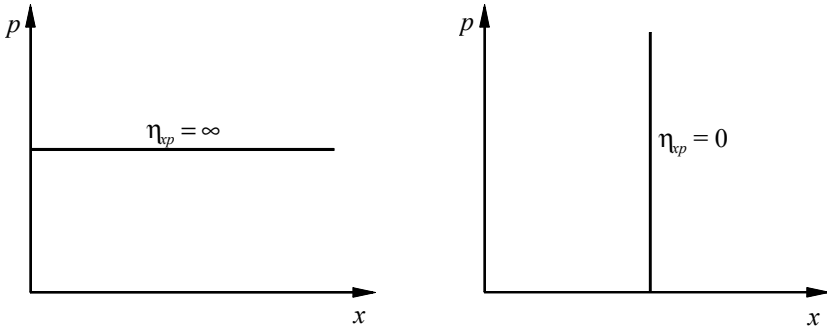


Abb. 21.a/b: Spezialfälle von Kurven mit konstanter Elastizität

Wir diskutieren nun ein Elastizitätsmaß für Punkte auf Kurven mit *positiver Steigung* und wählen als Beispiel eine Einkommens-Konsum-Kurve für ein nicht absolut inferiores Gut  $x$ . Den Ausdruck

$$\eta_{xe} = \frac{dx}{de} \frac{e}{x} \quad (45)$$

bezeichnet man als *Elastizität der Nachfrage in Bezug auf das Einkommen* oder als *Einkommenselastizität der Nachfrage*. Wegen  $e, x > 0$  und  $dx/de > 0$  hat diese Elastizität (für ein nicht absolut inferiores Gut) stets positives Vorzeichen. In den Abb. 22.a und 22.b verläuft durch  $P$  eine lineare Einkommens-Nachfrage-Kurve, die wir bis zu den Schnittpunkten mit den Achsen verlängern. In beiden Diagrammen gilt:

$$\tan \alpha = \frac{de}{dx} = \frac{SP}{ST}, \quad (46)$$

$$\eta_{xe} = \frac{dx}{de} \frac{e}{x} = \frac{ST}{SP} \frac{SP}{SO} = \frac{ST}{SO} = \frac{PT}{PR},$$

wobei  $R$  jeweils den Ordinatenabschnitt und  $T$  den Abszissenabschnitt bezeichnet. Die Elastizität ist also wieder gleich dem *Verhältnis der entlang der Geraden gemessenen Abstände des Punktes  $P$  zur Abszisse und zur Ordinate*, und zwar hier mit positivem Vorzeichen. In Abb. 22.a ist die Einkommenselastizität in Punkt  $R$  unendlich, für wachsendes Einkommen wird sie immer kleiner, bleibt aber immer größer als 1. In Abb. 22.b ist die Einkommenselastizität im Punkt  $T$  null, für wachsendes Einkommen wird sie immer größer, bleibt aber immer kleiner als 1.

Die dargestellte geometrische Konstruktion der Elastizität lässt sich auch auf gekrümmte Einkommens-Konsum-Kurven anwenden (in Abb. 22 grau eingezeichnet), indem im jeweiligen Punkt eine Tangente an die Kurve gelegt wird und deren Elastizität im Tangentialpunkt bestimmt wird.

Die Elastizität ist an jedem Punkt der in Abb. 22 dargestellten Kurven verschieden. Jedoch gibt es Kurven mit positiver Steigung, deren Elastizität überall gleich ist. Für die Potenzfunktion

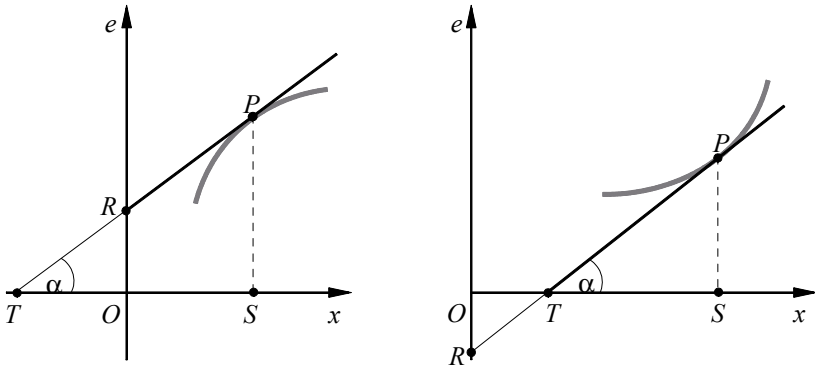


Abb. 22.a/b: Geometrische Konstruktion einer positiven Elastizität ( $\eta_{xe} = PT/PR$ )

$$e = kx^\lambda \quad \text{mit } k, \lambda > 0 \quad (47)$$

gilt nämlich (für jeden Wert von  $x$ ):

$$\eta_{xe} = \frac{dx}{de} \frac{e}{x} = \frac{1}{\lambda k x^{\lambda-1}} \cdot \frac{kx^\lambda}{x} = \frac{1}{\lambda}. \quad (48)$$

Für  $\lambda = 1$  stellt (47) eine Gerade durch den Ursprung dar. Eine solche Gerade mit beliebiger Steigung  $k$  hat, wie auch die geometrische Konstruktion des Elastizitätsmaßes zeigt, überall die Elastizität eins.

Weitere wichtige Elastizitäten sind die *Kreuzpreiselastizität der Nachfrage*  $\eta_{x_i, p_j}$ , also die Elastizität der Nachfrage nach einem Gut  $i$  in Bezug auf den Preis eines anderen Gutes  $j$ , und die *Elastizität des Angebots in Bezug auf den Preis* oder die *Preiselastizität des Angebots*  $\eta_{y, p}$ , die sich auf den (in Kap. II untersuchten) Zusammenhang zwischen Preis  $p$  und angebotener Menge  $y$  bezieht.

**Ausgewählte Einkommens- und Preiselastizitäten:** Elastizitäten lassen sich empirisch ermitteln. Dabei wird allerdings meist die gesamte Marktnachfrage (vgl. Abschn. 7.d) zugrunde gelegt und nicht die Nachfrage nur eines Haushalts. Die empirische Konkretisierung von Nachfragefunktionen ergibt dann zum Beispiel:

Gut $x_i$	$\eta_{x_i, e}$	$\eta_{x_i, p_i}$
Fleisch	0,70	- 1,23
Milch, Butter	0,30	- 0,59
Strom	2,06	- 1,11
Öff. Verkehr	- 0,31	- 0,93
Zeitschriften, Bücher	0,82	- 0,59
Kunst, Sport, Vergnügen	1,87	- 1,48

Lesebeispiel: Wenn das Einkommen (der Haushalte durchschnittlich) um 5% steigt, steigt die Nachfrage nach Fleisch um 3,5% ( $= 0,70 \cdot 5\%$ ).

## 5. Kardinale und ordinale Nutzenfunktionen, Indifferenzkurven und Präferenzen

### a. Ordinale Nutzenfunktionen und monotone Transformationen

Bisher haben wir die Haushaltstheorie mit Hilfe von Nutzenfunktionen entwickelt, die jedem (nichtnegativen) Güterbündel eine bestimmte reelle Zahl, die das Ausmaß des zugehörigen Nutzens angibt, zuordnet. Solche Nutzenfunktionen nennt man *kardinal*, da der Nutzen gewissermaßen in Nutzeneinheiten gemessen wird, so wie Länge oder Gewicht einer Sache in Längeneinheiten (Metern) oder Masseinheiten (Kilogramm) gemessen werden. Diese mehr als hundert Jahre alte Theorie des *kardinalen Nutzens* wurde beispielsweise vertreten durch HERMANN HEINRICH GOSSEN (1853), STANLEY JEVONS (1871), LÉON WALRAS (1874), CARL Menger (1871) und ALFRED MARSHALL (1890). Wenn ein Haushalt etwa einem Güterbündel  $x'$  den Nutzen 100 und einem anderen Güterbündel  $x''$  den Nutzen 200 zuordnet, so bedeutet das im Sinne der kardinalen Nutzentheorie nicht nur, dass der Haushalt  $x''$  höher schätzt als  $x'$ , sondern darüber hinaus, dass  $x''$  dem Haushalt genau doppelt so viel Nutzen bringt wie  $x'$ . Nutzendifferenzen werden also als bezifferbar angesehen und haben eine genaue Bedeutung.

In der hier dargestellten Theorie kamen Nutzendifferenzen in Form des Grenznutzens vor: Das 1. GOSSENSche Gesetz macht z. B. eine vergleichende Aussage („abnehmender Grenznutzen“) über diese Nutzendifferenzen. Der aufmerksame Leser hat aber vielleicht bemerkt, dass wir dieses Gesetz zur Ableitung des optimalen Verbrauchsplans, der Nachfragefunktionen usw. gar nicht benutzt (benötigt) haben. (Relevant war im Zuge der Analyse das 2. GOSSENSche Gesetz, das etwas über die Gleichheit des Grenznutzens des Geldes aussagt.) Wie die geometrischen Ableitungen zeigten, war von den Nutzenfunktionen überhaupt nur die Form der Indifferenzkurven wesentlich.

Die auf VILFREDO PARETO (1906) zurückgehende Theorie des *ordinalen Nutzens* macht daher wesentlich schwächere Annahmen: Es wird nur unterstellt, dass der Haushalt eine ordinale Nutzenfunktion  $u=f(x)$  hat, d. h. wenn  $u^{(1)}=f(x^{(1)})$  und  $u^{(2)}=f(x^{(2)})$  ist, so bedeutet  $u^{(1)}<u^{(2)}$  nur, dass das Güterbündel  $x^{(2)}$  dem Güterbündel  $x^{(1)}$  vorgezogen wird; die Differenz  $u^{(2)}-u^{(1)}$  ist hingegen ohne Bedeutung.  $u^{(1)}=u^{(2)}$  bedeutet (wie bei kardinalen Nutzenfunktionen), dass beide Güterbündel den gleichen Nutzen stiften. Ordinale Nutzenfunktionen führen also – wie kardinale – zu Indifferenzkurven(systemen), die die Präferenzen des Haushalts zum Ausdruck bringen. Ordinale Nutzenfunktionen sind aber nicht eindeutig bestimmt; die Funktion  $f(x_1, x_2)=x_1x_2$  bringt z. B. genau dieselben Präferenzen zum Ausdruck (d. h. hat dieselben Indifferenzkurven) wie die Funktion  $g(x_1, x_2)=2f(x_1, x_2)=2x_1x_2$  oder die Funktion  $g(x_1, x_2)=f(x_1, x_2)+5=x_1x_2+5$ . Lediglich die konkrete den Nutzen beziffernde Zahl (der *Nutzenindex*), die jeweils zu den einzelnen Indifferenzkurven gehört, ist für die Funktionen  $f$  und  $g$  unterschiedlich.



Allgemein gilt, dass zwei Nutzenfunktionen  $f(x_1, x_2)$  und  $g(x_1, x_2)$  dieselben Präferenzen zum Ausdruck bringen – und damit gleich oder gleichwertig im Sinne der ordinalen Nutzentheorie sind – wenn sie sich nur um eine monotone Transformation  $T$  unterscheiden. Eine Transformation  $T(u)$  heißt dabei monoton, wenn gilt:

$$\text{Aus } u^{(1)} < u^{(2)} \text{ folgt } T(u^{(1)}) < T(u^{(2)}). \quad (49)$$

(Oben wurden  $T(u) = 2u$  und  $T(u) = u + 5$  als Beispiele für monotone Transformationen genannt.)  $f(x_1, x_2)$  und  $g(x_1, x_2)$  unterscheiden sich nur um die monotone Transformation  $T$ , wenn gilt:

$$g(x_1, x_2) = T(f(x_1, x_2)). \quad (50)$$

Man verifiziert leicht, dass dann  $f$  und  $g$  identische Indifferenzkurvensysteme haben. Im Folgenden wollen wir nun monotone Transformationen betrachten, die stetig und differenzierbar sind mit  $T' = dT/du > 0$ .

In der ordinalen Nutzentheorie können nur solche Eigenschaften von Nutzenfunktionen relevant sein, die bei monotonen Transformationen erhalten bleiben. Um zu prüfen, welche das sind, bilden wir für zwei im ordinalen Sinne gleiche Nutzenfunktionen  $f$  und  $g$  (die also (50) erfüllen) folgende Ausdrücke:

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} = \underbrace{T'}_{>0} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_i}, \quad (51)$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2} = \underbrace{T''}_{?} \cdot \underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2}_{>0} + \underbrace{T'}_{>0} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}, \quad (52)$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x_1 \partial x_2} = \underbrace{T''}_{?} \cdot \underbrace{\frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2}}_{>0} + \underbrace{T'}_{>0} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad (53)$$

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} \bigg/ \frac{\partial g}{\partial x_2} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \bigg/ \frac{\partial f}{\partial x_2}. \quad (54)$$

Laut (51) ist  $\partial g/\partial x_i$  genau dann positiv, wenn  $\partial f/\partial x_i$  positiv ist. Das bedeutet: Wenn auch über die Höhe des Grenznutzens bei ordinaler Nutzenfunktion keine Aussage möglich ist, ein positives Vorzeichen des Grenznutzens bleibt bei monotoner Transformation erhalten, so dass man auch bei ordinaler Nutzenfunktion mit dem Vorzeichen des Grenznutzens argumentieren kann. Für die zweiten Ableitungen gilt das nach (52) und (53) nicht; die Vorzeichen der zweiten Ableitungen von  $g$  können sich von denen von  $f$  unterscheiden (da die zweite Ableitung  $T''$  einer monotonen Transformation ganz unterschiedliche Werte annehmen kann). Das bedeutet: Aussagen über Veränderungen des Grenznutzens, wie sie in (8) und (9) gemacht werden, sind bei ordinaler Nutzenfunktion nicht möglich.

Das Verhältnis der Grenznutzen ändert sich gemäß (54) hingegen bei monotoner Transformation nicht. Das bedeutet: Aussagen über das Verhältnis der Grenznutzen und damit über die Grenzrate der Substitution werden durch den Übergang von der Theorie kardinalen zur Theorie ordinalen Nutzens nicht berührt; (17) bleibt gültig. Dieser wichtige Sachverhalt wurde bereits durch die obige Feststellung deutlich, dass sich bei monotoner Transformation die Indifferenzkurven und mithin auch deren Steigungen bzw. Grenzzraten der Substitution nicht ändern.

### **b. Axiomatische Charakterisierung von ordinalen Nutzenfunktionen**

Aus dem oben Gesagten wird klar, dass die Annahme der Existenz einer ordinalen Nutzenfunktion nicht mehr und nicht weniger bedeutet, als von der Existenz von Indifferenzkurven auszugehen, die die Präferenzen des Haushalts beschreiben. Statt zu sagen: „Der Haushalt hat die ordinale Nutzenfunktion  $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$ .“ kann man ebenso gut sagen: „Die Präferenzen des Haushalts werden durch ein Indifferenzkurvensystem beschrieben, deren einzelne Indifferenzkurven die Form  $x_1 \cdot x_2 = \alpha$  haben, wobei  $\alpha$  eine beliebige positive (reelle) Zahl sein kann.“ Der Vorteil des Gebrauchs von Nutzenfunktionen für die Analyse liegt darin, dass das Entscheidungsverhalten des Haushalts dann elegant in Form der Maximierung der Nutzenfunktion unter Einhaltung einer Nebenbedingung (Bilanzgleichung) beschrieben werden kann.

Nun kann man auch die Existenz eines Indifferenzkurvensystems als keineswegs selbstverständlich ansehen. (Welcher Mensch hat je seine Indifferenzkurven auf Millimeterpapier gezeichnet?) Es ergibt sich daher die Frage, ob man in der Haushaltstheorie auch ohne diese Existenzannahme auskommen kann oder vielleicht die Existenz der Indifferenzkurven aus einfacheren, unmittelbar einleuchtenden Annahmen („Axiomen“) ableiten kann. Das Mindeste, was wir von einem Haushalt, der sich rational zwischen verschiedenen Güterbündeln  $x^{(i)}$  entscheidet, annehmen müssen, ist, dass er Präferenzen (im Sinne einer ordinalen Vergleichbarkeit) in Bezug auf diese Güterbündel hat. Im Folgenden möge das Zeichen „ $\succeq$ “ bedeuten „wird mindestens so geschätzt wie“. Des Weiteren definieren wir „ $\succ$ “ („wird vorgezogen“) und „ $\sim$ “ („wird gleich eingeschätzt wie“) durch:

$$\begin{array}{ll} x^{(1)} \succ x^{(2)} & \text{genau dann, falls nicht gilt: } x^{(2)} \succeq x^{(1)}, \\ x^{(1)} \sim x^{(2)} & \text{genau dann, falls gilt: } x^{(1)} \succeq x^{(2)} \text{ und } x^{(2)} \succeq x^{(1)}. \end{array}$$

Für die Präferenzen formulieren wir die folgenden Bedingungen:

**(A1) Vollständigkeit:** Für je zwei Güterbündel  $x^{(1)}, x^{(2)}$  gilt (mindestens) eine der Beziehungen

$$x^{(1)} \succeq x^{(2)} \text{ oder } x^{(2)} \succeq x^{(1)}.$$

**(A2) Transitivität oder Konsistenz:** Für je drei Güterbündel  $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}$  gilt:

$$\text{Aus: } x^{(1)} \succeq x^{(2)} \text{ und } x^{(2)} \succeq x^{(3)} \text{ folgt: } x^{(1)} \succeq x^{(3)}.$$



Abb. 23 zeigt, dass (A5) für die lexikografische Präferenzordnung nicht erfüllt ist. Die Menge  $\{x' \mid x' \succeq x\}$  für  $x=(2,2)$  ist schraffiert eingezeichnet. Sie besteht aus allen Punkten mit  $x_1 > 2$  ( $x_2$  beliebig) zuzüglich aller Punkte mit  $x_1=2$  und  $x_2 \geq 2$ . (Es fehlt die Strecke von  $(2,0)$  bis unmittelbar vor  $(2,2)$ .) Die Folge  $x^{(i)}=(2+1/i, 1)$ ,  $i=1,2,3,\dots$  konvergiert offensichtlich gegen  $x^*=(2,1)$ . Für alle  $i=1,2,3,\dots$  gilt  $x^{(i)} \succeq x$ , für  $x^*$  hingegen gilt  $x \succ x^*$ .

**Zusammenfassung:** Von den 4 Konzeptionen

- a) Kardinale Nutzenfunktionen
- b) Ordinale Nutzenfunktionen
- c) Indifferenzkurvensysteme
- d) Präferenzordnungen (mit (A1) bis (A5))

sind b) bis d) äquivalent; lediglich die Konzeption der kardinalen Nutzenfunktion erfordert die weitergehende Annahme der Existenz von kardinalen Einheiten, in denen der Nutzen gemessen wird. Das 1. GOSSENSche Gesetz lässt sich nur für kardinale Nutzenfunktionen formulieren.

## 6. Indirekte Nutzenfunktion und Dualität

Die nutzenmaximierenden Verbrauchsmengen eines Haushalts hängen gemäß (30) von den an den Märkten herrschenden Preisen und dem Einkommen des Haushalts ab. Der maximal erreichbare Nutzen lässt sich folglich als durch die Preise und das Einkommen bestimmt ansehen. Diesen Zusammenhang bezeichnet man als *indirekte Nutzenfunktion*  $V(p_1, p_2, e)$ . Im Fall zweier Güter können wir sie unter Verwendung von (29) als

$$u = V(p_1, p_2, e) = f(x_1^*(p_1, p_2, e), x_2^*(p_1, p_2, e)) \quad (55)$$

schreiben. Unter den oben für Nutzenfunktionen gemachten Annahmen wächst der Nutzen streng monoton mit steigendem Einkommen  $e$  (sich parallel nach rechts verschiebenden Bilanzgeraden) und fällt der Nutzen streng monoton mit steigenden Preisen  $p_1$  oder  $p_2$  (sich um einen Ordinatenabschnitt gegen den Ursprung drehenden Bilanzgeraden). Vervielfachen sich Einkommen und Preise mit dem gleichen Faktor  $k$ , so verändern sich gemäß (33) die Verbrauchsmengen und damit der Nutzen nicht, d. h. die indirekte Nutzenfunktion (55) ist homogen vom Grade 0 in Einkommen und Preisen.

Zu dem Nutzenmaximierungsproblem mit Nebenbedingung

$$\text{Max } u = f(x_1, x_2) \quad \text{u. d. R.} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq e \quad (56)$$

lässt sich ein *duales Ausgabenminimierungsproblem* mit Nebenbedingung formulieren: Der Haushalt soll bei den gegebenen Preisen  $p_1$  und  $p_2$  diejenigen Mengen  $x_1, x_2$  wählen, die einen gegebenen Nutzen  $u$  mit den geringstmöglichen Ausgaben  $a$  zu realisieren erlauben:

$$\text{Min } a = p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \text{u. d. R.} \quad f(x_1, x_2) \geq u. \quad (57)$$

Geometrisch sind das Nutzenmaximierungs- und das duale Ausgabenminimierungsproblem in den Abb. 24 gegenübergestellt. Im linken Diagramm ist die Bilanzgerade für ein Einkommen  $e$  gegeben; auf ihr wird aus allen erreichbaren Indifferenzkurven diejenige Kurve gesucht, die den höchstmöglichen Nutzen  $u$  stiftet. Im rechten Diagramm ist die Indifferenzkurve für einen Nutzen  $u$  gegeben; auf ihr wird aus allen erreichbaren Ausgabengeraden diejenige gesucht, die die minimalen Ausgaben  $a$  impliziert.

Ähnlich wie wir als indirekte Nutzenfunktion (55) den maximalen Nutzen in Abhängigkeit von den jeweils gegebenen Preisen und dem gegebenen Einkommen definiert haben, können wir als *Ausgabenfunktion*  $A(p_1, p_2, u)$  die minimalen Ausgaben in Abhängigkeit von jeweils gegebenen Preisen und gegebenem Nutzen anschreiben:

$$a = A(p_1, p_2, u) = p_1 x_1^c(p_1, p_2, u) + p_2 x_2^c(p_1, p_2, u). \quad (58)$$

$x_i^c(p_1, p_2, u)$  bezeichnet dabei die ausgabenminimierenden Konsum- oder Nachfragemengen für  $i = 1, 2$ .  $x_i^c$  wird auch (HICKSSche oder) *kompensierte Nachfrage* genannt, da es die Nachfrage angibt, die unabhängig vom tatsächlichen Einkommen besteht, wenn das Einkommen für gegebene Preise  $p_1, p_2$  jeweils so kompensiert wird, dass das Nutzenniveau  $u$  erreicht wird.

Gemäß Konstruktion sind indirekte Nutzenfunktionen und Ausgabenfunktionen *dual zueinander*, d. h. es gilt

$$A(p_1, p_2, V(p_1, p_2, e)) = e, \quad (59)$$

$$V(p_1, p_2, A(p_1, p_2, u)) = u. \quad (60)$$

(59) ist folgendermaßen zu verstehen: Gegeben seien Preise  $p_1, p_2$  sowie das Einkommen  $e$ . In dieser Situation kann der Haushalt maximal den Nutzen  $u = V(p_1, p_2, e)$  erreichen. Fragt man jetzt nach dem Ausgabenbetrag, der mindestens erforderlich ist, um diesen Nutzen  $u$  zu erreichen, also nach  $A(p_1, p_2, u)$ , so ist das gerade  $e$ . Ganz kurz also: Der minimale Ausgabenbetrag, den man braucht, um

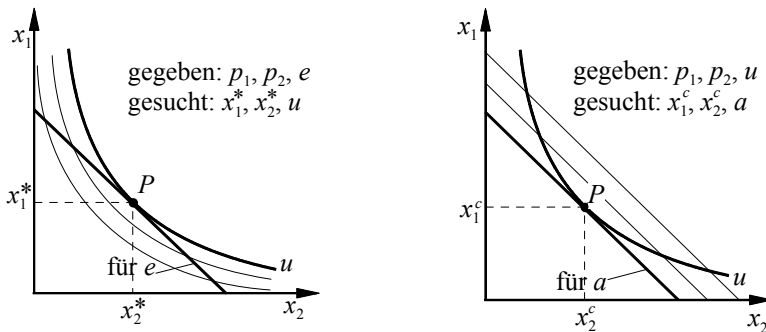


Abb. 24.a/b: Nutzenmaximierung und Ausgabenminimierung

den mit  $e$  maximal realisierbaren Nutzen zu erreichen, ist  $e$ . Entsprechend ist (60) verbal so auszudrücken: Der maximale Nutzen, der mit dem für  $u$  mindestens erforderlichen Ausgabenbetrag zu erreichen ist, ist  $u$ . (59) und (60) lassen sich auch so ausdrücken: Bei gegebenen  $p_1, p_2$  sind die Funktionen  $A$  und  $V$  invers zueinander in den Variablen  $e$  und  $u$ .

Die *allgemeine* (oder *MARSHALL'sche*) Nachfragefunktion  $x_i^*(p_1, p_2, e)$  hängt mit der *kompensierten* (oder *HICKS'schen*) Nachfragefunktion  $x_i^c(p_1, p_2, u)$  folgendermaßen zusammen:

$$x_i^c(p_1, p_2, u) = x_i^*(p_1, p_2, A(p_1, p_2, u)). \quad (61)$$

Differenziert man (61) partiell nach  $p_j$ , so ergibt sich

$$\frac{\partial x_i^c}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i^*}{\partial e} \cdot \frac{\partial A}{\partial p_j}. \quad (62)$$

Für die Ableitung der Ausgabenfunktion  $\partial A / \partial p_j$  in (62) lassen sich folgende ökonomische Überlegungen anstellen, die mathematisch als *SHEPHARD's Lemma* (1970) bekannt sind: Eine Preisänderung  $dp_1$  (die Argumentation für  $dp_2$  ist analog) bewirkt eine Änderung  $dA$  des Ausgabenbetrags, die sich aus zwei Komponenten zusammensetzt:

- (1) der Ausgabenänderung  $x_1^c \cdot dp_1$ , wenn keine Substitution erfolgen würde (direkter Effekt),
- (2) der Ausgabenänderung  $dx_1^c \cdot p_1 + dx_2^c \cdot p_2$ , die durch den Substitutionseffekt der Preisänderung ausgelöst wird (indirekter Effekt).

Insgesamt gilt also

$$dA = x_1^c \cdot dp_1 + (dx_1^c \cdot p_1 + dx_2^c \cdot p_2). \quad (63)$$

Der Ausdruck in Klammern, also der indirekte Effekt, ist jedoch gleich null; denn das Verhältnis  $dx_1/dx_2$ , in dem substituiert wird, entspricht im Optimalpunkt  $(x_1^c, x_2^c)$  gerade dem umgekehrten Preisverhältnis, weil entlang der Indifferenzkurve substituiert wird, die im Optimalpunkt gerade die Steigung  $-p_2/p_1$  hat. Damit gilt  $dA = x_1^c \cdot dp_1$  oder allgemein (SHEPHARD's Lemma):

$$\frac{\partial A}{\partial p_j} = x_j^c (= x_j^*). \quad (64)$$

(62) lässt sich mit (64) jetzt zur sogenannten *SLUTSKY-Gleichung* (1915) umformen:

$$\frac{\partial x_i^c}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i^*}{\partial e} \cdot x_j^* \quad (65)$$

oder

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^c}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i^*}{\partial e} \cdot x_j^*.$$

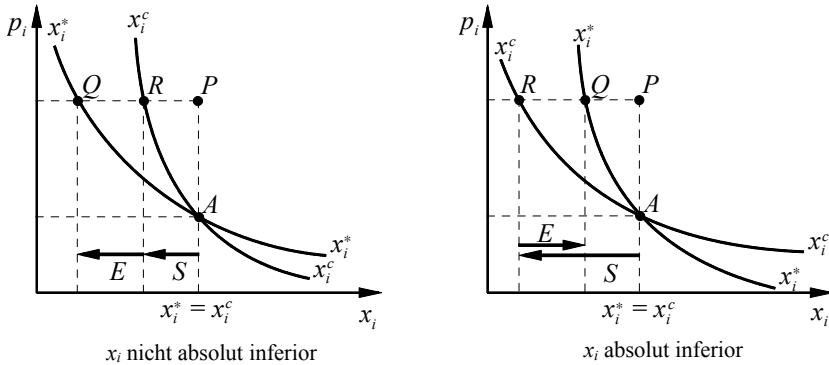


Abb. 25.a/b: HICKSSche ( $x_i^c$ ) und MARSHALLSche ( $x_i^*$ ) Nachfragefunktion

Indem man (65) für  $j=i$  anwendet, erkennt man, dass die Wirkung einer Erhöhung des Preises  $p_i$  auf die MARSHALLSche Nachfragemenge  $x_i^*$  aus zwei Komponenten besteht, dem negativen *Substitutionseffekt*  $\partial x_i^* / \partial p_i$  und dem *Einkommenseffekt*  $-(\partial x_i^* / \partial e) x_i^*$ , der bei einem nicht absolut inferioren Gut  $i$  ( $\partial x_i^* / \partial e > 0$ ) negativ und bei einem absolut inferioren Gut ( $\partial x_i^* / \partial e < 0$ ) positiv ist. Die beiden Komponenten sind in Abb. 25 dargestellt, und zwar (a) für ein nicht absolut inferiores und (b) für ein absolut inferiores Gut. Eine Preiserhöhung  $AP$  bewirkt den in jedem Fall negativen (Rückgang der Menge  $x_i$ ) Substitutionseffekt ( $S$ ) im Umfang von  $PR$ . Der Punkt  $R$  liegt dabei auf der HICKSSchen (oder kompensierten) Nachfragekurve, die stets negative Steigung hat. (a) Für ein nicht absolut inferiores Gut führt der ebenfalls negative Einkommenseffekt ( $E$ ) im Umfang von  $RQ$  dazu, dass die MARSHALLSche (oder normale) Nachfragekurve flacher verläuft als die HICKSSche Kurve. (b) Für ein absolut inferiores Gut führt der positive Einkommenseffekt zu einem steileren Verlauf der MARSHALLSchen Nachfragekurve. Handelt es sich um ein GIFFEN-Gut, ist der Einkommenseffekt so stark positiv, dass er den negativen Substitutionseffekt überwiegt, die Nachfrage also mit steigendem Preis zunimmt (vgl. dazu Abb. 16.b).

In Abschn. 4.c (vgl. (36)) hatten wir (anhand der MARSHALLSchen Kreuznachfragefunktion) definiert, dass Gut  $i$  Bruttosubstitut (-komplement) von Gut  $j$  heißt, falls gilt:

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} > 0 \quad (< 0) . \quad (66)$$

Unter Verwendung der HICKSSchen Kreuznachfragefunktion definiert man entsprechend, dass die Güter  $x_i$  und  $x_j$  Nettosubstitute (-komplemente) heißen, falls gilt:

$$\frac{\partial x_i^c}{\partial p_j} > 0 \quad (< 0) . \quad (67)$$

Gemäß (65) bezieht sich „Brutto/Netto“ auf die Einbeziehung des Einkommenseffekts. Zwei Güter sind *Nettosubstitute*, falls eine Preiserhöhung des einen Gutes *ohne Berücksichtigung des Einkommenseffekts* zu Mehrnachfrage des anderen Gutes führt. Beim Begriff *Bruttosubstitut* geht es dagegen um Mehrnachfrage *unter Berücksichtigung auch des Einkommenseffekts*.

**Symmetrie der Nettosubstitutionalität:** Bzgl. der in (67) vorkommenden HICKSSchen Nachfragefunktionen lässt sich folgende Symmetrie nachweisen (was hier aber nicht abgeleitet wird):

$$\frac{\partial x_i^c}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j^c}{\partial p_i}.$$

Diese Tatsache ermöglicht die Symmetrie der obigen Definition des Nettosubstituts:  $x_i$  ist Nettosubstitut von  $x_j$  genau dann, wenn  $x_j$  Nettosubstitut von  $x_i$  ist. Für die MARSHALLSchen Nachfragefunktionen gilt eine entsprechende Symmetrie i. Allg. nicht (wie man unschwer der SLUTSKY-Gleichung (65) entnimmt). Daher kann es sein, dass Gut  $i$  Bruttosubstitut von Gut  $j$  ist, gleichzeitig (also bei denselben Preisen und demselben Einkommen) aber  $x_j$  Bruttokomplement von  $x_i$ . Man betrachte als Beispiel dazu etwa  $x_j$  = Fleisch und  $x_i$  = Brot (als GIFFEN-Gut).

Die in diesem Abschnitt eingeführten Begriffe und Zusammenhänge seien an folgendem einfachen *Beispiel* einer speziellen Nutzenfunktion verdeutlicht: Das *Maximierungsproblem* sei

$$\text{Max } u = f(x_1, x_2) = x_1 x_2 \quad \text{u. d. R. } p_1 x_1 + p_2 x_2 = e. \quad (68)$$

Aus der LAGRANGE-Funktion

$$L = x_1 x_2 + \lambda(e - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

erhalten wir folgende Bedingungen 1. Ordnung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_1} &= x_2 - \lambda p_1 = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} &= x_1 - \lambda p_2 = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= e - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0. \end{aligned} \quad (69)$$

Die ersten beiden Bedingungen ergeben die Gleichung der Einkommens-Konsum-Kurve,

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{x_1}{x_2} \quad \text{oder} \quad x_1 = \frac{p_2}{p_1} x_2, \quad (70)$$

die, eingesetzt in die dritte Bedingung, die MARSHALLSchen Nachfragefunktionen

$$x_1^* = \frac{e}{2p_1}, \quad x_2^* = \frac{e}{2p_2} \quad (71)$$



liefert. (In der Funktion  $x_1 = x_1^*(p_1, p_2, e)$  besteht also in diesem Beispiel keine Abhängigkeit von  $p_2$ . Entsprechendes gilt für  $x_2^*$ .) Setzen wir diese Nachfragefunktionen in die Nutzenfunktion ein, erhalten wir die *indirekte Nutzenfunktion*

$$u = x_1^* x_2^* = \frac{e^2}{4p_1 p_2} = V(p_1, p_2, e). \quad (72)$$

Das duale Ausgabenminimierungsproblem lautet

$$\text{Min } a = p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \text{u. d. R. } x_1 x_2 = u. \quad (73)$$

Aus der LAGRANGE-Funktion

$$\tilde{L} = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \tilde{\lambda} (u - x_1 x_2) \quad (74)$$

resultieren die Bedingungen 1. Ordnung,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{L}}{\partial x_1} &= p_1 - \tilde{\lambda} x_2 = 0, \\ \frac{\partial \tilde{L}}{\partial x_2} &= p_2 - \tilde{\lambda} x_1 = 0, \\ \frac{\partial \tilde{L}}{\partial \tilde{\lambda}} &= u - x_1 x_2 = 0, \end{aligned} \quad (75)$$

deren erste beiden wieder

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{x_1}{x_2} \quad \text{oder} \quad x_1 = \frac{p_2}{p_1} \cdot x_2 \quad (76)$$

liefern, was, eingesetzt in die dritte Bedingung, zu den *HICKSSchen Nachfragefunktionen* führt:

$$x_1^c = \left( \frac{u \cdot p_2}{p_1} \right)^{1/2}, \quad x_2^c = \left( \frac{u \cdot p_1}{p_2} \right)^{1/2}. \quad (77)$$

Diese Funktionen, eingesetzt in die zu minimierende Funktion (73), ergeben die Ausgabenfunktion:

$$a = p_1 \left( \frac{u \cdot p_2}{p_1} \right)^{1/2} + p_2 \left( \frac{u \cdot p_1}{p_2} \right)^{1/2} = 2(u \cdot p_1 \cdot p_2)^{1/2} = A(p_1, p_2, u). \quad (78)$$

Man verifiziert mit (72) und (78) leicht, dass die Dualitätsbedingungen (59) und (60) gelten.

Die Bedeutung der Dualität von Nutzenmaximierung und Ausgabenminimierung sowie der SLUTSKY-Gleichung als algebraischer Darstellung der früher gegebenen geometrischen Erläuterung des Substitutions- und des Einkommenseffekts einer Preisänderung geht viel weiter als hier ausgeführt. Folgende Hinweise mögen genügen: Die Dualität zeigt, dass die empirische Beobachtung (oder einfache Unterstellung) einer bestimmten Ausgabenfunktion für einen Haushalt über deren Inverse, die indirekte Nutzenfunktion, bereits eine bestimmte Nutzenfunktion des Haushalts impliziert. Die SLUTSKY-Gleichung lässt sich nicht nur für  $\partial x_i / \partial p_i$ , sondern allgemein für  $\partial x_i / \partial p_j$ , für alle  $i, j = 1, \dots, n$ , formulieren, so dass sich aus einer Nutzenfunktion eine Matrix von Substitutionsbeziehungen mit

**Zahlenbeispiel** für die oben untersuchte spezielle Nutzenfunktion:

Für  $p_1 = 10$ ,  $p_2 = 5$ ,  $e = 1000$  gilt:

$$x_1 = x_1^*(p_1, p_2, e) = e/(2p_1) = 50,$$

$$x_2 = x_2^*(p_1, p_2, e) = e/(2p_2) = 100,$$

$$u = V(p_1, p_2, e) = e^2/(4p_1p_2) = 5000,$$

$$x_1 = x_1^c(p_1, p_2, u) = (u \cdot p_2/p_1)^{1/2} = 50,$$

$$x_2 = x_2^c(p_1, p_2, u) = (u \cdot p_1/p_2)^{1/2} = 100.$$

Für eine Änderung von  $p_1$  erhalten wir:

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_1} = -\frac{e}{2p_1^2} = -5 \quad (\text{Gesamteffekt}),$$

$$\frac{\partial x_1^c}{\partial p_1} = -\frac{1}{2p_1} \left( \frac{u \cdot p_2}{p_1} \right)^{1/2} = -2,5 \quad (\text{Substitutionseffekt}),$$

$$-\frac{\partial x_1^*}{\partial e} \cdot x_1^* = -\frac{1}{2p_1} \cdot x_1^* = -2,5 \quad (\text{Einkommenseffekt}).$$

Die SLUTSKY-Gleichung (65) besagt also, dass in der unterstellten Situation der Substitutionseffekt und der Einkommenseffekt jeweils  $-2,5$  sind und daher die MARSHALLSche Reaktion auf eine Preiserhöhung von einer Geldeinheit  $-2,5 + (-2,5) = -5$  beträgt.

bestimmten Eigenschaften ergibt. Wird andererseits ein System von Nachfragefunktionen für den Haushalt empirisch beobachtet oder einfach unterstellt, welchem eine Substitutionsmatrix mit diesen Eigenschaften entspricht, so ist den Nachfragefunktionen eine Nutzenfunktion zugeordnet („Integrierbarkeitsproblem“ der Nachfragetheorie, vgl. VARIAN, 1994, S. 124ff.). Wir kommen in Kap. II.C.7 auf analoge Probleme der Dualität in der Produktions- und Kostentheorie des Unternehmens zurück.

## 7. Ergänzungen

### a. Präferenzen für einzelne und mehrere Personen

In der Regel besteht ein Haushalt aus mehreren Personen. Wir können zunächst nur unterstellen, dass für die einzelne Person ein Indifferenzkurvensystem existiert. Es ergibt sich die Frage, ob auch für den Mehrpersonen-Haushalt ein Indifferenzkurvensystem unterstellt werden kann. Die Frage ist einfach zu beantworten, wenn der Haushalt von einem „Diktator“ regiert wird; denn dann gilt dessen Vor-

stellung über die Bedarfsstruktur des Haushalts, während die Vorstellungen der anderen Haushaltsmitglieder ohne Einfluss auf den optimalen Verbrauchsplan und die Nachfragefunktionen des Haushalts bleiben. Einfach ist die Antwort ferner, wenn alle Mitglieder die gleiche Auffassung über die Bedarfsstruktur des Haushalts haben.

Person	Präferenzordnung	Es gilt mithin
A	$x^{(1)} \succ x^{(2)} \succ x^{(3)}$	$x^{(1)} \succ x^{(3)}$
B	$x^{(2)} \succ x^{(3)} \succ x^{(1)}$	$x^{(2)} \succ x^{(1)}$
C	$x^{(3)} \succ x^{(1)} \succ x^{(2)}$	$x^{(3)} \succ x^{(2)}$

**Tabelle 1: Präferenzordnung von A, B und C**

Schwierig zu lösen ist dagegen der Fall, in dem die Vorstellungen der Mitglieder über die Bedarfsstruktur des Haushalts voneinander abweichen und jedes Mitglied Einfluss auf die Entscheidungen des Haushalts hat. Die Schwierigkeit zeigt sich schon bei der Annahme der Transitivität der Präferenzordnung des Haushalts. Nehmen wir etwa an, der Haushalt umfasse drei Personen A, B und C, die bezüglich von drei Güterkombinationen  $x^{(1)}$ ,  $x^{(2)}$ ,  $x^{(3)}$  die in Tabelle 1 dargestellten (konsistenten) Präferenzordnungen haben. Wird nun versucht, durch demokratische Abstimmung die Präferenzordnung des Haushalts zu bestimmen, so ergeben sich beim Vergleich jeweils zweier Gütermengenkombinationen die in Tabelle 2 dargestellten Präferenzen des Haushalts.

Bei Konsistenz (Transitivität) der (durch Mehrheit gebildeten) Haushaltspräferenzen wäre die dritte Abstimmung gar nicht erforderlich: aus den ersten beiden Abstimmungen ergäbe sich  $x^{(1)} \succ x^{(2)} \succ x^{(3)}$ , also  $x^{(1)} \succ x^{(3)}$ . Tatsächlich ist die mehrheitliche Präferenz aber umgekehrt. Trotz Transitivität der Präferenzordnungen der einzelnen Personen ist die Präferenzordnung dieses demokratischen Haushalts also intransitiv. Das Beispiel stammt von KENNETH ARROW (1963, Kap. 1); man spricht auch vom *CONDORCET-Paradox*, weil CONDORCET das Problem als erster 1785 erkannte. Schon die Annahme der Transitivität der Präferenzordnung (die für die Existenz eines Systems von Indifferenzkurven unentbehrlich ist) erweist sich also für einen Mehrpersonen-Haushalt als problematisch.

Nr.	Zur Abstimmung gestellte Präferenz	dafür stimmt	dagegen stimmt	mehrheitlich gilt
1	$x^{(1)} \succ x^{(2)}$ ?	A, C	B	$x^{(1)} \succ x^{(2)}$
2	$x^{(2)} \succ x^{(3)}$ ?	A, B	C	$x^{(2)} \succ x^{(3)}$
3	$x^{(3)} \succ x^{(1)}$ ?	B, C	A	$x^{(3)} \succ x^{(1)}$

**Tabelle 2: Mehrheitliche Präferenzordnung des Haushalts**

**CONDORCET-Paradox oder Abstimmungsparadox:** Die oben dargestellte paradoxe Situation ist bei Mehrheitsentscheidungen sehr relevant. Stellen wir uns vor, A, B und C seien drei (etwa gleich starke) Fraktionen in einem Parlament, in dem es um drei Entscheidungsalternativen  $x^{(1)}$ ,  $x^{(2)}$  und  $x^{(3)}$  geht. Wird zuerst die Abstimmung Nr. 2 durchgeführt und dann die Abstimmung Nr. 1, so fällt die Entscheidung auf  $x^{(1)}$  (denn:  $x^{(1)} \succ x^{(2)} \succ x^{(3)}$ ). Würde zunächst die Abstimmungsfrage Nr. 3 gestellt und dann Nr. 2, so würde  $x^{(2)}$  als Ergebnis resultieren (denn:  $x^{(2)} \succ x^{(3)} \succ x^{(1)}$ ). Man erkennt, dass das Ergebnis von der Reihenfolge der Abstimmungen abhängt.

### b. Die Bedeutung von Gütereigenschaften

In der unter B.2 eingeführten Nutzenfunktion des Haushalts sind es unmittelbar die Güter, deren Verbrauch dem Haushalt Nutzen stiftet. Nach KELVIN LANCASTER (1971) sollten hingegen die Güter mit ihren *Eigenschaften* (*characteristics*) als Bestimmungsgründe des Nutzens aufgefasst werden. Die Nutzenfunktion lautet dann

$$u = f(z_1, z_2, \dots, z_m) \quad (79)$$

wobei  $z_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  Mengen von Gütereigenschaften sind, wie z. B. Kalorien, Vitamingehalt oder Geschmacksstoffe bei Lebensmitteln. Die Haushalte können sich die Gütereigenschaften nur indirekt, über den Kauf von Gütern, verschaffen. Regelmäßig weist jedes Gut mehrere Eigenschaften auf und kommt jede Eigenschaft in mehreren Gütern vor. Vereinfachend wird im Folgenden angenommen, dass jedes von vier Gütern  $i = 1, 2, 3, 4$  zwei Eigenschaften  $j = 1, 2$  hat, und zwar in konstanter Mengenproportion. D. h. um  $z_{i1}$  Einheiten der ersten Eigenschaft zu erhalten, müssen die Haushalte die Menge  $x_{i1} = a_{i1}z_{i1}$  des Gutes  $i$  kaufen. Entsprechend gilt  $x_{i2} = a_{i2}z_{i2}$ , wobei die Koeffizienten  $a_{ij}$  konstant (unabhängig von den Mengen) sind. Da man mit dem Kauf der Menge  $x_i$  des Gutes stets beide Eigenschaften erwirbt, kann man  $x_{i1} = x_{i2} = x_i$  setzen und erhält für den Eigenschaftsstrahl des  $i$ -ten Gutes die Gleichung:

$$z_{i2} = \frac{a_{i1}}{a_{i2}} \cdot z_{i1} \quad (80)$$

In Abb. 26 erscheinen die Mengen  $z_1$  und  $z_2$  der Gütereigenschaften als Achsen eines Koordinatensystems, und die Steigung eines Ursprungsstrahls  $x_i$  gibt an, in welchem Verhältnis  $z_2/z_1$  die Eigenschaften in dem Gut  $i$  enthalten sind. Auf jedem der Ursprungsstrahlen ist eine Skala der Mengeneinheiten des Gutes  $i$  gegeben. Ein Punkt auf einem Strahl repräsentiert zugleich bestimmte Mengen der beiden Eigenschaften, die an den Ordinaten abzulesen sind, und eine bestimmte Menge des Gutes, die durch die jeweilige Skala bestimmt wird.

Bei gegebenem Einkommen  $e$  und gegebenem Preis  $p_i$  des Gutes  $i$  ist die Menge  $x_i^{\max} = e/p_i$  des Gutes  $x_i$  bestimmt, die ein Haushalt bei Verbrauch nur des

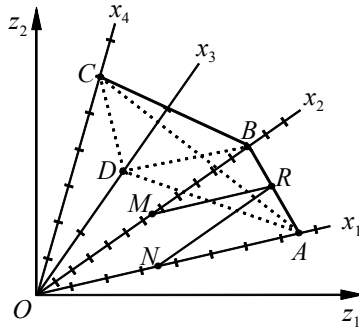


Abb. 26: Konsummöglichkeiten im Gütereigenschaftsdiagramm

Gutes  $i$  kaufen kann, und damit die zugehörigen Mengen an Eigenschaften  $z_1, z_2$ . Diese seien durch die Punkte  $A, B, C, D$  beschrieben. Diese Punkte erfüllen jeweils  $z_{i1} = x_i^{\max}/a_{i1}$  und  $z_{i2} = x_i^{\max}/a_{i2}$ . Die Koordinaten beispielsweise des Punktes  $A$  sind also  $z_1 = z_{11} = (e/p_1)/a_{11}$  und  $z_2 = z_{12} = (e/p_1)/a_{12}$ .

Die Ursprungsstrahlen werden auch als Konsumaktivitäten bezeichnet. Wählt ein Haushalt zur Befriedigung seiner Bedürfnisse an den Eigenschaften  $j = 1, 2$  nur ein Gut, so betreibt er eine *reine Konsumaktivität*, wählt er mehrere Güter, dann spricht man von *gemischter Konsumaktivität*. Der Haushalt ist in der Lage, mit seinem Einkommen bei den gegebenen Preisen durch Mischung der Konsumaktivitäten  $x_1$  und  $x_2$  jeden beliebigen Punkt auf der Verbindungsgeraden  $AB$  zu erreichen, und zwar nach den Vektoradditionsregeln des Kräfteparallelogramms. Die Kombination  $R$  der Eigenschaften 1 und 2 realisiert der Haushalt, wenn er die der Strecke  $ON = MR$  entsprechende Menge des Gutes 1 und die der Strecke  $OM = NR$  entsprechende Menge des Gutes 2 kauft und verbraucht. Ebenso kann der Haushalt jeden Punkt auf den Verbindungsgeraden  $AC, AD, BC, BD$  oder  $CD$  durch Mischung von jeweils zwei Konsumaktivitäten realisieren. Abb. 26 verdeutlicht, dass die reine Konsumaktivität  $x_3$  (Punkt  $D$ ) und ebenso Mischungen  $(x_1, x_3), (x_2, x_3), (x_1, x_4), (x_3, x_4)$  ineffizient sind, denn von jedem Punkt auf den diese Mischungen darstellenden gestrichelten Verbindungsgeraden ist eine Verbesserung der Versorgung des Haushalts möglich. Die reinen Konsumaktivitäten  $x_1, x_2$  und  $x_4$  und Mischungen  $(x_1, x_2), (x_2, x_4)$  sind hingegen effizient. Es ist der Streckenzug  $ABC$ , der den Bereich der realisierbaren Kombinationen von Gütereigenschaften begrenzt. Die die Konsumaktivitäten darstellenden Strahlen haben für alle Haushalte die gleiche Steigung und die gleiche Gütermengenskala. Für zwei Haushalte mit gleichem Einkommen ist der Streckenzug  $ABC$  identisch, für solche mit ungleichem Einkommen verlaufen die beiden Teilstrecken  $AB$  und  $BC$  jeweils parallel.

Steigt (sinkt) der Preis eines Gutes, dann vermindert (erhöht) sich die Menge des Gutes, die ein Haushalt mit seinem Einkommen kaufen kann; entsprechend wandert der Punkt, z. B.  $B$  für Gut 2, auf dem Ursprungsstrahl in Richtung (weg vom) Ursprung. Durch Preiserhöhung kann eine bisher effiziente reine Konsum-

aktivität ineffizient und durch Preissenkung eine bisher ineffiziente Konsumaktivität effizient werden. Aber keinesfalls jede Preisveränderung führt zu einem Austausch effizienter Konsumaktivitäten.

Das geometrische Bild der Nutzenfunktion (79) im Beispiel zweier Güter ist ein Indifferenzkurvensystem im  $(z_1, z_2)$ -Diagramm. Für eine Indifferenzkurve dieses Systems kann wie für die früher erläuterten Indifferenzkurven abnehmende Grenzrate der Substitution, d. h. negative Steigung und Konvexität, unterstellt werden. Der optimale Konsumplan eines Haushalts wird durch den Punkt beschrieben, in dem eine Indifferenzkurve den Streckenzug  $ABC$  berührt. Ist  $A$ ,  $B$  oder  $C$  Berührungspunkt, dann wählt der Haushalt eine reine Konsumaktivität; liegt der Berührungspunkt zwischen  $A$  und  $B$  oder  $B$  und  $C$ , dann wählt er eine aus zwei Gütern bestehende Mischung von Konsumaktivitäten. Das Ergebnis, dass mit  $A$ ,  $B$  oder  $C$  nur jeweils ein Gut zum Verbrauch nachgefragt wird, stellt sich regelmäßig nicht ein, wenn eine größere Zahl von Gütern und Gütereigenschaften in die Analyse einbezogen wird.

Schon das einfache geometrische Beispiel der Abb. 26 zeigt zwei in der Realität zu beobachtende Sachverhalte. Erstens werden manche Güter mangels Effizienz der entsprechenden Konsumaktivität nicht (mehr) nachgefragt. Zweitens reagiert die Nachfrage bei Preiserhöhung für ein Gut anders als in B.4.c beschrieben: Dort dreht sich die Bilanzgerade, und es treten Einkommens- und Substitutionseffekt ein. Auch hier kommt es zu ähnlichen Effekten, jedoch möglicherweise mit unterschiedlicher Stärke. Wird nur ein Gut zum Verbrauch nachgefragt, dann gibt es bei einer Erhöhung dessen Preises (falls es nicht zum Austausch dieser Konsumaktivität kommt) nur einen der verminderten Kaufkraft des Einkommens entsprechenden Einkommenseffekt; aufgrund einer „Substitutionslücke“ entsteht keine Mehrnachfrage nach anderen Gütern. War und bleibt das verteuerte Gut Bestandteil einer Mischung effizienter Konsumaktivitäten, so tritt neben dem Einkommens- ein Substitutionseffekt in einer der früheren Darstellung vergleichbaren Größenordnung auf. Scheidet das verteuerte Gut aus der Mischung effizienter Konsumaktivitäten aus, so erweist sich die Preiserhöhung als Auslöser starker Substitutionsvorgänge.

### **c. Die Bedeutung der Konsumzeit**

Während die ältere Haushaltstheorie davon ausging, dass für den Verbrauch der Güter stets genügend Zeit zur Verfügung steht, machte GARY BECKER (1965) auf die Notwendigkeit aufmerksam, die Konsumzeit in Rechnung zu stellen. Erst durch geeignete Kombinationen von Konsumgütermengen und Konsumzeiten erhält der Haushalt zur Bedürfnisbefriedigung geeignete *Verbrauchsleistungen*  $X_j$ . So erfordert die Befriedigung des Nahrungsbedürfnisses Speisen, Getränke und *Mahlzeit*, die des Reisebedürfnisses Transport- und Unterkunftsleistungen und *Reisezeit*. Eine Nutzenfunktion, die den Nutzen in Abhängigkeit  $m$  solcher Verbrauchsleistungen beschreibt, lautet:

$$u = f(X_1, X_2, \dots, X_m). \quad (81)$$

Im Fall zweier Verbrauchsleistungen lässt sich die Funktion im  $(X_1, X_2)$ -Diagramm durch Indifferenzkurven darstellen. Es gelte wieder das Gesetz der abnehmenden Grenzrate der Substitution. Vereinfachend wird angenommen, dass jeweils die Konsumzeit  $T_{c_j}$  und die Menge  $x_{ij}$  eines Gutes  $i$ , das in die Verbrauchsleistung  $j$  eingeht, proportional zur Verbrauchsleistung  $X_j$  ist:

$$T_{c_j} = t_{c_j} X_j; \quad x_{ij} = a_{ij} X_j; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (82)$$

Die Koeffizienten sind entweder positiv oder gleich null:  $t_{c_j} \geq 0$ ,  $a_{ij} \geq 0$ . Ein Koeffizient von null bedeutet, dass keine Konsumzeit benötigt wird bzw. ein Gut  $i$  in eine Verbrauchsleistung  $j$  nicht eingeht.

Der Haushalt hat nun zwei Restriktionen zu berücksichtigen: Zum einen die Einkommensrestriktion

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} X_j = \sum_{j=1}^m P_j \cdot X_j \leq e, \quad (83)$$

worin  $p_i$  für  $i = 1, 2$  den Preis des Gutes  $i$  und  $P_j = \sum_{i=1}^n p_i a_{ij}$  für  $j = 1, 2$  die Ausgaben für Güter, die jeweils für eine Einheit der Verbrauchsleistung  $j$  notwendig sind, bedeuten. Zum anderen die Konsumzeitrestriktion

$$\sum_{j=1}^m T_{c_j} = \sum_{j=1}^m t_{c_j} \cdot X_j \leq T_c, \quad (84)$$

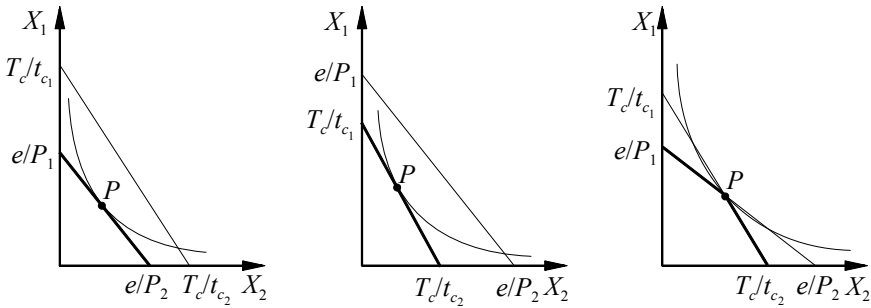
wobei angenommen ist, dass die gesamte Konsumzeit  $T_c$  – und damit auch die gesamte Arbeitszeit – vorgegeben ist.

Unter diesen Nebenbedingungen ist die Nutzenfunktion (81) zu maximieren. Die Nebenbedingung (83) ist derjenigen der herkömmlichen Haushaltstheorie ähnlich (vgl. (20)); ihre geometrische Darstellung für  $m = 2$  im Diagramm der Verbrauchsleistungen  $X_1, X_2$  ist eine Gerade mit den Achsenschnittpunkten  $e/P_1$  und  $e/P_2$  und der Steigung  $dX_1/dX_2 = -P_2/P_1$ . Die Restriktion (84) lässt sich für den Fall zweier Verbrauchsleistungsarten ebenfalls als linear fallende Funktion mit den Achsenschnittpunkten  $T_c/t_{c_1}$  bzw.  $T_c/t_{c_2}$  und der Steigung  $dX_1/dX_2 = -t_{c_2}/t_{c_1}$  darstellen. Realisierbar sind nun nur Verbrauchsleistungskombinationen, die *beiden* Nebenbedingungen genügen, d. h. die links unterhalb beider Geraden liegen. In Abhängigkeit von den Parametern der Restriktionen lassen sich drei Fälle unterscheiden:

(1) Verläuft die zu (84) gehörige Gerade stets rechts oberhalb der Einkommensbedingung (vgl. Abb. 27.a), so muss im Optimum  $P$  gelten

$$\frac{f_1}{P_1} = \frac{f_2}{P_2}. \quad (85)$$

Der Haushalt hat also in diesem Fall Verbrauchsleistungen in solcher Menge zu „erzeugen“, dass der Grenznutzen des Geldes für jede Verbrauchsleistung gleich ist bzw. das 2. GOSSENSche Gesetz erfüllt ist.



**Abb. 27.a/b/c: Optimaler Verbrauchsplan (P) bei Zeit- und Einkommensrestriktion**

(2) Verläuft jedoch die die Zeitrestriktion widerspiegelnde Gerade stets links unterhalb der Einkommensbedingung (vgl. Abb. 27.b), dann herrscht Mangel an Konsumzeit. Die zur Verfügung stehende Zeit muss dann so aufgeteilt werden, dass der aus den Verbrauchsleistungen fließende Nutzen maximiert wird. Das 2. GOSSENSche Gesetz impliziert nun:

$$\frac{f_1}{t_{c_1}} = \frac{f_2}{t_{c_2}}. \quad (86)$$

Die Verbrauchsleistungen sind so zu kombinieren, dass der Grenznutzen pro Zeiteinheit in jeder Verwendung gleich ist.

(3) Es ist auch denkbar, dass sich die beiden Geraden schneiden (vgl. Abb. 27.c). Da jeweils diejenige Restriktion bindend ist, die links unterhalb der anderen verläuft, erhält man eine geknickte Möglichkeitengrenze. Auf welchem Teilstück die optimale Verbrauchsleistungskombination liegt, ob also (85) oder (86) gilt, hängt hier vom genauen Verlauf der Indifferenzkurven ab. Zusätzlich besteht die in Abb. 27.c dargestellte Möglichkeit eines Berührungspunktes im „Knick“. In diesem Spezialfall, der um so eher eintritt, je unterschiedlicher  $P_2/P_1$  und  $t_{c_2}/t_{c_1}$  sind, gilt in der Regel nicht mehr das 2. GOSSENSche Gesetz (in Bezug auf das Einkommen / auf die Zeit). Das Grenznutzenverhältnis liegt jetzt nämlich im geschlossenen Intervall mit den Grenzen  $P_2/P_1$  und  $t_{c_2}/t_{c_1}$ .

Diese Überlegungen zeigen, wie der optimale Konsumplan eines Haushalts zu modifizieren ist, wenn die von STAFFAN LINDER (1971) beschriebene Befürchtung akut wird, in einer entwickelten Volkswirtschaft herrsche Mangel an Konsumzeit. Es muss allerdings betont werden, dass in diesem Abschnitt von einer gegebenen Konsumzeit ausgegangen worden ist. Die Konsumzeitrestriktion lässt sich aber selbstverständlich durch eine Senkung des Arbeitsangebots, das in Abschn. C.1 analysiert wird, lockern.

#### **d. Aggregation von Nachfragekurven der Haushalte**

Wir betrachten nun wieder den Zusammenhang zwischen Preis und Menge eines Gutes, d. h. die Nachfragefunktion schlechthin. Wir wollen die Nachfragefunktio-



nen der einzelnen Haushalte für ein Gut zusammenfassen (*aggregieren*) zu einer Gesamtnachfragefunktion aller Haushalte. Wir argumentieren wieder *ceteris paribus*, d. h. unter der Annahme, dass die übrigen Preise und die individuellen Einkommen der Haushalte konstante Größen sind.

Bei der Aggregation werden die bei jedem gegebenen Preis des Gutes von den einzelnen Haushalten nachgefragten Mengen addiert. Als Beispiel betrachten wir den Fall, dass die Gesamtwirtschaft nur zwei Haushalte umfasst, deren Nachfragefunktionen linear wie in den Abb. 28.a und 28.b dargestellt verlaufen. Bei Preisen, die höher sind als  $\bar{p}$ , fragen beide Haushalte nichts nach. Sinkt der Preis unter  $\bar{p}$ , so tritt Haushalt 1 mit Nachfrage an den Markt. Solange der Preis über  $\bar{p}$  liegt, ist dieser Haushalt einziger Nachfrager. Zwischen  $\bar{p}$  und  $\bar{\bar{p}}$  ist die Summe der nachgefragten Mengen mit  $x^1$ , der Nachfrage des Haushalts 1, identisch, so dass in diesem Preisbereich die Gesamtnachfragekurve mit der des Haushalts 1 übereinstimmt. Sinkt der Preis unter  $\bar{\bar{p}}$ , so kommt zusätzlich Haushalt 2 mit einer Nachfragemenge  $x^2$  an den Markt. Um bei gegebenem Preis  $\tilde{p} < \bar{\bar{p}}$  die Gesamtnachfrage zu ermitteln, sind die zugeordneten beiden Mengen  $x^1$  und  $x^2$  zur Menge  $x$  horizontal zu addieren. Wir erhalten so in Abb. 28.c einen Punkt  $P$  auf der Gesamtnachfragekurve. Genauso verfahren wir bei anderen Preisen zwischen  $\bar{\bar{p}}$  und 0 und ermitteln in dieser Weise alle Punkte auf der Gesamtnachfragekurve. Da die individuellen Kurven im Beispiel linear sind, muss in diesem Preisbereich auch die Gesamtnachfragekurve linear sein. Sie verläuft hier flacher als jede der beiden individuellen Kurven.

Weil die beiden einzelnen Geraden verschiedene Ordinatenabschnitte haben, hat die Gesamtnachfragekurve in Höhe von  $\bar{\bar{p}}$  einen Knick. Betrachtet man statt zwei eine größere Zahl  $n$  von Haushalten mit linearen Nachfragefunktionen, dann gibt es in der Regel nicht nur einen Knick, sondern bis zu  $n - 1$  Knicke in der aggregierten Kurve. Auch bei nicht-linearen individuellen Nachfragekurven ergeben sich i. Allg. Knicke in der Gesamtnachfrage. Wenn der Anteil des einzelnen Haushalts an der Gesamtnachfrage gering ist, wird jedoch der einzelne Knick regelmäßig immer weniger ausgeprägt in Erscheinung treten. Geht man von einer großen Zahl von Haushalten aus, kann man zwar das Vorkommen von Knicken in

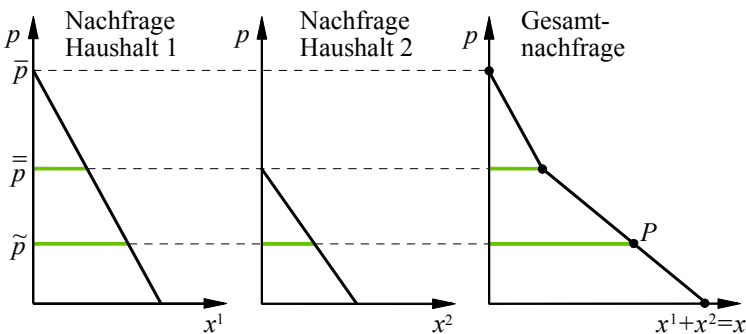


Abb. 28.a/b/c: Horizontale Addition von Nachfragekurven

der Gesamtnachfragekurve nicht ausschließen; es erscheint jedoch nicht allzu restriktiv, die Kurve ohne Knick zu zeichnen, wie es üblicherweise geschieht.

Verändern wir eine der unter der *ceteris-paribus*-Annahme konstant gesetzten Größen auf einen anderen konstanten Wert, dann verschieben sich die individuellen Nachfragekurven und damit auch die gesamtwirtschaftliche Nachfragekurve. Bewirkt etwa ein höherer Preis für ein anderes Gut eine Rechtsverschiebung aller individuellen Kurven, so verschiebt sich auch die aggregierte Kurve nach rechts. Bei Verschiebung der individuellen Kurven in verschiedener Richtung lässt sich die Nettowirkung auf die Gesamtnachfragekurve nicht ohne weiteres angeben.

Zu beachten ist, dass bei der Aggregation sämtliche individuellen Einkommen als konstant vorausgesetzt werden, dass wir mithin von einer *gegebenen Verteilung des Gesamteinkommens* auf die Haushalte ausgehen. Allein durch eine Umverteilung dieses Gesamteinkommens verschiebt sich in der Regel die Gesamtnachfragekurve, da sich die durch die individuellen Einkommensverminderungen bzw. -erhöhungen bewirkten Links- und Rechtsverschiebungen der individuellen Nachfragekurven keineswegs gerade aufheben müssen.

Für die analytische Aggregation von Nachfragefunktionen hat man diese stets zunächst nach den Mengen aufzulösen und erst dann zu addieren. Sind etwa

$$\begin{aligned} p &= -a^1 x^1 + b^1 \\ p &= -a^2 x^2 + b^2 \end{aligned} \quad \text{mit } a^1, a^2, b^1, b^2 > 0 \text{ und } b^1 > b^2 \quad (87)$$

die linearen Nachfragefunktionen der Haushalte 1 und 2, dann gilt für  $b^1 \geq p > b^2$  die Funktion des Haushalts 1 als Gesamtnachfragefunktion. In Höhe von  $b^2$  entsteht ein Knick. Für den Bereich  $b^2 \geq p \geq 0$  ermitteln wir die Gesamtnachfragefunktion, indem wir die beiden individuellen Funktionen nach den Mengen auflösen und diese dann addieren:

$$\begin{aligned} x^1 &= -\frac{1}{a^1} p + \frac{b^1}{a^1}, \quad x^2 = -\frac{1}{a^2} p + \frac{b^2}{a^2}, \\ x &= x^1 + x^2 = -\left(\frac{1}{a^1} + \frac{1}{a^2}\right) p + \frac{b^1}{a^1} + \frac{b^2}{a^2}. \end{aligned} \quad (88)$$

Gelten als anderes Beispiel für die beiden Haushalte die nicht-linearen Nachfragekurven (ohne Achsenschnittpunkte)

$$p = \frac{a^1}{x^1} \quad \text{und} \quad p = \frac{a^2}{x^2} \quad \text{mit } a^1, a^2 > 0, \quad (89)$$

dann folgt

$$x^1 = \frac{a^1}{p} \quad \text{und} \quad x^2 = \frac{a^2}{p} \quad (90)$$

und damit für alle  $p$

$$x = x^1 + x^2 = \frac{a^1 + a^2}{p}. \quad (91)$$

### e. Nachfrageinterdependenzen

Bisher gingen wir davon aus, dass jeder Haushalt eine unabhängige Wirtschaftseinheit in dem Sinne ist, dass sein Nutzen nur von den von ihm konsumierten Gütermengen abhängt, nicht von den Konsummengen oder dem Einkommen anderer Haushalte. Das entspricht sicher nicht den Tatsachen, denn wir lassen damit wirtschaftlich relevante Auswirkungen von zwischenmenschlichen Beziehungen unberücksichtigt, welche die Soziologie untersucht. Der Nutzen des Haushalts und damit seine Nachfrage sind zweifellos auch abhängig von der Nachfrage anderer Haushalte; es besteht eine Interdependenz der Konsumentscheidungen der verschiedenen Haushalte. Die von den Konsumentscheidungen anderer Haushalte ausgehenden Einflüsse bezeichnet man als *externe Konsum- oder Nachfrageeffekte*. Auf die allgemeine Problematik externer Effekte gehen wir in den Kapiteln III.B.6 und VI.F ein. Im Folgenden werden die Wirkungen dreier spezieller externer Effekte auf das Indifferenzkurvensystem im Gütermengendiagramm eines Haushalts sowie auf die Nachfragefunktionen untersucht. Nach HARVEY LEIBENSTEIN (1966) kann man unterscheiden:

(1) *Mitläufereffekt (band wagon effect)*: Der Haushalt schätzt ein Gut höher ein und fragt mehr davon nach, wenn auch andere Haushalte das Gut konsumieren. Seine Indifferenzkurven verschieben sich also mit der Folge einer *ceteris-paribus*-Bevorzugung des betrachteten Gutes, wenn – je nach Sachlage – entweder die vermutete Gesamtnachfragemenge, die vermutete Nachfragemenge einzelner anderer Haushalte (z. B. der Nachbarn) oder die vermutete Zahl von Konsumenten des Gutes zunimmt. In diesem Effekt kommt der Wunsch zum Ausdruck, mit dem Kauf des Gutes es jener Gruppe von Leuten gleichzutun, zu der man gezählt werden will. Hierdurch lassen sich z. B. wesentliche Aspekte des Verhaltens nach der herrschenden Mode erklären.

(2) *Snobeffekt*: Ein Haushalt schätzt ein Gut weniger hoch ein und senkt seine Nachfrage, wenn andere Haushalte das Gut konsumieren bzw. verstärkt konsumieren. Seine Indifferenzkurven verschieben sich gegenläufig zum Fall (1). In diesem Effekt drückt sich das Streben nach Exklusivität, nach Abhebung von der breiten Masse aus.

(3) *VEBLEN-Effekt (Prestigeeffekt)*: Ein Haushalt misst einem Gut um so höheren Nutzen bei, je höher der Preis des Gutes ist, den Nicht-Käufer vermuten. Diese Erscheinung spielt in der Theorie von VEBLEN (1924) eine Rolle, nach der in einer Gesellschaft, die den sozialen Rang nach dem Reichtum bemisst, der Reiche in demonstrativem Müßiggang leben und auffälligen Konsum (*conspicuous consumption*) ausüben muss.

Wir betrachten im Folgenden zur Veranschaulichung nur zwei Haushalte,  $i=1,2$ , die zwei Güter,  $j=1,2$ , nachfragen. Das Verhalten jedes Haushalts richtet sich nach der vermuteten Gesamtnachfragemenge oder dem vermuteten Preis. Im Falle von nur zwei Haushalten hängt diese vermutete Größe natürlich wesentlich vom Verhalten des betrachteten Haushalts selbst ab. Bei einer sehr großen Zahl von (kleinen) Nachfragern, die wir der Annahme der Mengenanpassung entspre-

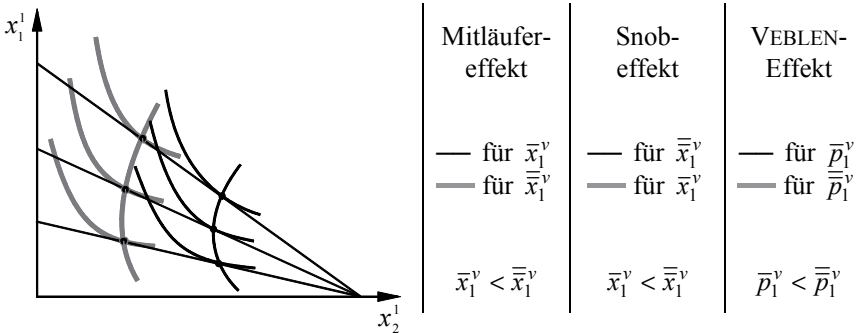


Abb. 29: Indifferenzkurvensysteme bei externen Effekten

chend eigentlich zu unterstellen hätten, wäre das hingegen nicht der Fall. Wir wollen hier vereinfachend von der Abhängigkeit der vermuteten Gesamtgröße vom eigenen Verhalten abstrahieren. Das gibt uns die Berechtigung, Indifferenzkurven und einzelwirtschaftliche Nachfragekurven z. B. jeweils für eine gegebene konstante vermutete Gesamtnachfragemenge eines Gutes zu zeichnen, obgleich die Indifferenzkurven bzw. die einzelwirtschaftlichen Nachfragekurven für variable Konsum- bzw. Nachfragemenge des einzelnen Haushalts gelten.

Bei der Untersuchung des *Mitläufereffekts* unterstellen wir, dass sich beide Haushalte bezüglich des Gutes 1 als Mitläufer verhalten: Die Nachfrage des Haushalts  $i$  nach Gut 1,  $x_1^i$ , hängt von der vermuteten Gesamtnachfragemenge  $x_1^v$  ab. Wir veranschaulichen die Situation am Beispiel des Haushalts 1. Gelten in Abb. 29 die schwarzen Indifferenzkurven für eine vermutete Gesamtnachfragemenge  $\bar{x}_1^v$  und die grauen für eine größere vermutete Gesamtnachfragemenge  $\bar{\bar{x}}_1^v$ , so erhalten wir zwei Preis-Konsum-Kurven, die zeigen, dass der Haushalt bei der größeren Menge  $\bar{\bar{x}}_1^v$  bei jedem Preis  $p_1$  mehr vom Gut 1 nachfragt als bei der kleineren Menge  $\bar{x}_1^v$ . In die allgemeine Nachfragefunktion des Haushalts haben wir jetzt auch die vermutete Gesamtmenge  $x_1^v$  aufzunehmen:

$$x_1^1 = x_1^1(p_1, p_2, e^1, x_1^v). \quad (92)$$

Wenn wir den Zusammenhang zwischen  $p_1$  und  $x_1^1$  untersuchen, argumentieren wir unter der *ceteris-paribus*-Annahme, die hier bedeutet, dass wir nicht nur konstante Größen  $\bar{p}_2$  und  $\bar{e}^1$  voraussetzen, sondern auch die vermutete Gesamtnachfragemenge auf einen konstanten gegebenen Wert, z. B.  $\bar{x}_1^v$ , fixieren. Vergrößert sich die vermutete Gesamtnachfragemenge auf  $\bar{\bar{x}}_1^v$ , dann verschiebt sich die Nachfragekurve wegen des Mitläufereffekts nach rechts.

In Abb. 30.a und 30.b sind die Nachfragekurven beider Haushalte für drei jeweils konstante Gesamtnachfragemengen  $\bar{x}_1^v < \bar{\bar{x}}_1^v < \bar{\bar{\bar{x}}}_1^v$  dargestellt. Wir können nun die Nachfragekurven der beiden Haushalte, die den gleichen Index, z. B.  $\bar{x}_1^v$ , tragen, horizontal addieren und gelangen so zu der Kurve mit dem Index  $\bar{x}_1^v$  in Abb. 30.c. Unter der Annahme, dass auf Dauer die vermutete gleich der tatsächli-

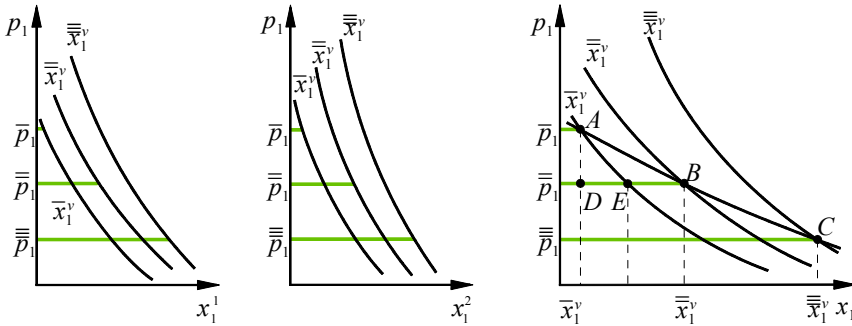


Abb. 30.a/b/c: Aggregation von Nachfragekurven (a, b zu c) beim Mitläufereffekt

chen Gesamtnachfrage sein muss, kann längerfristig nur ein Punkt auf dieser Kurve gelten. Dies ist der Punkt A, bei dem die vermutete Menge  $\bar{x}_1^v$  der tatsächlichen, auf der Abszisse abzulesenden Menge entspricht. Ganz analog kommen auf den Gesamtnachfragekurven, die durch Horizontaladdition der individuellen Kurven mit den Indizes  $\bar{x}_1^v$  bzw.  $\bar{x}_1^v$  entstehen, nur die Punkte B bzw. C in Frage. Wir können nun die Punkte A, B und C durch eine Kurve verbinden und erhalten so die Gesamtnachfragekurve unter Berücksichtigung des Mitläufereffekts. Sie muss flacher verlaufen als die Kurven, die diesen Effekt nicht einbeziehen, weil bei einer Preissenkung aus den früher angeführten Gründen mehr nachgefragt wird, und eben diese Mehrnachfrage noch einmal zu einer Zusatznachfrage der Haushalte führt. Die gesamte Mehrnachfrage aufgrund einer Preissenkung von  $\bar{p}_1$  auf  $\bar{p}_1$  beträgt DB und kann aufgeteilt werden in den *Preiseffekt* DE und den *Mitläufereffekt* EB.

Beim *Snobeffekt* reduziert sich die Nachfrage eines Haushalts mit zunehmender Gesamtnachfragemenge. In Abb. 29 können wir jetzt die gestrichelten Kurven für die kleinere Menge  $\bar{x}_1^v$ , die durchgezogenen für die größere Menge  $\bar{x}_1^v$  gelten lassen. In der allgemeinen Nachfragefunktion kommt auch hier die vermutete Gesamtmenge  $x_1^v$  vor, jedoch bewirkt jetzt eine Erhöhung dieser Menge *ceteris paribus* eine Verminderung der Haushaltsnachfrage  $x_1^1$ , so dass sich im  $(p_1, x_1^1)$ -Diagramm die Nachfragekurve bei größeren vermuteten Nachfragemengen nach links verschiebt.

Stellen wir in Abb. 31.a und 31.b die Nachfragekurven für die beiden Haushalte wieder für jeweils gegebene Gesamtmengen  $\bar{x}_1^v < \bar{x}_1^v < \bar{x}_1^v$  dar und addieren Kurven mit gleichem Mengenindex horizontal, so erhalten wir die Kurven in Abb. 31.c. Nur die Punkte A, B und C können längerfristig gelten, und wir erhalten durch Verbindung dieser Punkte die Gesamtnachfragekurve unter Berücksichtigung des Snobeffekts. Diese Kurve verläuft steiler als die Kurven, die diesen Effekt nicht beachten, weil die bei einer Preissenkung auftretende Mehrnachfrage die Haushalte zu einer Nachfrageeinschränkung veranlasst. Die Mehrnachfrage bei einer Preissenkung von  $\bar{p}_1$  auf  $\bar{p}_1$  beträgt DB und ergibt sich als Saldo aus dem *Preiseffekt* DE und dem *Snobeffekt* EB. (Im Allgemeinen, also bei mehr als zwei

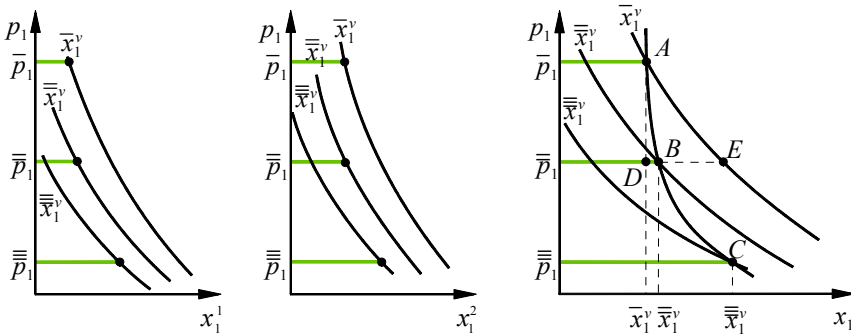


Abb. 31.a/b/c: Aggregation von Nachfragekurven (a, b zu c) beim Snobeffekt

Nachfragern, ist denkbar, dass bei wachsender Gesamtmenge besonders ausgeprägte Snobs den Markt verlassen, obgleich das Gut billiger wird. Für diese Gesamtmenge ist dann eine entsprechend verminderte Zahl von individuellen Nachfragekurven horizontal zu addieren.)

Beim *VEBLEN-Effekt* hängt der Nutzen eines Gutes von dem von Nicht-Käufern vermuteten Preis des Gutes ab, und zwar so, dass mit steigendem vermuteten Preis die nachgefragte Menge zunimmt. Während wir bisher Indifferenzkurven völlig unabhängig von den Preisen zeichnen, haben wir hier zu berücksichtigen, dass für alternative vermutete Preise  $p_1^v$  des *VEBLEN*-Gutes 1 auch alternative Indifferenzkurvensysteme zutreffen. In Abb. 29 haben wir daher jetzt die unterschiedlichen Indifferenzkurvensysteme unterschiedlichen vermuteten Preisen  $p_1^v$  zuzuordnen. Für Haushalt 1 erhalten wir für jeden vermuteten Preis  $p_1^v$  eine Preis-Konsum-Kurve im  $(x_1^1, x_2^1)$ -Diagramm und eine Nachfragekurve im  $(p_1, x_1^1)$ -Diagramm.

In Abb. 32.a und 32.b sind die Nachfragekurven beider Haushalte für drei vermutete Preise eingezeichnet, wobei  $\bar{\bar{p}}_1^v > \bar{p}_1^v > \underline{p}_1^v$ . Je höher der vermutete Preis, desto weiter vom Ursprung entfernt ist die Nachfragekurve. Die gesamtwirtschaftliche Nachfragekurve für einen vermuteten Preis erhalten wir in Abb. 32.c durch Horizontaladdition der entsprechenden individuellen Nachfragekurven. Nun kann sich längerfristig eine Differenz zwischen tatsächlichem und vermutetem Preis nicht ergeben. Tatsächlicher und vermuteter Preis stimmen nur in den Punkten A, B und C überein. Längerfristig wird sich also immer eine Situation einstellen, die durch einen Punkt auf der durch A, B und C verlaufenden Kurve gekennzeichnet ist, die die Nachfragekurve unter Berücksichtigung des *VEBLEN*-Verhaltens darstellt. Kurzfristig sind dagegen Abweichungen zwischen vermutetem Preis der Nicht-Käufer und tatsächlichem Preis möglich. Geht der tatsächliche Preis z. B. von  $\bar{\bar{p}}_1^v$  auf  $\bar{p}_1^v$  zurück und die Nicht-Käufer vermuten zunächst noch den alten Preis  $\bar{\bar{p}}_1^v$ , so wird die Menge DE zusätzlich nachgefragt. Mit dem Sinken des vermuteten Preises auf den tatsächlichen Preis erlangt die Kurve mit dem Index  $\bar{p}_1^v$  Geltung, d. h. die Nachfrage geht um AE zurück. Die Gesamtwirkung AD auf die

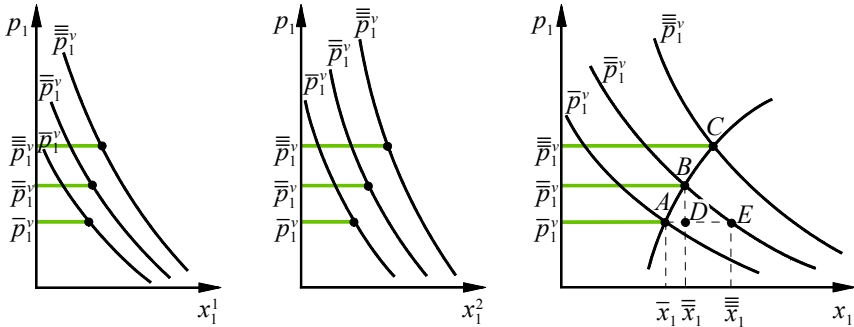


Abb. 32.a/b/c: Aggregation von Nachfragekurven (a, b zu c) beim Prestigeeffekt

Nachfragemenge ergibt sich als Saldo aus dem positiven *Preiseffekt*  $DE$  und dem negativen *VEBLEN-Effekt*  $AE$ . Der Gesamteffekt ist in unserem Zeichenbeispiel negativ und bewirkt einen atypischen Verlauf der Nachfragekurve durch  $A, B, C$ . Zwingend ist der atypische Verlauf allerdings nicht. Verlaufen die für bestimmte vermutete Preise geltenden Nachfragekurven vergleichsweise flach und nahe beisammen, so ist der Preiseffekt groß, der *VEBLEN-Effekt* klein, der Gesamteffekt mithin positiv, und die Punkte  $A, B, C$  liegen auf einer typisch verlaufenden Nachfragekurve. Am plausibelsten erscheint eine Kurve, die nur in einem mittleren Bereich atypisch verläuft: Bei niedrigem Preis ist das Gut nicht für auffälligen Konsum geeignet, der *VEBLEN-Effekt* mithin zu vernachlässigen. In einem höheren Preisbereich tritt dagegen dieser Effekt in solcher Stärke auf, dass er den Preiseffekt übertrifft. Bei extrem hohen Preisen kann man sich dagegen immer weniger ein Verhalten nach *VEBLEN* erlauben.

Mitläufer-, Snob- und *VEBLEN*-Verhalten wurden hier für die Gesamtheit der Haushalte, deren Zahl in unserem Beispiel zwei betrug, unterstellt. Natürlich wäre es möglich, im allgemeinen Fall vieler Haushalte nur für einen Teil der Haushalte ein solches Verhalten anzunehmen. Die Ergebnisse gelten dann in entsprechend abgeschwächter Form.

#### f. Die Problematik der Konsumentensouveränität und des rationalen Verhaltens

In der Einführung A zu diesem Kapitel erläuterten wir, dass die Haushaltstheorie von Konsumentensouveränität in dem (engeren) Sinne ausgeht, der Haushalt könne im Rahmen der ihm zur Verfügung stehenden Mittel gemäß seiner Präferenzstruktur frei über den Kauf von Gütern entscheiden, und dass diese Theorie rationales Handeln im Sinne der Nutzenmaximierung unterstellt. In diesem Abschnitt soll die Frage nach der Berechtigung dieser Grundannahmen kurz diskutiert werden, wobei wir uns wieder auf die über Märkte von privaten Unternehmen bereitgestellten Individualgüter beschränken, damit also die über den Staatshaushalt finanzierten Kollektivgüter und meritorischen Güter ausklammern.

Die *Konsumentensouveränität* ist erstens dann verletzt, wenn der Haushalt gemäß seiner die Präferenzstruktur ausdrückenden Nutzenfunktion zu einem bestimmten am Markt herrschenden Preis eine im Rahmen seines optimalen Konsumplans ermittelte Menge eines privaten Gutes kaufen möchte, er diese Menge jedoch nicht erhält. Der Grund dafür könnte in einer *Mengenrationierung* liegen, die dadurch bedingt ist, dass zu dem betreffenden Preis die Gesamtnachfrage nach dem Gut das Angebot an dem Gut übertrifft. Handelt es sich um einen staatlich festgesetzten Höchstpreis, so wird die Mengenrationierung häufig mittels Bezugs-scheinen durchgeführt. Andernfalls bilden sich Warteschlangen oder diskriminierende Zuteilungsverfahren („gute Beziehungen“, Korruption) heraus. Probleme einer Mengenrationierung und Warteschlangenbildung spielen auch in neueren theoretischen Ansätzen eine Rolle, die grundsätzlich freie Preisbildungsprozesse untersuchen; auf diese gehen wir in Kap. VI.C ein. Sie sind grundsätzlich anderer Natur und richten sich nicht gegen die Entscheidungsfreiheit des Konsumenten.

Eine Verletzung der Konsumentensouveränität könnte zweitens darin gesehen werden, dass die Präferenzstruktur des Haushalts durch Einflüsse „von außen“ gelenkt wird, der Haushalt also nicht nach seiner originären, sondern nach einer manipulierten Präferenzstruktur nur scheinbar frei entscheidet. Die im vorigen Abschnitt erläuterte Abhängigkeit eines Haushalts von der Nachfrage anderer Haushalte könnte als ein solcher Einfluss gedeutet werden, allerdings als nicht ausdrücklich beabsichtigter. Vor allem ist hier freilich an die ganz beabsichtigte Einflussnahme der Anbieter von Konsumgütern auf die Präferenzstruktur der Haushalte durch Einsatz des „absatzpolitischen Instrumentariums“, insbesondere der *Werbung*, zu denken. Werbekosten – oder allgemeiner: Verkaufskosten (*selling costs*), die auch Kosten der Produktvariation durch ansprechende Verpackung usw. einschließen – sind ganz speziell Aufwendungen mit dem Zweck, die Nachfrage nach dem Erzeugnis zu vergrößern, d. h. die Nachfragekurve, der sich ein Anbieter gegenüber sieht, nach rechts zu verschieben. Im Fall der Werbung für Konsumgüter kommt diese Verschiebung über eine Beeinflussung der Nutzenfunktionen bzw. der Indifferenzkurven zustande, weshalb die Werbemittel auch als die „geheimen Verführer“ (VANCE PACKARD, 1958) bezeichnet wurden. Eine extrem kritische Einstellung zur These der Konsumentensouveränität ist bei HERBERT MARCUSE (1967) zu finden, nach dem in den hochentwickelten Überflussgesellschaften die „wahren Bedürfnisse“ der Haushalte längst befriedigt sind und die Reklame die Aufgabe hat, durch Weckung künstlicher, daher „fälscher“ Bedürfnisse das Weiterfunktionieren dieser Volkswirtschaften zu sichern. Auch KENNETH GALBRAITH (1958) behauptet, alle dringenden Bedürfnisse der Haushalte seien befriedigt, und die Anbieter müssten die Bedürfnisse, die durch die von ihnen angebotenen Güter befriedigt werden sollen, erst künstlich durch moderne Verkaufstechnik, vor allem durch Werbung, schaffen. Dass die Anbieter auf Schaffung von Nachfrage, beispielsweise auch für neue Güter, und auf Erhaltung von Nachfrage, auch im Interesse von Kapazitätsauslastung und Beschäftigung, angewiesen sind und in diesem Zusammenhang auf die Präferenzstruktur der Haushalte einzuwirken versuchen, ist unbestreitbar. Ein Teil der Werbung, insbe-



sondere die für neue Güter, ist als *Informationsaktivität* zu sehen und spielt in dieser Eigenschaft in der in Kap. VI.C zu erörternden *Neuen Mikroökonomik* eine Rolle. Hier ist hervorzuheben, dass informierende Werbung nicht als Schaffung künstlicher Bedürfnisse zu sehen ist, sondern unter dem Gesichtspunkt, dass sie dem Konsumenten die Möglichkeit vermittelt, vorhandene latente Bedürfnisse in das Bewusstsein zu rücken und/oder eine grobe Struktur von Bedürfnissen auszu-differenzieren und damit den Spielraum für souveräne Konsumententscheidungen zu erweitern.

Über den Einfluss des anderen, über die Information hinausgehenden, *in praxi* freilich nur schwer abtrennbaren Teils der Werbung gehen die Meinungen auseinander. Zwar wird nicht bezweifelt, dass einzelne Anbieter eines Gutes durch Werbung ihren Absatz oder ihren Anteil am gesamten Absatz erhöhen können. Fraglich ist jedoch, in welchem Ausmaß dies auf Kosten anderer Anbieter des gleichen Gutes oder ähnlicher Güter geschieht, mithin eine *kompensatorische*, d. h. sich gegenseitig aufhebende *Wirkung von Werbemaßnahmen* vorliegt. Eine Kompensation könnte sowohl in Bezug auf einen einzelnen Haushalt als auch in Bezug auf die Gesamtheit der Haushalte gegeben sein. Ist nun, soweit beim einzelnen Haushalt keine Kompensation eintritt, sein Indifferenzkurvensystem also von der Werbung mitgeprägt ist, zweifelsfrei von einer Aufhebung der Konsumentensouveränität zu sprechen? Bedürfnisse, selbst wenn ganz durch Nachfrageinterdependenzen oder durch Werbung geschaffen, müssen vom Haushalt keineswegs weniger dringlich als andere, originäre Bedürfnisse empfunden werden. Sind sie einmal vorhanden, dann entscheidet der Haushalt, wenn er sie befriedigt, souverän. Nicht ihre Befriedigung, sondern ein Verbot ihrer Befriedigung müsste als eine Einschränkung der Konsumentensouveränität eingestuft werden. Selbstverständlich bleibt es Beobachtern, die die soziale Bestimmtheit oder Werbeabhängigkeit der Nachfrage eines Haushalts durchschauen, unbenommen, den Haushalt selbst oder die Öffentlichkeit auf diesen Sachverhalt hinzuweisen. Geht es beispielsweise um gesundheitsschädigende Güter, an deren Konsum sich Folgen für die staatliche Bereitstellung von Gütern (Gesundheitsfürsorge, Wohlfahrtseinrichtungen) knüpfen, dann ist das Problem der Konsumentensouveränität nicht mehr unabhängig von der Finanzierung des Staatsbudgets zu sehen.

Unter *Rationalität* des Haushalts ist die Maximierung des Nutzens bei gegebenem Einkommen zu verstehen. Der Rationalitätsbegriff ist allerdings weiter zu fassen, wenn neben der Haushaltsnachfrage auch das optimale Haushaltsangebot und die Einkommensbestimmung behandelt werden. Zweifel an der so formulierten Annahme rationalen Verhaltens könnten erstens am Indifferenzkurvensystem ansetzen. Der Hinweis auf dessen durch Nachfrageinterdependenzen und Werbung beeinflusste Struktur bildet allerdings keinen stichhaltigen Einwand gegen die Möglichkeit rationalen Verhaltens, wenn auch einem Beobachter, der diese Einflüsse durchschaut und der selbst eine andere Nutzenfunktion hat, das Verhalten des Haushalts als sehr unvernünftig erscheinen mag. Hingegen stellt sich die Frage, ob die mit einer Nutzenfunktion unterstellte und auch bei der axiomatischen Konstruktion von Indifferenzkurven benötigte Annahme der Konsistenz

stets zutrifft. Angenommen, ein Haushalt wählt bei gleichem Einkommen in kurz aufeinander folgenden Situationen (bei gleichen Preisen) verschiedene Verbrauchsmengenkombinationen auf der Bilanzgeraden. Man kann zwar nicht ausschließen, dass in jeder der Situationen ein anderes konsistentes Indifferenzkurvensystem gilt und der Haushalt mit seiner unterschiedlichen Wahl seinen jeweiligen Nutzen maximiert. Müsste mit kurzfristigen Veränderungen der Präferenzstruktur gerechnet werden, so wäre die Behauptung, der Haushalt habe jeweils ein konsistentes Indifferenzkurvensystem und wähle stets die nutzenmaximierende Kombination, niemals falsifizierbar. Zwar ändert sich die Bedürfnislage des Haushalts beispielsweise hinsichtlich Nahrung im Rhythmus der Mahlzeiten; nichtsdestoweniger muss die Theorie der Haushaltsnachfrage mit einer „durchschnittlichen“ Bedürfnisstruktur und damit einem „durchschnittlichen“ Indifferenzkurvensystem für einen etwa der Einkommenszahlungsperiode entsprechenden Zeitraum, zumindest mit einem Tag oder einer Woche, argumentieren. Wählt der Haushalt etwa im Ablauf mehrerer aufeinander folgender Wochen bei gleichem Einkommen stets andere Verbrauchsmengenkombinationen, so ist zu vermuten, dass er nicht in der Lage ist, gemäß einem konsistenten Indifferenzkurvensystem rational handelnd seinen Nutzen zu maximieren. Sein Indifferenzkurvensystem mag nur bruchstückhaft ausgebildet sein, Indifferenzkurven können sich schneiden.

Zweifel an der Annahme rationalen Verhaltens in der Form der Nutzenmaximierung bei gegebenem Einkommen könnten zweitens bei der Frage der Information ansetzen. Mit der Nutzenfunktion wird stets vorausgesetzt, dass der Haushalt kostenfrei über alle relevanten Güter und deren Eignung, ihm Nutzen zu stiften, informiert ist (dabei ist es gleichgültig, ob die Gütermengen selbst oder, wie im LANCASTER-Ansatz B.7.c, die Mengen ihrer Eigenschaften als Bestimmungsgründe des Nutzens angesehen werden). Er hat Sicherheit, dass die Entscheidung für den Kauf der Mengenkombination gemäß dem optimalen Verbrauchsplan ihm höheren Nutzen verschafft als die Entscheidung für jede andere Kombination. Es handelt sich um eine *Entscheidung bei vollständiger Information* über das Entscheidungsergebnis, um eine *Entscheidung unter Sicherheit*.

### **g. Unvollständige Information**

Viele Entscheidungen des Haushalts werden in Wirklichkeit bei *unvollständiger Information* gefällt. Unvollständige Information kann sich darauf beziehen, dass dem Haushalt nicht alle Entscheidungsalternativen, nicht alle Eigenschaften der zu kaufenden Güter (Qualität, Reparaturanfälligkeit), nicht die günstigsten Bezugsquellen o. ä. bekannt sind. Häufig lässt sich bei unvollständiger Information durch geeignete Informationsaktivitäten der Informationsstand verbessern. Die Informationsbeschaffung könnte beispielsweise dadurch erfolgen, dass sich der Haushalt für die einzelnen Güter jeweils einen Marktüberblick aneignet. Die mit der Informationsbeschaffung verbundenen *Informationskosten* können aus dem Verzicht auf den Kauf gewisser Gütermengen oder, wenn sich der Haushalt den

Marktüberblick durch zeitaufwendiges Aufsuchen von Bezugsquellen verschafft, aus Verzicht auf Freizeit oder Zeit zum Einkommenserwerb bestehen; sie implizieren auf jeden Fall eine Nutzeneinbuße. Jede zusätzliche Verbesserung des Informationsstandes kann mit erheblichen und steigenden Kosten einhergehen. Es lohnt sich für den Haushalt offensichtlich, den Informationsstand nur so weit zu verbessern, als die aus zusätzlicher Information erwartete Nutzensteigerung die Nutzeneinbuße aufgrund der Informationskosten übertrifft.

Generell lässt sich sagen, dass Informationen die Grundlagen rationalen Verhaltens im Sinne der Maximierung einer Nutzenfunktion verbessern und *Informationsaktivitäten in den Begriff rationalen Verhaltens einbezogen* werden sollten. Es gibt allerdings Unsicherheit über die Zukunft, die sich gewissermaßen ihrer Natur nach nicht beseitigen lässt. Und auch wenn durch Informationsaktivitäten Unsicherheit reduziert werden könnte, verhindern die Kosten solcher Aktivitäten, dass es sich lohnt, den denkbar besten Informationsstand anzustreben.

Angesichts der *Kosten einer Reduzierung unvollständiger Information* ist zu fragen, ob die in der Haushaltstheorie unterstellte Konzeption eines bei gegebenen Nebenbedingungen nutzenmaximierenden Menschen noch vertretbar ist. Ein so handelnder Mensch wurde auch als „*homo oeconomicus*“ apostrophiert; dieser stelle ein verzerrtes Bild des Menschen dar. Soweit diese Kritik eine fehlende Einbindung des „*homo oeconomicus*“ in zwischenmenschliche Beziehungen behauptet, ist sie weitgehend unberechtigt, lassen sich doch z. B. Nachfrageinterdependenzen (vgl. Abschn. 7.e) oder auch Neid und Mitgefühl in der Nutzenfunktion eines Haushalts berücksichtigen. Soweit diese Kritik den begrenzten Informationsstand und auch die begrenzte Rechenkapazität des Menschen bei wirtschaftlichen Entscheidungen zum Inhalt hat, ist sie gerechtfertigt. In den modernen Weiterentwicklungen der neoklassischen Theorie einzelwirtschaftlicher Entscheidungen ist aus dem vollständig informierten und unbegrenzt rechenfähigen „*homo oeconomicus*“ ein „*resourceful, evaluating, maximizing man*“ (REMM) (vgl. MECKLING 1976), zu deutsch: ein lernfähiger, abwägender, maximierender Mensch (LAMM) geworden, der seinen Informationsstand, auch aus Erfahrungen lernend, verbessert, sich der verbleibenden Unsicherheit bewusst ist und unter diesen Einschränkungen nach höchstmöglichem Nutzen strebt.

Ähnlich wie für die Theorie des Unternehmens ließe sich auch für die Theorie des Haushalts die von HERBERT SIMON (1955) vertretene These anwenden, statt von einem maximierenden, vollständig rationalen Verhalten von Wirtschaftseinheiten sei von einem *satisfizierenden Verhalten* auszugehen, das als Streben nach zufriedenstellender Zielerfüllung in einer Umwelt zu interpretieren ist, über die unvollständige Information besteht. Dem Gedanken zufriedenstellender Zielerfüllung liegt das Menschenbild des „*administrative man*“ zugrunde, der unvollständig informiert und nur begrenzt fähig ist, Informationen zu verarbeiten, der daher auch nur nach einem Prinzip „*eingeschränkter Rationalität*“ („*bounded rationality*“) entscheiden kann. Bei satisfizierendem Verhalten werden den Wirtschaftseinheiten bestimmte *Anspruchsniveaus* (*aspiration levels*) unterstellt; gelingt es (nicht), diese zu erfüllen, setzt ein Suchprozess ein, der die Möglichkeiten und die

Herausbildung höherer (niedrigerer) Anspruchsniveaus zum Inhalt hat. Im Zentrum einer Theorie satisfizierenden Verhaltens steht dementsprechend eine Theorie der *Anspruchsanpassung*. Für den Haushalt ginge es nach dieser Konzeption nicht um maximalen, sondern um „befriedigenden Nutzen“ oder einfach um befriedigende Versorgung. Erlauben die Verhältnisse eine Erhöhung des diesbezüglichen Anspruchsniveaus oder erzwingen sie dessen Senkung, so setzt ein Suchprozess nach der Antwort auf die Frage ein, nach welchen Gütern und in welchem Ausmaß die Haushaltsnachfrage erhöht bzw. gesenkt werden soll. Während die Theorie des Unternehmens aus der Konzeption satisfizierenden Verhaltens wesentliche Anstöße erhielt (vgl. dazu Kap. VI.D.6), steht die Ausgestaltung einer entsprechenden Haushaltstheorie noch aus.

Zu erwähnen ist schließlich die *verhaltenswissenschaftlich orientierte Verbrauchsforschung*, in der unter Einbeziehung außerökonomischer, insbesondere psychologischer, sozialpsychologischer und soziologischer Erklärungsansätze die Motive, Einstellungen und Meinungen der Haushalte untersucht werden, ohne dass von maximierendem oder satisfizierendem Verhalten in Bezug auf eine Zielgröße „Nutzen“ ausgegangen wird. Die Ergebnisse solcher Forschungen sind für den Einsatz des absatzpolitischen Instrumentariums der Unternehmen, insbesondere der Werbung, auf den Verbrauchsgütermärkten im Rahmen des *Marketing* von Bedeutung. Ein Teil der verhaltenswissenschaftlich ausgerichteten Verbrauchsforschung wird im Zusammenhang mit der Absatzförderung in Unternehmen, ein anderer Teil im Zusammenhang mit dem *Konsumerismus*, einer Bewegung zum Schutz der Verbraucher gegen eine unsachgemäße Beeinflussung durch Werbung, durchgeführt.

Die Konzeption satisfizierenden Verhaltens und die verhaltenswissenschaftliche Verbrauchsforschung sind durch Einbeziehung ökonomischer und außerökonomischer Bestimmungsgründe in der Lage, das Verhalten einzelner Haushalte oder Gruppen oder die Besonderheiten einzelner Gütermärkte weniger abstrakt und daher „realitätsnäher“ zu beschreiben. Beide Ansätze dürften dennoch als Ersatz für die auf der Nutzenmaximierung basierende Nachfrage Theorie des Haushalts derzeit nicht in Frage kommen. Nur diese Theorie gestattet die Ableitung von Gesamtnachfragefunktionen für ein Gut; nur sie erlaubt die Untersuchung der Zusammenhänge zwischen Märkten über Preise und Einkommen; nur für sie liegen Erweiterungen bezüglich des Haushaltsangebots an Produktionsfaktoren vor. Als Grundlage einer auf gesamtwirtschaftliche Fragestellungen ausgerichteten mikroökonomischen Theorie kann auf sie jedenfalls vorerst nicht verzichtet werden.

### ***h. Rationales Verhalten unter Unsicherheit***

In diesem Abschnitt gehen wir von einer auf unvollständiger Information beruhenden Unsicherheit aus, von der wir annehmen wollen, dass es entweder unmöglich ist oder sich wegen der Informationskosten nicht lohnt, den Unsicherheitsgrad durch Informationsaktivitäten zu reduzieren. Entscheidungen, die in einer solchen

Situation zu fällen sind, untergliedert man in *Entscheidungen unter Risiko* und *Entscheidungen unter Ungewissheit* (KNIGHT 1921). Bei ersteren sind (objektive) Wahrscheinlichkeiten, mit denen alternative Ergebnisse eintreten, aufgrund von Erfahrungen aus gleichartigen Entscheidungssituationen der Vergangenheit bekannt, oder es bestehen subjektive Wahrscheinlichkeiten, bei letzteren hingegen nicht.

Wir wollen der Diskussion dieser Frage folgendes Beispiel zugrunde legen (nach HEINZ SAUERMANN 1965, S. 48ff.): Ein Haushalt, der sein Nutzenmaximum noch nicht erreicht hat, steht vor der Entscheidung, eine zusätzliche Geldeinheit zum Kauf entweder des Gutes A, B oder C zu verwenden. (Der Preis möge für jedes der Güter  $p = 1$  betragen.) Jeder dieser Güterkäufe könne zwei Ergebnisse (Fall 1, Fall 2) haben, nämlich Erwerb einer einwandfreien, nutzensteigernden, oder Erwerb einer äußerlich nicht erkennbar verdorbenen, nutzenmindernden Menge (es ließen sich leicht mehr als zwei mögliche Ergebnisse berücksichtigen).

In Tabelle 3.a sind die *Nutzenänderungen* für beide Fälle angeführt. Das Problem besteht darin, dass es nicht mehr möglich ist, rationales Verhalten wie früher in einer unmittelbar einsichtigen Weise, im Anschluss an das ökonomische Prinzip, als Maximierung einer Funktion (hier: Nutzenfunktion) unter Nebenbedingungen (hier der Nebenbedingung: Erfüllung der Bilanzgleichung) zu beschreiben, da der Wert der Funktion in Abhängigkeit der Wahl von A, B oder C gar nicht determiniert ist, sondern noch davon abhängt, ob Fall 1 oder Fall 2 eintritt. Es ist daher jetzt notwendig, erst einmal festzulegen, was unter rationalem Verhalten verstanden werden soll.

Dabei ist zu unterscheiden, ob es sich um eine Entscheidung unter Risiko oder unter Ungewissheit handelt. Für die erstere Situation sind in Tabelle 3.a im oberen Tabellenteil („BAYESSches Verhalten“) Wahrscheinlichkeiten  $w_1$  und  $w_2$  angegeben, mit denen (je nach Wahl des Gutes A, B oder C) Fall 1 bzw. Fall 2 eintreten möge. In der Spalte E ist der sich daraus ergebende Erwartungswert der Nutzenänderung angeführt, der sich aus der Multiplikation der möglichen Ergebnisse mit ihren Wahrscheinlichkeiten und Addition der so erhaltenen Zahlen ergibt. Er ist bei Kauf des Gutes C am höchsten. Entscheidet sich ein Haushalt gemäß dieser Überlegung, maximiert er also den Erwartungswert der Nutzenänderung, so sprechen wir von *BAYESSchem Verhalten*. Da wir bei dieser Rechnung Nutzenänderungen quantitativ (kardinal) interpretiert haben, reicht hierfür die Existenz einer nur ordinalen Nutzenfunktion nicht aus. Bei Entscheidungen unter Unsicherheit wollen wir daher im Gegensatz zum Rest dieses Kapitels einen kardinalen Nutzenbegriff zugrunde legen.

Bei *Ungewissheit* ist es noch schwieriger, ein Kriterium zur Definition rationalen Verhaltens anzugeben. Es wurden eine ganze Reihe von Entscheidungskriterien vorgeschlagen, die möglicherweise zu unterschiedlichen gewählten Entscheidungsalternativen führen. Im rechten Teil der Tabelle 3.a ist das auf LAPLACE zurückgehende *Prinzip des unzureichenden Grundes* dargestellt: Gibt es keinerlei Information über die Wahrscheinlichkeiten, mit denen verschiedene, sich einander ausschließende Ergebnisse einer Entscheidung eintreten, dann besteht kein Grund,

			BAYESSches Verhalten			Prinzip des unzureichenden Grundes		
Gut	Nutzen- änderung		bekannte Wahrscheinlichkeiten			als gleich unterstellte Wahrscheinlichkeiten		
	Fall 1	Fall 2	$w_1$	$w_2$	E	$w_1$	$w_2$	E
A	+5	-2	0,8	0,2	3,6	1/2	1/2	1,5
B	+2	-1	0,5	0,5	0,5	1/2	1/2	0,5
C	+10	-5	0,75	0,25	6,25	1/2	1/2	2,5

Tabelle 3.a: BAYESSches Verhalten und Prinzip des unzureichenden Grundes

			Maximin-Kriterium	Optimismus-Pessimismus-Kriterium		
Gut	Nutzen- änderung		Zeilen- Minimum	Gewichtung für das Zeilen-		E
	Fall 1	Fall 2		-Maximum	-Minimum	
A	+5	-2	-2	3/10	7/10	0,1
B	+2	-1	-1	3/10	7/10	-0,1
C	+10	-5	-5	3/10	3/10	-0,5

Tabelle 3.b: Maximin-Kriterium und Optimismus-Pessimismus-Kriterium

ein beliebiges dieser Ergebnisse für wahrscheinlicher zu halten als ein anderes. Bei  $n$  möglichen Ergebnissen ordne man jedem Ergebnis die gleiche Wahrscheinlichkeit  $1/n$  zu und wähle die Entscheidung, die dann den höchsten Erwartungswert hat. Im Beispiel sind die gleichen Wahrscheinlichkeiten  $1/2$ ; wieder fiel die Entscheidung auf Gut C.

Im linken Teil der Tabelle 3.b ist das *Maximin-Kriterium* von ABRAHAM WALD erläutert: Man untersuche jede Entscheidungsmöglichkeit auf das ungünstigste Ergebnis hin und wähle diejenige Alternative, deren ungünstigstes Ergebnis unter allen ungünstigsten Ergebnissen noch das beste ist. Das ungünstigste Ergebnis ist das jeweilige Zeilenminimum; das beste davon ist das Maximum der Zeilenminima. Dieses Kriterium ist das eines Pessimisten; es führt im Beispiel auf die Entscheidung für Gut B.

Im rechten Teil derselben Tabelle ist das *Optimismus-Pessimismus-Kriterium* von LEONID HURWICZ dargestellt, nach dem sowohl das günstigste als auch das ungünstigste Ergebnis jeder Entscheidung berücksichtigt wird und beide Größen in einem bestimmten, den individuellen Grad des Optimismus ausdrückenden Verhältnis gewichtet und zu einem „Pessimismus-Optimismus-Index“ addiert werden. Im Beispiel sei der Haushalt ein gemäßiger Pessimist, der die günstigsten Ergebnisse, d. h. die Zeilenmaxima, mit  $3/10$ , die ungünstigsten Ergebnisse, d. h. die Zeilenminima, mit  $7/10$  gewichtet. Die Entscheidung fällt dann auf Gut A.

Im zugrunde gelegten Beispiel ergibt sich für jedes der dargestellten Entscheidungskriterien bei Ungewissheit eine andere Entscheidung. Das ist natürlich nicht immer so; es zeigen sich damit aber die Schwierigkeiten, die einer Definition rationalen Verhaltens in einer solchen Situation entgegenstehen.

Auf das Problem Entscheidungen unter Unsicherheit werden wir in Kap. VI.A noch einmal zurückkommen.

## C. Theorie des Haushaltsangebots

### 1. Arbeitsangebot

#### a. Höhe des Arbeitsangebots

In Abschn. B argumentierten wir unter der Voraussetzung eines gegebenen Einkommens bzw. einer gegebenen Konsumsumme des Haushalts. Wir diskutieren nun Probleme der Einkommenserzielung, und zwar als erste solche der Einkommenserzielung durch *Angebot des Produktionsfaktors Arbeit*. Zunächst gehen wir von der Annahme aus, der Haushalt könne nur Arbeitsleistungen einer bestimmten Art anbieten. Der Haushalt steht vor der Entscheidung, (a) durch den Einsatz von Arbeit zu einem gegebenen, von ihm nicht beeinflussbaren Lohnsatz pro Stunde Einkommen zu verdienen, das ihm, wie wir annehmen wollen, durch Aufstellung eines optimalen Konsumplans einen bestimmten Nutzen verschafft, oder (b) die mögliche Arbeitszeit nicht zur Arbeit, sondern als Freizeit zu verwenden und so aus dem Gut „Freizeit“ einen Nutzen zu ziehen.

Wir können die Entscheidung zwischen den beiden Möglichkeiten in einem Zwei-Güter-Diagramm untersuchen, wobei das eine Gut „Einkommen pro Tag“, das andere Gut „Freizeit in Stunden pro Tag“ ist (vgl. Abb. 1). Zuerst konstruieren wir die Bilanzgerade bzw. den Bereich aller realisierbaren Kombinationen von Einkommen und Freizeit. Rechnen wir mit einem Minimum von 8 Stunden Erholung täglich, so ist die maximale Arbeitszeit 16 Stunden pro Tag, mit der bei einem Lohnsatz  $l$  von 1 ein Einkommen  $e$  von 16 erzielt werden kann. Die hier interessierende, über die Mindesterholung hinausgehende Freizeit ist dann 0. Jede Stunde Freizeit kostet den Haushalt 1 Stunde Arbeitszeit, mithin beim Lohnsatz 1 eine Einkommenseinheit. Der Preis einer Stunde Freizeit ist somit 1. Arbeitet der Haushalt überhaupt nicht, sondern konsumiert nur Freizeit, dann kommt er auf 16 Stunden Freizeit. Die Bilanzgerade verläuft also von  $A$  nach  $B$ .

Beträgt der Lohnsatz 2, dann ist das Einkommen bei einer Freizeit von 0 gleich 32. Jede Stunde Freizeit kostet jetzt 2; bei einer Arbeitszeit von 0, mithin einem Einkommen von 0, ist die Freizeit wieder 16. Die Bilanzgerade verläuft jetzt von  $C$  nach  $B$ . Sinkt der Lohnsatz auf  $1/2$ , so verläuft die Bilanzgerade von  $D$  nach  $B$ . Allgemein lautet die Bilanzgleichung, wenn  $l$  den Lohnsatz und  $f$  die Freizeit bezeichnet,

$$e + lf = 16l. \quad (1)$$

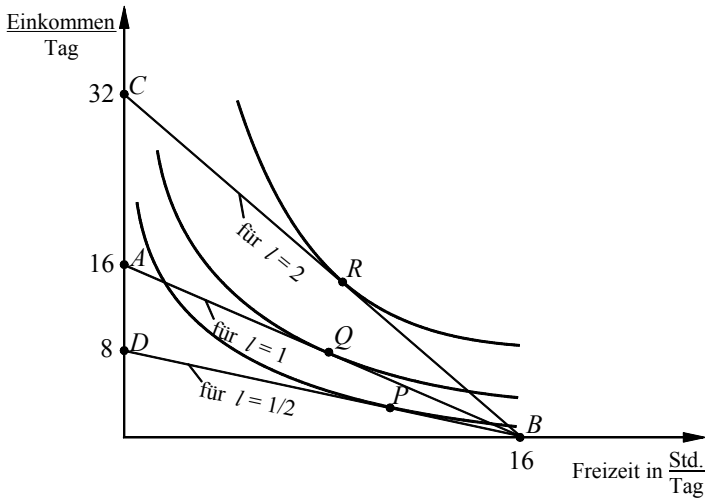
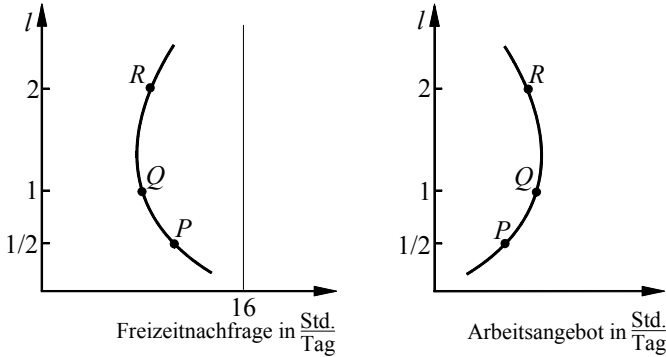


Abb. 1: Bilanzgeraden und Indifferenzkurven im Einkommen-Freizeit-Diagramm

Wir unterstellen nun wieder eine ordinale Nutzenkonzeption für den Nutzen der Güter „Einkommen“ und „Freizeit“ und tragen jene Indifferenzkurven in Abb. 1 ein, die mit den eingezeichneten Bilanzgeraden einen Berührungspunkt haben. Die Tangentialpunkte aller denkbaren Bilanzgeraden mit den entsprechenden Indifferenzkurven können wir wieder zu einer Kurve verbinden, deren einzelne Punkte gegebenen Lohnsätzen erstens die optimale tägliche Stundenzahl an Freizeit, zweitens das optimale Arbeitseinkommen und damit auch die optimale tägliche Arbeitsstundenzahl zuordnen. Einem Lohnsatz  $l = 0,5$  entspricht eine größere Freizeit als einem Lohnsatz  $l = 1$  (vgl.  $P$  und  $Q$ ); einem Lohnsatz  $l = 2$  entspricht eine größere Freizeit als einem Lohnsatz  $l = 1$  (vgl.  $R$  und  $Q$ ). Mit wachsendem Lohnsatz nimmt also im Beispiel der Abb. 1 die Nachfrage nach Freizeit zunächst ab, dann wieder zu.

Diesen Zusammenhang zwischen Lohnsatz und Freizeit bilden wir als *Lohn-Freizeit-Kurve* in Abb. 2.a ab. Das Arbeitsangebot ergibt sich aus der Differenz zwischen 16 und der Freizeitnachfrage. Wir können es unmittelbar der Abb. 2.a entnehmen, nämlich als waagerechten Abstand zwischen der bei dem Abszissenwert 16 gezeichneten Senkrechten und der Lohn-Freizeit-Kurve. Diesen Abstand übertragen wir in Abb. 2.b. Dort erhalten wir die *Arbeitsangebotskurve*. Mit wachsendem Lohnsatz nimmt in unserem Beispiel das Arbeitsangebot zunächst zu, bei weiter steigendem Lohnsatz jedoch wieder ab. Die Arbeitsangebotskurve hat in ihrem unteren Bereich also positive, im oberen Bereich negative Steigung. Wir werden später feststellen, dass Angebotskurven für beliebige Güter typischerweise positiv ansteigen. Der Bereich negativer Steigung in Abb. 2.b ist also ein Beispiel für eine *atypische* Reaktion des Angebots.

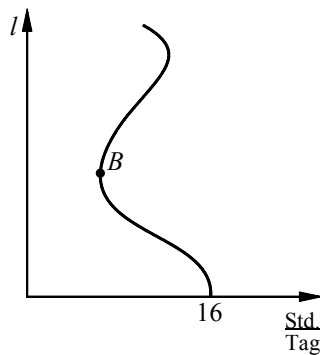




**Abb. 2.a/b: Freizeitnachfrage und Arbeitsangebot in Abhängigkeit vom Lohnsatz  $l$**

Es ist zu betonen, dass der gezeichnete Verlauf der Arbeitsangebotskurve auf der speziellen Lage und Gestalt der Indifferenzkurven beruht. Man kann sich Indifferenzkurven auch so verlaufend vorstellen, dass die Nachfrage nach Freizeit mit steigendem Lohnsatz im ganzen betrachteten Bereich zunimmt, die Arbeitsangebotskurve folglich im ganzen Bereich negative Steigung hat.

Es kommt auch darauf an, bei welchen Lohnsätzen man mit der Betrachtung einsetzt. Früher verzichtete man darauf, die Arbeitsangebotskurve aus Indifferenzkurven abzuleiten, sondern argumentierte anhand einer in Abb. 3 dargestellten Kurve etwa wie folgt: Bei sehr niedrigen Lohnsätzen muss das Arbeitsangebot unter Verzicht auf Freizeit bis zur äußersten Grenze der Leistungsfähigkeit, also beispielsweise auf 16 Stunden täglich, ausgedehnt werden, damit überhaupt das Existenzminimum gesichert ist. Mit steigendem Lohnsatz wird das Arbeitsangebot zunächst zurückgehen, weil der Anbieter es dann nicht mehr nötig hat, bis zur Grenze seiner Leistungsfähigkeit zu gehen. Erst bei weiter steigendem Lohnsatz



**Abb. 3: Arbeitsangebot in Abhängigkeit vom Lohnsatz, plausibler Verlauf**

mag es attraktiv sein, wieder mehr zu arbeiten und zu verdienen, um einen dann in den Bereich des Möglichen rückenden Luxusbedarf zu befriedigen. Wenn der Lohnsatz noch weiter steigt, so dass ein gewisser Luxus der Lebenshaltung sowie so möglich ist, könnte das Angebot abermals zurückgehen. Unsere mit Indifferenzkurven fundierte Betrachtung setzt erst in dem bei  $B$  beginnenden Bereich ein.

Welcher Bereich der Arbeitsangebotskurve der tatsächlich relevante ist, hängt auch vom Entwicklungsstand einer Wirtschaft ab: Je höher die Entwicklung, desto höher der Lohnsatz, desto relevanter der obere Bereich der Kurve. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass sich bei gegebenem Entwicklungsstand und gegebenem Lohnsatz auch die Einstellung zur Arbeit und damit die Arbeitsangebotskurve verändern kann.

Die Ableitung der Arbeitsangebotskurve erfolgte unter der Voraussetzung, dass der Haushalt über sein Arbeitsangebot frei entscheiden kann. Diese Voraussetzung ist regelmäßig wegen der Kollektivvereinbarungen der Sozialpartner über die Arbeitszeit sowie wegen technischer Bedingungen der Produktion nicht erfüllt. Man hat vorgeschlagen, eine Kurve des in Abb. 3 verwendeten Typs auch als gesamtwirtschaftliche Arbeitsangebotskurve zu unterstellen, die bei solchen Vereinbarungen als Grundlage dienen könnte. Allerdings ist es nicht zwingend, dass eine Horizontaladdition individueller Arbeitsangebotskurven auf eine Kurve des gleichen Typs führt. Dies wäre nur dann der Fall, wenn alle individuellen Kurven jeweils im gleichen Lohnsatzbereich positiv bzw. negativ anstiegen. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, dann ist es völlig offen, welcher Kurventyp für die Gesamtwirtschaft gilt.

Wir gingen oben davon aus, der Haushalt erziele mit einer bestimmten Einkommens-Freizeit-Kombination einen bestimmten Nutzen, und diskutierten diese optimale Kombination in Abhängigkeit vom Lohnsatz, ohne *explizite* die Verwendung des erzielten Einkommens und die Nutzung der Freizeit zu berücksichtigen. In Abschn. B.7.c wurde andererseits die Einkommensverwendung und die Freizeitnutzung unter der Prämisse gegebenen Einkommens und gegebener Konsumzeit diskutiert. Im Folgenden sollen diese beiden Aspekte simultan betrachtet werden.

Wir gehen wieder aus von der Nutzenfunktion

$$u = f(X_1, X_2, \dots, X_m), \quad (2)$$

die den Nutzen in Abhängigkeit von alternativen Verbrauchsleistungskombinationen angibt. Vereinfachend soll wieder davon ausgegangen werden, dass die Verbrauchskoeffizienten  $t_{cj}$  und  $a_{ij}$  der Zeit bzw. der Konsumgütermengen jeweils unabhängig von der Höhe der Verbrauchsleistung sind.

Bezieht der Haushalt nur Arbeitseinkommen und plant keine Ersparnisse, dann gilt bei einer variablen Arbeitszeit von  $T_a$  die Budgetgleichung (für das Einkommen)

$$e = lT_a = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} X_j. \quad (3)$$

Die Budgetgleichung für die Zeit ergibt sich daraus, dass sich Arbeits- und Konsumzeit ( $T_c$ ) zur gegebenen Gesamtzeit ( $T$ , z. B. 16 Std. pro Tag) addieren:

$$T = T_a + T_c = T_a + \sum_{j=1}^m t_{c_j} X_j. \quad (4)$$

Multipliziert man (4) mit  $l$  und ersetzt den Ausdruck  $lT_a$  mit Hilfe von (3), so erhält man

$$lT = \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} + l t_{c_j} \right) X_j. \quad (5)$$

Unter dieser Nebenbedingung ist die Nutzenfunktion (2) zu maximieren. Die Nebenbedingung ist derjenigen der herkömmlichen Haushaltstheorie ähnlich (vgl. (B.20)); ihre geometrische Darstellung im Falle zweier Verbrauchsleistungen  $X_1, X_2$  wäre eine Gerade mit negativer Steigung.  $lT$  ist das Einkommen, das der Haushalt bei Einsatz der Gesamtzeit  $T$  als Arbeitszeit erreichen könnte (seine Konsumzeit wäre dann null). In der Klammer steht der Preis einer Einheit der Verbrauchsleistung  $j$ , der sich aus den direkten Kosten der in diese Einheit eingehenden Güter  $\sum_{i=1}^n p_i a_{ij}$  und den indirekten Kosten  $l t_{c_j}$ , die entgangenes Einkommen darstellen, zusammensetzt. Schreiben wir für die Klammer  $P_j$ , dann können wir das LAGRANGE-Verfahren anwenden und erhalten analog zu (B.21) bis (B.24) als Ergebnis des Maximierungsprozesses die Aussage

$$\frac{f_j}{P_j} = \frac{f_k}{P_k}, \quad j, k = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Das bedeutet, dass der Haushalt zur Erreichung des Nutzenmaximums durch Kombination von Gütern und Konsumzeit Verbrauchsleistungen in solcher Menge zu „erzeugen“ hat, dass der Grenznutzen des Geldes für jede Verbrauchsleistung gleich ist bzw. das 2. GOSSENSche Gesetz erfüllt ist. Diese Lösung stellt sicher, dass sich Konsum- und Arbeitszeit zur Gesamtzeit  $T$  addieren.

Wir können nun auch angeben, wie sich Lohnsatz-Güterpreis-Variationen auf das optimale Arbeitsangebot auswirken. Zunächst soll dabei die Überlegung aus Abschn. B.4.a angewandt werden. Multiplizieren wir alle Konsumgüterpreise und den Lohnsatz mit einem konstanten Faktor  $k$ , so erhalten wir

$$\sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^n k \cdot p_i a_{ij} + k \cdot l t_{c_j} \right) X_j = k \cdot \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} + l t_{c_j} \right) X_j = k \cdot lT. \quad (7)$$

Die Nebenbedingung wird demnach durch gleich hohe proportionale Lohnsatz- und Preisniveausteigerungen nicht beeinflusst. Da zusätzlich die Nutzenfunktion weder Preise noch den Lohnsatz enthält, bleibt das Arbeitsangebot von rein monetären Lohnerhöhungen unbeeinflusst, ebenso wie die Verwendungsentscheidun-

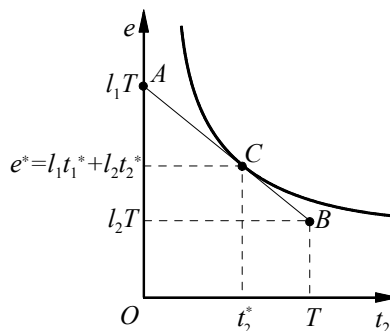
gen. Der Haushalt ist also sowohl in seinem Nachfrage- als auch in seinem Angebotsverhalten frei von Geldillusion.

Betrachten wir eine isolierte Lohnsatzsteigerung, so haben wir vier Effekte zu unterscheiden: Erstens ergibt sich ein positiver Substitutionseffekt auf die Arbeitszeit. Nicht-Arbeits-Aktivitäten werden also tendenziell durch Arbeit substituiert. Zweitens resultiert ein negativer Substitutionseffekt bei zeitintensiven Verbrauchsleistungen, da bei diesen die Lohnsatzsteigerung zu einer stärkeren Erhöhung der indirekten Kosten und damit von  $P_j$  führt. Drittens ist der Einkommenseffekt auf die Arbeitszeit zu berücksichtigen. Insbesondere bei hohem Ausgangseinkommen kann dieser Effekt den Substitutionseffekt auf die Arbeitszeit überkompensieren, so dass insgesamt die angebotene Arbeitszeit sinkt. Regelmäßig wird diese Arbeitsreduktion aber nicht die Lohnsteigerung überkompensieren; d. h. es ist viertens mit einem Ansteigen des Haushaltseinkommens zu rechnen, das bei den nicht-inferioren Verbrauchsleistungen einen Mehrverbrauch bewirkt, so dass die freigewordene Zeit wieder ausgefüllt ist.

### **b. Zusammensetzung des Arbeitsangebots**

Wir unterstellen nun, der Haushalt könne mehr als eine Arbeitsqualität anbieten. Der geometrischen Darstellung wegen beschränken wir uns auf das Beispiel zweier Arbeitsarten. Die pro Periode angebotenen Arbeitsstunden  $T = \text{konstant}$  teilen sich in die Arbeitsstunden  $t_1$  und  $t_2$  für die beiden Arbeitsarten auf. Die entsprechenden, gegebenen Lohnsätze seien  $l_1$  und  $l_2$ . In Abb. 4 ist auf der Ordinate das Gesamteinkommen  $e = l_1 t_1 + l_2 t_2$  und auf der Abszisse die Arbeitszeit in der Tätigkeit 2,  $t_2$ , abgetragen.

Bietet der Haushalt nur Arbeitsart 1 an ( $t_2 = 0$ ), so erzielt er ein Einkommen von  $l_1 T$ , und realisiert Punkt  $A$ ; bietet er nur Arbeitsart 2 an ( $t_2 = T$ ), so beträgt das Einkommen  $l_2 T$ , und Punkt  $B$  wird verwirklicht. Alle Aufteilungen der Arbeitszeit auf beide Arbeitsarten ergeben eine Kombination  $(e, t_2)$ , die durch einen Punkt auf der Strecke  $AB$  dargestellt wird, deren absolute Steigung  $(l_1 - l_2)$  beträgt. Da im



**Abb. 4: Optimale Zusammensetzung des Arbeitsangebots**

Beispiel  $l_1 > l_2$ , bedeutet jede Einschränkung von  $t_1$  zugunsten von  $t_2$  einen Verzicht auf Einkommen. Wäre der Haushalt allein an einem höchstmöglichen Einkommen interessiert, so böte er nur die Arbeitsart an, die den höchsten Lohnsatz erbringt, hier also  $l_1$ . Jede Art von Arbeit ist jedoch durch Merkmale geprägt, die den Nutzen teils positiv, teils negativ beeinflussen (positiv z. B. Prestige, negativ z. B. Schmutz). Es gilt dann abzuwägen zwischen dem Nutzen der mit dem Einkommen erwerbbaaren Konsumgüter und dem (positiven oder negativen) Nutzen der Arbeit. In Abb. 4 ist unterstellt, dass Arbeitsart 2 die zwar geringer entlohnte, aber angenehmere Arbeit ist. Das führt zu Indifferenzkurven in Bezug auf Einkommen und Arbeit der Art 2 mit negativer Steigung: Wenn der Haushalt einen größeren Teil seiner Arbeit jetzt in Form der Arbeitsart 2 erbringt, ist er bereit, dafür auf einen Teil des Einkommens zu verzichten. Konvexität der Indifferenzkurven (oder abnehmende Grenzrate der Substitution) bedeutet, dass bei zunehmendem  $t_2$  eine Einheit der Arbeitsart 2 anstelle von Arbeitsart 1 immer weniger Einkommen substituieren kann. Der Tangentialpunkt  $C$  einer Indifferenzkurve beschreibt die optimale Höhe des Arbeitseinkommens und die optimale Zusammensetzung des Arbeitsangebots  $t_2 = t_2^*$  und  $t_1 = T - t_2^*$ . Selbstverständlich sind Fälle der Alternativsubstitution denkbar und zugelassen, in denen die Indifferenzkurven bei  $t_2 = 0$  bzw.  $t_2 = T$  enden. Eine starke Präferenz für die höher entlohnte Arbeitsart würde in Abb. 4 ein Indifferenzkurvensystem mit positiver Steigung bedeuten und einen Tangentialpunkt in  $A$  implizieren.

Ausdehnungen der Arbeitszeit bedeuten jeweils eine Parallelverschiebung der Geraden  $AB$  nach rechts oben (Punkt  $A$  nach oben, Punkt  $B$  nach rechts). Die Verbindungslinie der Tangentialpunkte der verschobenen Geraden mit Indifferenzkurven ergeben eine (der Einkommens-Konsum-Kurve ähnliche) Kurve, die den Zusammenhang erstens zwischen  $T$  und  $e$ , zweitens zwischen  $T$  und  $t_1$  bzw.  $t_2$  beschreibt. Steigerungen (Senkungen) des Lohnsatzes  $l_1$  bedeuten eine Drehung der Geraden um den Punkt  $B$  mit (entgegen) dem Uhrzeiger. Die Verbindungslinie der Tangentialpunkte ist eine (der Preis-Konsum-Kurve ähnliche) Kurve, die den Zusammenhang erstens zwischen  $l_1$  und  $e$ , zweitens zwischen  $l_1$  und  $t_1$  bzw.  $t_2$  darstellt. Analog lässt sich die Untersuchung für Variationen von  $l_2$  durchführen.

Wie bei Erörterung der Höhe des Arbeitsangebots ist auch hier darauf hinzuweisen, dass der Haushalt regelmäßig nicht frei in der Gestaltung seines Arbeitsangebots, hier dessen Zusammensetzung, ist. Es gibt jedoch eine zunehmende Zahl von Ausnahmen zu dieser Regel, in denen wenigstens eine gewisse Wahlfreiheit besteht (Haupt- und Nebentätigkeiten, Halbtagsstätigkeiten).

Die Entscheidungen über Höhe und Zusammensetzung des Arbeitsangebots wurden unter a. und b. in gesonderten Nutzenmaximierungsansätzen diskutiert. Bei genauerer Betrachtung fällt der Haushalt beide Entscheidungen gleichzeitig. Dementsprechend wäre von einer einzigen Nutzenfunktion auszugehen, in welcher die Nutzen von mit Einkommen erwerbbaaren Konsumgütern, von Freizeit und von verschiedenen Arbeitsarten als Bestimmungsgrößen fungieren, die unter den Nebenbedingungen gegebener Gesamtzeit, gegebener Preise und gegebener Lohnsätze für die verschiedenen Arbeitsarten zu maximieren wäre.

## 2. Kapitalangebot

Um zu erkennen, was unter dem Kapitalangebot eines Haushalts zu verstehen ist, ist es nützlich, von einem Überblick über die Gesamtheit der *Aktiva eines Haushalts* auszugehen. Ähnlich wie für ein Unternehmen könnte man auch für einen Haushalt zu einem Zeitpunkt (Stichtag) eine Bilanz aufstellen, deren Aktivseite alle Vermögensbestände an Gütern und Forderungen ausweist und deren Passivseite über die Bereitstellung bzw. Finanzierung der Vermögensbestände Auskunft gibt. Ebenso wie die Bilanz des Unternehmens Aufschluss darüber gibt, wie das Unternehmen seine Aktiva in Form von Gebäuden, Maschinen, Lagervorräten, Forderungen u. a. zur Verfolgung des Unternehmensziels (z. B. Gewinnmaximierung) einsetzt, so stellt die Bilanz eines Haushalts dar, in welcher Weise dessen Mittel zur Verfolgung der Zielsetzung einer Nutzenmaximierung eingesetzt sind. Zu den Aktiva des Haushalts gehören erstens seine Vorräte an dauerhaften Konsumgütern oder Gebrauchsgütern wie Wohnhaus, Möbel, Haushaltsgeräte, also Gütern, die ihren Nutzen im Zeitablauf abgeben. Zweitens zählt dazu seine Arbeitskraft, die, wie erläutert, entweder direkt nutzenstiftend oder zum Einkommenserwerb eingesetzt werden kann. Drittens sind hier Aktiva in finanzieller Form zu nennen, die als Transaktionskasse der zeitlichen Überbrückung der Unterschiede zwischen Einkommenszahlungs- und Ausgabenzahlungsterminen dienen. Viertens sind Sparguthaben, entstanden durch Zwecksparen, zu erwähnen, die für zukünftigen Erwerb dauerhafter Konsumgüter bestimmt sind. Fünftens gibt es Aktiva, die dem Einkommenserwerb in der Kapitalform dienen und dem Haushalt ein Besitzeinkommen verschaffen sollen. Es ist dieser letztere Teil, auf den wir uns beziehen, wenn wir vom Kapitalangebot eines Haushalts sprechen.

Die Veränderung der Vermögensbestände auf der Aktivseite der Haushaltsbilanz ist das Ergebnis der Entscheidungen des Haushalts. Verbraucht der Haushalt in einer Periode nicht sein gesamtes Einkommen, sondern spart er einen Teil desselben, so nimmt ein Aktivum oder nehmen mehrere Aktiva zu. Analoges gilt bei einer Kreditaufnahme. Auch ohne Ersparnis oder Kreditaufnahme ist eine Veränderung von Vermögensbeständen möglich, nämlich durch Verkäufe und Käufe verschiedener Arten von Aktiva. Die Erlangung einer besseren Qualifikation der Arbeit, d. h. Entstehung von *Humankapital* durch Schule und Ausbildung, lässt sich als Zunahme des Vermögensbestandes an Arbeitskraft interpretieren.

Beim *Kapitalangebot* des Haushalts kann es sich dementsprechend um Mittel aus früheren Perioden oder um solche aus Ersparnis oder Verkauf anderer Aktiva handeln, die in einer Periode Anlage suchen. Als Anlageformen kommen vor allem der Erwerb von *Wertpapieren* oder *Anteilen an Unternehmen* in Frage. Bei Wertpapieren ist an festverzinsliche Papiere wie Obligationen, Pfandbriefe und Staatsanleihen zu denken. Bei Anteilen an Unternehmen handelt es sich um solche in der Form von Aktien oder Beteiligungen, die regelmäßig nicht fest, sondern, je nach Gewinnlage und Gewinnausschüttung der Unternehmen, variabel verzinslich sind. Über den Erwerb von Anteilen an Unternehmen werden die Haushalte wirtschaftliche (Mit-)Eigentümer an den Unternehmen.

Da Aktiva, die in der Kapitalform gehalten werden und dem Besitzeinkommenserwerb dienen, nur eine unter den fünf genannten Arten von Aktiva in der Haushaltsbilanz sind, deren Umfang und Struktur insbesondere von Haushalten in einer hoch entwickelten Volkswirtschaft in weiten Grenzen frei gestaltbar sind, ist es klar, dass die Bestimmung der Höhe und der Zusammensetzung des Kapitalangebots eines Haushalts das Ergebnis eines vielschichtigen Entscheidungsprozesses ist. Ebenso wie in den Abschnitten über die Verbrauchsgüternachfrage und das Arbeitsangebot in partiellen Ansätzen bestimmte (Nutzenmaximierungs-) Zielsetzungen unter bestimmten Nebenbedingungen analysiert wurden, ließen sich partielle Ansätze zur Bestimmung der Höhe und Zusammensetzung des Kapitalangebots bezüglich der verschiedenen Anlageformen untersuchen. Als Zielsetzung käme hier *Besitzeinkommensmaximierung* in Frage, wobei die Höhe des anlagesuchenden Kapitalangebots in Abhängigkeit von dem Wunsch nach Halten der übrigen Arten von Aktiva zu bestimmen und die Zusammensetzung eines solchen Portefeuilles in Abhängigkeit von den Einkommen aus den einzelnen Anlageformen zu ermitteln wäre. Da bezüglich der Einkommen keine vollständige Information besteht, ergeben sich hier ähnliche Probleme wie bezüglich der Annahme rationalen Verhaltens in Form der Nutzenmaximierung in der Verbrauchsgüternachfragetheorie (vgl. B.7.g-i). Bei gegebenem Stand der Uninformiertheit muss entweder die BAYESSche Verhaltensweise der Erwartungswertmaximierung oder eines der Entscheidungskriterien bei Unsicherheit angewandt werden; oder der Grad der Uninformiertheit ist durch mit Kosten verbundene Informationen (z. B. Anlageberatung) zu reduzieren. Zu denken wäre schließlich auch an die Anwendung der Konzeption satisfizierenden Verhaltens, d. h. hier des Erzielens eines befriedigenden Besitzeinkommens.

Da die Besitzeinkommen aus den Anlagen des Haushalts im Zeitablauf anfallen, zeigt sich am Beispiel des Kapitalangebots besonders deutlich, dass Zielsetzungen und Entscheidungen des Haushalts eine zeitliche Dimension haben, die mehr als eine Periode umfasst. Im Folgenden werden daher Haushaltsnachfrage und -angebot unter Berücksichtigung des Zeitablaufs diskutiert, wobei wir auch auf die Frage des Kapitalangebots zurückkommen werden.

## D. Intertemporale Haushaltsgleichgewichte

### 1. Das intertemporale Nachfragegleichgewicht

In der intertemporalen Theorie des Haushalts kann berücksichtigt werden, dass die zeitliche Verteilung des Verbrauchs für den Nutzen eines Haushalts eine wichtige Rolle spielt. Der Haushalt könnte den Wunsch haben, einen gegebenen zeitlichen Einkommensstrom nicht in einen damit identischen zeitlichen Konsumausgabenstrom zu verwandeln, sondern den Konsumausgabenstrom zeitlich anders zu gestalten. In diesem Fall müssen sich in einigen Perioden Überschüsse des Einkommens über die Konsumausgaben, d. h. positive Ersparnisse, in anderen Perio-

den Überschüsse der Konsumausgaben über das Einkommen, d. h. negative Ersparnisse, ergeben. Finden die positiven bzw. negativen Ersparnisse nicht in einer Aufstockung bzw. einem Abbau sonstiger Aktiva des Haushalts (z. B. Kauf eines Eigenheims, Verkauf von altem Familienschmuck) ihren Niederschlag, argumentieren wir bezüglich solcher Aktiva also *ceteris paribus*, dann bedeuten positive Ersparnisse ein Kapitalangebot, negative eine Kapitalnachfrage des Haushalts. Kapitalangebot bzw. -nachfrage haben wiederum Einfluss auf den Einkommensstrom. Diese einführenden Überlegungen zeigen, dass die Möglichkeit einer zeitlichen Verteilung des Verbrauchs nicht nur Aussagen über die Verbrauchsgüternachfrage, sondern auch solche über das Kapitalangebot bzw. die Kapitalnachfrage impliziert. In diesem Abschnitt wird der zeitliche Strom des Arbeitseinkommens als gegeben angenommen; erst im nächsten Abschnitt wird er als gestaltbar betrachtet.

In den bisher verwendeten Nutzenfunktionen erübrigte es sich, die Größen durch einen Zeitindex einer bestimmten Periode zuzuordnen, denn alle bezogen sich auf die gleiche Periode. Nunmehr soll prinzipiell zugelassen sein, dass der (ordinale) Nutzen *aus der Sicht einer Periode*  $t$ ,  $u_t$ , von den Verbrauchsmengen der gleichen Periode und allen zukünftigen Perioden, also  $t, t+1, t+2, \dots, n$  bis hin zur letzten Periode eines Planungszeitraums gegebener Länge abhängt. Man spricht dann von einer *mehriperiodigen Nutzenfunktion*. Aus Gründen der Vereinfachung und der geometrischen Darstellbarkeit wollen wir allerdings zunächst nur die Verbrauchsmengen der Perioden  $t$  und  $t+1$ , und diese in der Form von Konsumsummen, entstanden aus der Multiplikation der Mengen mit konstanten, gegebenen Preisen, betrachten. Die zweiperiodige Nutzenfunktion

$$u_t = f(c_t, c_{t+1}) \quad (1)$$

drückt die Präferenzstruktur des Haushalts in Periode  $t$  aus, die durch die Konsumsummen der Perioden  $t$  und  $t+1$  bestimmt wird.

Im  $(c_t, c_{t+1})$ -Diagramm lässt sich (1) durch Indifferenzkurven darstellen. Eine Indifferenzkurve beschreibt Kombinationen aus gegenwärtigem und zukünftigem Konsum, die nach dem subjektiven gegenwärtigen Urteil des Haushalts den glei-

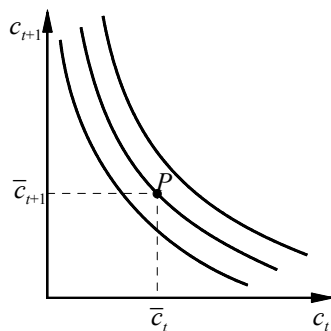


Abb. 1: Darstellung intertemporaler Präferenzen



chen Nutzen stiften. Für die Indifferenzkurven gelten wieder die üblichen Annahmen, darunter die Annahme einer abnehmenden Grenzrate der Substitution, mit der negative Steigung und zum Ursprung konvexer Verlauf einer Indifferenzkurve impliziert ist. Es handelt sich hier um die *Grenzrate der intertemporalen Substitution*, in der analog zu (B.17) das umgekehrte Verhältnis der Grenznutzen der Konsumsummen in beiden Perioden zum Ausdruck kommt:

$$GRS_{int} = \left| \frac{dc_{t+1}}{dc_t} \right| = \frac{f_{c_t}}{f_{c_{t+1}}}. \quad (2)$$

Der Haushalt ist dementsprechend bereit, zugunsten von Gegenwartskonsum auf Zukunftskonsum zu verzichten und umgekehrt. Je geringer der Gegenwarts- (Zukunfts-) Konsum ist, desto größer ist bei dessen weiterer Einschränkung um eine Einheit der zusätzliche Zukunfts- (Gegenwarts-) Konsum, der diese Einschränkung ausgleicht. Ist beispielsweise in Abb. 1 am Punkt  $P$  die Grenzrate der Substitution (die absolute Steigung der Indifferenzkurve) gleich 1,05, dann wird im Urteil des Haushalts, ausgehend von der Konsumsummenkombination  $(\bar{c}_t, \bar{c}_{t+1})$ , Konsum in Höhe von einer Geldeinheit in  $t$  durch Konsum in Höhe von 1,05 Geldeinheiten in  $t+1$  als substituierbar angesehen.

Hat der Haushalt in  $t$  ein Einkommen  $e_t$ , und in  $t+1$  ein solches von null, dann kann er eine Konsumsumme in  $t+1$  dadurch bereitstellen, dass er  $c_t$  kleiner wählt als  $e_t$ , mithin  $e_t - c_t = s_t$  spart. Die Ersparnisse  $s_t$  könnte er als Kapital zu einem gegebenen Zinssatz  $i$  bis zur folgenden Periode anlegen, so dass er für Konsum in  $t+1$  einen Betrag  $c_{t+1} = s_t(1+i)$  verfügbar hat. Dieser Betrag beliefe sich auf  $e_t(1+i)$ , sofern in  $t$  keinerlei Konsumausgaben erfolgten. Die Gesamtheit aller mit  $e_t$  realisierbaren  $(c_t, c_{t+1})$ -Kombinationen wird in Abb. 2.a durch die eingezeichnete Bilanzgerade beschrieben, die die absolute Steigung  $1+i$  hat.

Bezieht der Haushalt in  $t+1$  ein Einkommen  $e_{t+1}$  und in Periode  $t$  ein solches von null, dann kann er eine Konsumsumme in  $t$  dadurch verfügbar machen, dass er Kapital zum Zinssatz  $i$  aufnimmt und mit der Ersparnis  $s_{t+1} = e_{t+1} - c_{t+1} = c_t(1+i)$

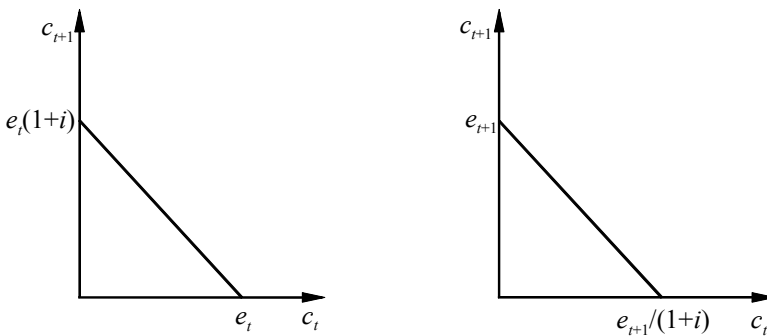


Abb. 2.a/b: Bilanzgerade bei Einkommen (a) nur in  $t$  bzw. (b) nur in  $t+1$

zurückzahlt. Die Konsumsumme in  $t$  beliefe sich auf  $c_t = e_{t+1}/(1+i)$ , sofern in  $t+1$  keinerlei Konsumausgaben erfolgten. Die Gesamtheit aller realisierbaren  $(c_t, c_{t+1})$ -Kombinationen wird durch die Bilanzgerade in Abb. 2.b dargestellt, welche wieder die absolute Steigung  $(1+i)$  hat.

Erhält der Haushalt in beiden Perioden ein Einkommen, nämlich  $e_t$  und  $e_{t+1}$ , dann ist er offenbar in der Lage, mittels Kapitalangebot aus Ersparnis der ersten Periode die Konsumsumme  $c_{t+1} > e_{t+1}$  bzw. mittels Kapitalnachfrage und -rückzahlung aus Ersparnis der zweiten Periode die Konsumsumme  $c_t > e_t$  zu wählen. Die Gesamtheit aller realisierbaren  $(c_t, c_{t+1})$ -Kombinationen wird jetzt durch die intertemporale Bilanzgerade in Abb. 3 gegeben, deren Gleichung

$$c_{t+1} = -(1+i)c_t + e_{t+1} + e_t(1+i) \quad (3)$$

oder

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1+i} = e_t + \frac{e_{t+1}}{1+i} \quad (4)$$

lautet. Gemäß (3) beträgt die absolute Steigung dieser Geraden wieder  $(1+i)$ . Gemäß (4) ist die Summe der auf Periode  $t$  abgezinsten Konsumausgaben gleich der Summe der auf Periode  $t$  abgezinsten Einkommen.

Der Tangentialpunkt  $P$  der Bilanzgeraden mit einer Indifferenzkurve beschreibt den nutzenmaximierenden Strom der Konsumausgaben  $c_t^*, c_{t+1}^*$ . Die Verwirklichung dieses *optimalen intertemporalen Verbrauchsplans* bedeutet im geometrischen Beispiel der Abb. 3, dass der Haushalt in Periode  $t$  vom Einkommen  $e_t$  den Betrag  $s_t^*$  spart, diesen als Kapital zum Zinssatz  $i$  für eine Periode anlegt und mithin sein Einkommen  $e_{t+1}$  um  $s_t^*(1+i)$  aufstockt. Da die absolute Steigung der Bilanzgeraden  $(1+i)$  beträgt, ist im Tangentialpunkt  $C^*$  die Grenzrate der Substitution von Zukunfts- durch Gegenwartskonsum  $(1+i)$ . Die optimale Gestaltung des Konsumstroms erfolgt also immer so, dass die *Zeitpräferenzrate des Haushalts* (definiert als  $|dc_{t+1}/dc_t| - 1$ ) *gleich* dem gegebenen Zinssatz ist.

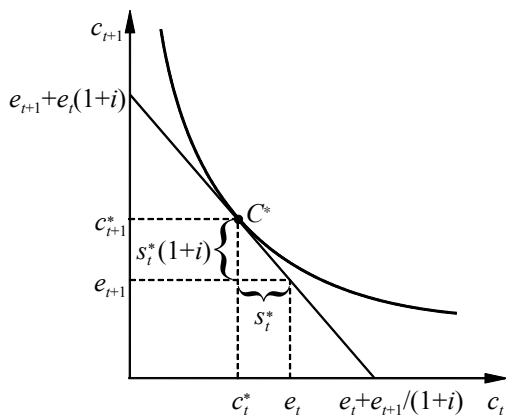


Abb. 3: Intertemporales Nachfragegleichgewicht

Zur analytischen Bestimmung des intertemporalen Nachfragegleichgewichts bilden wir aus (1) und (4) die LAGRANGE-Funktion

$$L = f(c_t, c_{t+1}) + \lambda \left( c_t + \frac{c_{t+1}}{1+i} - e_t - \frac{e_{t+1}}{1+i} \right), \quad (5)$$

deren partielle Ableitungen nach  $c_t$ ,  $c_{t+1}$  und  $\lambda$  wir gleich null setzen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_t} &= \frac{\partial f}{\partial c_t} + \lambda = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial c_{t+1}} &= \frac{\partial f}{\partial c_{t+1}} + \lambda \frac{1}{1+i} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= c_t + \frac{c_{t+1}}{1+i} - e_t - \frac{e_{t+1}}{1+i} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Aus den ersten beiden dieser Gleichungen folgt, was bereits aus der geometrischen Überlegung hervorging, dass nämlich die Grenzrate der Substitution von Zukunfts- durch Gegenwartsgüter, ausgedrückt durch das umgekehrte Verhältnis der Grenznutzen in den Perioden  $t$  und  $t+1$ , gleich dem Zinsfaktor  $(1+i)$  ist:

$$\left| \frac{dc_{t+1}}{dc_t} \right| = \frac{\partial f}{\partial c_t} \bigg/ \frac{\partial f}{\partial c_{t+1}} = (1+i). \quad (7)$$

Dies lässt sich auch durch

$$\frac{\partial f}{\partial c_t} = \frac{\partial f}{\partial c_{t+1}} (1+i) \quad (8)$$

ausdrücken. Bei optimaler Gestaltung des Konsumstroms muss demnach der Grenznutzen einer zusätzlich für Konsum ausgegebenen Geldeinheit in Periode  $t$  das  $(1+i)$ -fache des Grenznutzens einer zusätzlich für Konsum ausgegebenen Geldeinheit in Periode  $t+1$  sein. Dieser Sachverhalt ist deshalb plausibel, weil eine nicht in Periode  $t$  verausgabte, sondern als Kapital angelegte Geldeinheit in Periode  $t+1$  durch die Verzinsung auf den  $(1+i)$ -fachen Wert ansteigt. Man spricht bezüglich dieser Eigenschaft des optimalen Verbrauchsplanes auch vom *zeitlichen* 2. *GOSSENSchen Gesetz*: Der mit dem Verzinsungsfaktor gewogene Grenznutzen des Geldes muss in jeder Periode gleich sein.

Die Gleichungen (1) und (4) lassen sich unmittelbar auf den Fall von  $k+1$  Perioden verallgemeinern:

$$u_t = f(c_t, c_{t+1}, c_{t+2}, \dots, c_{t+k}), \quad (9)$$

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1+i} + \frac{c_{t+2}}{(1+i)^2} + \dots + \frac{c_{t+k}}{(1+i)^k} = e_t + \frac{e_{t+1}}{1+i} + \frac{e_{t+2}}{(1+i)^2} + \dots + \frac{e_{t+k}}{(1+i)^k}. \quad (10)$$

Die (8) entsprechende Beziehung lautet dann:

$$\frac{\partial f}{\partial c_t} = \frac{\partial f}{\partial c_{t+1}}(1+i) = \frac{\partial f}{\partial c_{t+2}}(1+i)^2 = \dots = \frac{\partial f}{\partial c_{t+k}}(1+i)^k. \quad (11)$$

Sie hat wieder das zeitliche 2. GOSSENSche Gesetz zum Inhalt.

An dieser Stelle liegt es nahe, auf die Problematik der *dauerhaften Konsumgüter* oder *Gebrauchsgüter* einzugehen. In der statischen Theorie der Haushaltsnachfrage, die in Abschn. B behandelt wurde, ist es unmöglich, solche Güter zu berücksichtigen, deren Kauf in einer Periode erfolgt, deren Nutzenabgabe sich jedoch über mehrere Perioden erstreckt, da die statische Theorie keine Unterscheidung von Zeitperioden zulässt. In einer mehrperiodigen Nutzenfunktion wäre der Nutzen eines dauerhaften Konsumgutes nicht allein in dessen Beschaffungsperiode, sondern auch in den darauf folgenden Perioden zu berücksichtigen. In der Nutzenfunktion müssten also für jede einzelne Periode neben den in dieser Periode beschafften und konsumierten Verbrauchsgütern die Nutzenabgaben der Gebrauchsgüter als Bestimmungsgrößen erscheinen. Zu erwähnen ist dabei, dass die Nutzenabgaben eines dauerhaften Konsumgutes über die Zeit vom Haushalt regelmäßig nicht als gleichbleibend, sondern, wegen Verschleißes oder Wandels der Mode, als abnehmend (im Sonderfall von Antiquitäten auch als zunehmend) betrachtet werden.

## 2. Das intertemporale Angebotsgleichgewicht

In Abschn. C.1 hatten wir Höhe und Zusammensetzung des Arbeitsangebots untersucht, ohne zu berücksichtigen, dass der Haushalt sein Arbeitsangebot und damit sein Einkommen über eine Zeitspanne von mehreren Perioden hinweg variabel gestalten kann. Wichtig ist hier vor allem die Möglichkeit, in der Gegenwart vergleichsweise wenig Arbeit anzubieten und somit ein geringes Einkommen zu erzielen, um durch *Ausbildung* die Arbeitsqualität zu erhöhen und damit das Arbeitseinkommen in der Zukunft zu verbessern. Zur Vereinfachung und geometrischen Darstellbarkeit betrachten wir nur Arbeitsangebot und -einkommen in den Perioden  $t$  und  $t+1$ . Auch (positives oder negatives) Sparen und Kapitalangebot bzw. Kapitalnachfrage bleiben zunächst unberücksichtigt.

Die Arbeitszeit eines Haushalts sei für jede der betrachteten beiden Perioden eine konstante Größe, ebenso der für die gegebene Arbeitsqualität gezahlte Lohnsatz. Der Punkt  $R$  in Abb. 4 bezeichne die Einkommen, die der Haushalt ohne Ausbildung in den beiden Perioden erzielt. Die Einkommen sind gleich dem Produkt aus Arbeitszeit und Lohnsatz; sind beide Größen in beiden Perioden gleich, so ist der Abszissen- gleich dem Ordinatenwert von  $R$ . Der Haushalt habe nun die Möglichkeit, einen Teil seiner Arbeitszeit in Periode  $t$  zur Ausbildung zu nutzen. Je größer dieser Teil, desto höher ist die von dem Haushalt in Periode  $t+1$  angebotene Arbeitsqualität, desto höher ist auch der Lohnsatz und damit das mit der konstanten Arbeitszeit in Periode  $t+1$  erzielbare Einkommen. Für die Ausbildung

sollen allerdings abnehmende Ertragszuwächse gelten, so dass die zusätzliche Arbeitsqualität, der zusätzliche Lohnsatz und mithin das mit der konstanten Arbeitszeit in Periode  $t+1$  erreichbare zusätzliche Einkommen mit jeder in Periode  $t$  zusätzlich für Ausbildung eingesetzten Arbeitsstunde abnehmen. In Abb. 4.a sind  $OE$  und  $OB$  die in den beiden Perioden realisierbaren Einkommen, wenn der Haushalt in Periode  $t$  auf das Einkommen  $EF$  verzichtet und die dadurch freierwerdende Arbeitszeit für Ausbildung verwendet. Die Kurve  $RS$  beschreibt die Gesamtheit der möglichen Einkommenskombinationen; sie wird als *Einkommens-transformationsskurve* bezeichnet.

Eine bestimmte Summe an Einkommen aus beiden Perioden,  $e_t + e_{t+1}$ , wird in Abb. 4.a durch eine Gerade mit der Steigung minus eins dargestellt. Geht es dem Haushalt nur um die maximale Einkommenssumme, so ist diese Gerade soweit nach rechts oben zu verschieben, dass sie die Einkommenstransformationsskurve berührt (Gerade  $gg$ ). Im Tangentialpunkt  $P$  hat die Kurve  $RS$  mithin die Steigung minus eins.  $DF$  ist das Einkommen, auf das der Haushalt in Periode  $t$  zugunsten der Ausbildung verzichtet;  $AC$  ist das Einkommen, das er aufgrund höherer Arbeitsqualität in Periode  $t+1$  zusätzlich erzielt. In  $P$  ist der Grenzertrag zusätzlicher Ausbildung, gemessen in zusätzlichem Gesamteinkommen, auf null gesunken.

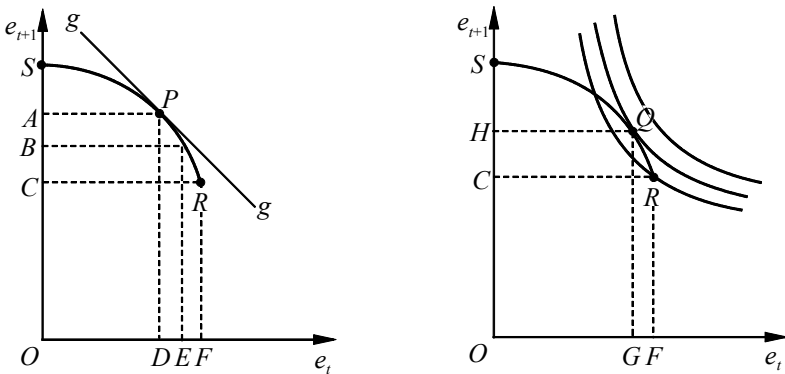


Abb. 4.a/b: Optimales Arbeitsangebot bei Einkommens- ( $P$ ) und Nutzenmaximierung ( $Q$ )

Der Haushalt wird sich jedoch in der Regel nicht für Punkt  $P$  entscheiden. Es liegt nahe, von einer *intertemporalen Nutzenfunktion*

$$u_t = f(e_t, e_{t+1}) \quad (12)$$

auszugehen, nach welcher der Nutzen aus gegenwärtiger Sicht vom gegenwärtigen und vom zukünftigen Einkommen abhängt, so dass sie eine Zeitpräferenz zum Ausdruck bringt. (Wir unterstellen dabei vorerst, dass es kein positives oder negatives Sparen gibt, so dass der Konsum der Periode  $\tau$ ,  $\tau = t, t+1$  mit dem Einkommen der Periode  $\tau$  übereinstimmt.) Für diese Nutzenfunktion sollen wieder die

üblichen Annahmen, darunter die einer abnehmenden Grenzrate der Substitution, gelten. Diese Grenzrate der zeitlichen Substitution des Haushalts ist gleich dem umgekehrten Verhältnis der Grenznutzen des Einkommens in den beiden Perioden.

Ohne Ausbildung erreicht der Haushalt einen Nutzen, der durch die Indifferenzkurve durch  $R$  angezeigt wird (vgl. Abb. 4.b). Die Ausbildung bietet dem Haushalt nun die Chance, den Einkommensstrom gemäß seinen zeitlichen Präferenzen zu formen. Mit Ausbildung bezeichnet der Tangentialpunkt  $Q$  der Einkommenstransformationskurve  $RS$  und einer Indifferenzkurve das Nutzenmaximum; dessen Koordinaten stellen die optimalen Einkommen  $OG$  in Periode  $t$  und  $OH$  in Periode  $t+1$  dar. Mit dem Einkommensverzicht  $GF$  in Periode  $t$  ist auch die optimale Ausbildungszeit, damit auch die optimal zu erwerbende Arbeitsqualität bestimmt. Im Punkt  $Q$  ist die Steigung der Einkommenstransformationskurve gleich der Steigung der Indifferenzkurve. Folglich wird die Ausbildungszeit so gewählt, dass der *Grenzertrag zusätzlicher Ausbildung*, gemessen in zusätzlichem Einkommen in Periode  $t+1$ , *gleich der Zeitpräferenzrate des Haushalts* ist. Je stärker der Haushalt Gegenwarts- gegenüber Zukunftseinkommen bevorzugt, desto steiler verlaufen seine Indifferenzkurven im relevanten Bereich, desto größer ist seine Zeitpräferenzrate im Tangentialpunkt und desto geringer seine Bereitschaft zur Ausbildung. Bei sehr großer Präferenz für Gegenwartseinkommen fällt der Tangentialpunkt mit  $R$  zusammen, d. h. der Haushalt verzichtet auf Ausbildung.

Wir berücksichtigen jetzt die Möglichkeit des Sparens/Entsparens, so dass Konsum und Einkommen einer Periode nicht mehr miteinander übereinzustimmen brauchen. In (12) sind dann die Konsumsummen  $c_t, c_{t+1}$  anstelle der Einkommen in die Nutzenfunktion einzusetzen. Zunächst wird angenommen, dass ein Angebot positiver Ersparnis als Kapital keine Zinseinnahmen und eine Nachfrage nach Kapital bei negativer Ersparnis keine Zinskosten verursacht. Die für ein Nutzenmaximum erforderliche Gleichheit der Steigung von Indifferenzkurve und Einkommenstransformationskurve muss nun nicht mehr in *einem* Punkt wie  $Q$  in Abb. 4.b realisiert sein. Vielmehr genügt es, wenn diese Gleichheit in zwei verschiedenen Punkten entlang einer Geraden ( $gg$ ) mit der Steigung minus eins erreicht wird wie in  $P$  und  $T$  in Abb. 5.a. Gemäß  $P$  wählt der Haushalt eine Ausbildungszeit, die der oben beschriebenen Maximierung der Einkommenssumme  $e_t + e_{t+1}$  entspricht; sie impliziert einen Grenzertrag zusätzlicher Ausbildung, gemessen in zusätzlichem Gesamteinkommen, von null. Aufgrund einer negativen Ersparnis  $IT$  in Periode  $t$ , die als Kapital (hier: zinsloses Darlehen) nachgefragt wird, und Rückzahlung in gleicher Höhe  $IP$  in Periode  $t+1$ , ist es dem Haushalt möglich, den Punkt  $T$  zu erreichen, der rechts von seiner Einkommenstransformationskurve liegt und höheren Nutzen als  $Q$  in Abb. 4.b repräsentiert.

Wir heben jetzt die Annahme zinslosen Sparens und Kreditnehmens auf und unterstellen einen positiven Zinssatz  $i$ . Da sich durch Sparen in Periode  $t$  der  $(1+i)$ -fache Betrag in Periode  $t+1$  erzielen lässt (bzw. ein in  $t$  aufgenommener Kredit in  $t+1$  mit dem  $(1+i)$ -fachen Betrag zurückzahlen ist), ist jetzt statt der

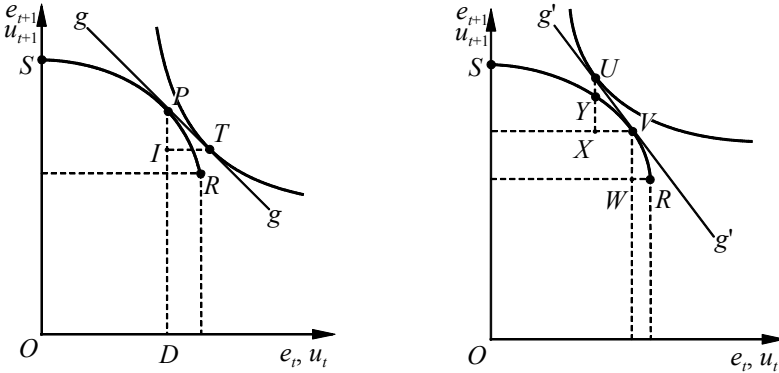


Abb. 5.a/b: Optimales Arbeitsangebot und Nutzenmaximierung bei Möglichkeit von (Ent-) Sparen, ohne Zins (Punkte  $P$  und  $T$ ) / mit Zins (Punkte  $Y$  und  $U$ )

Geraden  $gg$  mit der Steigung minus eins (Abb. 5.a) eine Gerade  $g'g'$  mit der absoluten Steigung  $1+i$  an die Kurve  $RS$  als Tangente anzulegen (vgl. Abb. 5.b) und auf dieser jener Punkt aufzusuchen, in dem die Gerade eine Indifferenzkurve berührt (Punkt  $U$ ). Der Haushalt wählt in Periode  $t$  die Ausbildungszeit also stets so, dass der Grenzertrag zusätzlicher Ausbildung gleich dem Zinssatz  $i$  ist. Der Punkt  $V$  in Abb. 5.b liegt stets rechts unterhalb des entsprechenden Punktes  $P$  in Abb. 5.a; das bedeutet, dass ein positiver Zins Ausbildung weniger lohnend macht. Man erkennt leicht, dass je höher der Zinssatz ist, desto weniger sich Ausbildung lohnt (weil die Gerade  $g'g'$  dann steiler verläuft). Nicht zwingend ist dagegen die Lage des sich im Beispiel der Abb. 5.b ergebenden Punktes  $U$  links von  $V$ , die bedeutet, dass der Haushalt in  $t$  auf den Teil  $WR$  des möglichen Einkommens zugunsten von Ausbildung verzichtet, wodurch sein Einkommen in  $t+1$  um  $WV$  steigt, und darüber hinaus den Teil  $XV$  seines Einkommens verzinslich spart, wodurch sein in  $t+1$  möglicher Konsum um  $XU$  steigt. Ersparnis beim Zinssatz  $i$  ist für den Haushalt günstiger als zusätzliche Ausbildung, denn mit letzterer ließe sich bei gleichem Konsumverzicht  $XV$  in  $t$  nur ein zusätzliches Einkommen in  $t+1$  von  $XY$  erzielen.

Tangierte die an  $SR$  gelegte Gerade mit der absoluten Steigung  $1+i$  eine Indifferenzkurve nicht links oberhalb, sondern rechts unterhalb von  $V$ , dann lohnte es sich für den Haushalt, in  $t$  negativ zu sparen, d. h. Kapital zum Zinssatz  $i$  aufzunehmen, um Zeit für Ausbildung zu gewinnen. Durch zusätzliche Ausbildung ließe sich dann nämlich ein höheres zusätzliches Einkommen in  $t+1$  erzielen als durch zum Zinssatz  $i$  angelegte Ersparnisse.

Abschließend bleibt anzumerken, dass die Erörterung des Problems der Ausbildung oder der *Bildung von Humankapital* oder der *Bildungsinvestitionen* hier unter zwei einschränkenden Voraussetzungen erfolgte. Zum einen wurde nur die Wirkung auf den zukünftigen Einkommenserwerb berücksichtigt, nicht eine unmittelbare Förderung des Nutzens durch Ausbildung, etwa aufgrund besseren

Verständnisses der Natur oder der Kultur. Zum anderen wurde stets vorausgesetzt, dass zunehmende Ausbildungszeit, wenn auch bei abnehmenden Ertragszuwächsen, mit höherer Entlohnung verbunden ist. In Wirklichkeit bestimmen das gesamte Angebot aller Haushalte an höher qualifizierter Arbeit und die gesamte Nachfrage nach solcher Arbeit deren Preis. Sowohl hohes Gesamtangebot als auch geringe Gesamtnachfrage können bewirken, dass *SR* flacher verläuft als oben unterstellt.



Grundzüge der mikroökonomischen Theorie

Schumann, J.; Meyer, U.; Ströbele, W.

2011, XVII, 542 S. 219 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-21224-6