Kapitel 8
Elastische Knickarmroboter

Um eine roboterunterstützte Produktion schneller zu machen und Energie zu sparen, kommen Leichtbauroboter zum Einsatz. Aufgrund des geringeren Gewichtes der bewegten Teile kann die Dynamik entscheidend erhöht werden. Diese Gewichtsreduktion führt aber auch auf einen Steifigkeitsverlust und damit zu einem schwingungsanfälligen System. Dieses Schwingungsproblem kann mit verschiedenen modellbasierten Regelungskonzepten gelöst werden. In einem ersten Schritt wird also das dynamischen Modell mit allen Details hergeleitet. Um ein strukturiertes Vorgehen zu ermöglichen, wird die Projektionsgleichung in Subsystemdarstellung in Kombination mit dem RITZ Verfahren verwendet. Die Regelung besteht aus modellbasierter Vorsteuerung, Kompensation der quasistatischen Verschiebungen und einer PD-Gelenkregelung. Außerdem sorgt eine Krümmungsrückführung für das Ausdämpfen der Schwingungen. Experimentelle Ergebnisse zeigen die Wirksamkeit der vorgeschlagenen Verfahren.

8.1 Aufbau

Abb. 8.1 zeigt den Aufbau des untersuchten Roboters. Von der Konstruktion her entspricht er einem Standard Knickarmroboter. Der Antrieb erfolgt über Gleichstrommotoren, die das Moment mit HARMONIC DRIVE Getrieben auf die elastischen Balken übertragen. Die Verbindungen bestehen aus elastischen Aluminiumbalken. An diesen sind an diskreten Stellen Dehnmessstreifen zur Messung der Krümmungen angebracht. Diese werden in weiterer Folge für die aktive Schwingungsdämpfung verwendet. Alternativ können die elastischen Schwingungen auch mit Beschleunigungs- und Gyrosensoren am Ellbogen und Endpunkt gemessen werden.

H. Gattringer, *Starr-elastische Robotersysteme*, DOI 10.1007/978-3-642-22828-5_8,

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011

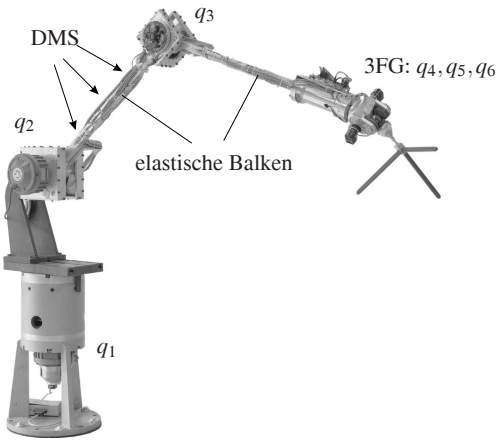


Abb. 8.1 Elastischer Knickarmroboter der JKU Linz

8.2 Modellbildung

Der Roboter besteht aus der Basis, Oberarm und Unterarm und dem Endeffektorsystem. Die Basis (Freiheitsgrad q_1) wird durch einen Motor mit HARMONIC DRIVE Getriebe bewegt. Es folgen zwei identische Subsysteme, welche aus Motor, HARMONIC DRIVE Getriebe, elastischer Balken und Endmasse bestehen. Für diese soll in weiterer Folge das Subsystem exemplarisch hergeleitet werden. Die letzte Baugruppe kann ebenfalls wieder zusammengefasst werden. Für die Herleitung des dynamischen Modells dieses Subsystems wird auf [Mit05] verwiesen.

8.2.1 Elastischer Balken mit Motor, Getriebe und Endmasse

Zur vollständigen Beschreibung des Subsystems bieten sich die Geschwindigkeiten

$$\dot{\mathbf{y}}_n^T = (\mathbf{v}_o^T \;\; \omega_F^T \;\; \Omega_M \;\; \Omega_A \;\; \dot{\mathbf{q}}_R)_n \tag{8.1}$$

mit $\mathbf{v}_o, \omega_F$ als Führungstranslations- und Führungsrotationsgeschwindigkeiten an. Die relativen Motor- respektive Armgeschwindigkeiten werden mit Ω_M und Ω_A bezeichnet. Zur Beschreibung der elastischen Deformationen werden die RITZkoeffizienten $\dot{\mathbf{q}}_R^T = (\dot{\mathbf{q}}_\vartheta^T \;\; \dot{\mathbf{q}}_v^T \;\; \dot{\mathbf{q}}_w^T)$ herangezogen. Als Drehachse wird die y-Achse definiert $\mathbf{e}_D = \mathbf{e}_2$. In Abb. 8.2 sind die Verhältnisse graphisch dargestellt.

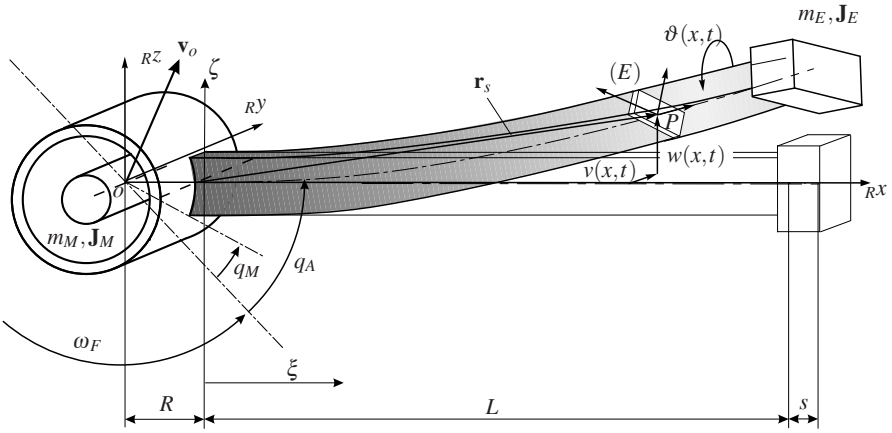


Abb. 8.2 Subsystem Motor, Getriebe, elastischer Arm mit Endmasse

8.2.1.1 Kinematische Kette

Die kinematische Verbindung zwischen dem n-ten Subsystem und seinem Vorgänger $p(n)$ lautet

$$\dot{\mathbf{y}}_n = \mathbf{T}_{np}\dot{\mathbf{y}}_p + \mathbf{F}_n\dot{\mathbf{q}}_n, \tag{8.2}$$

mit

$$\mathbf{T}_{np}\dot{\mathbf{y}}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{np} & \mathbf{A}_{np}\,{}_p\tilde{\mathbf{r}}_{np}^T & 0 & \mathbf{A}_{np}\,{}_p\tilde{\mathbf{r}}_{np}^T\,\mathbf{e}_3 & \mathbf{A}_{np}\dfrac{\partial \mathbf{r}_{np}}{\partial \mathbf{q}} \\ 0 & \mathbf{A}_{np} & 0 & \mathbf{A}_{np}\,\mathbf{e}_3 & \mathbf{A}_{np}\dfrac{\partial \varphi_{np}}{\partial \mathbf{q}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\Bigg|_e \begin{pmatrix} \mathbf{v}_o \\ \omega_F \\ \Omega_M \\ \Omega_A \\ \dot{\mathbf{q}}_R \end{pmatrix}_p \tag{8.3}$$

und

$$\mathbf{F}_n\dot{\mathbf{q}}_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ i_G & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{E} \end{bmatrix}_n \begin{pmatrix} \dot{q}_M \\ \dot{q}_A \\ \dot{\mathbf{q}}_R \end{pmatrix}_n . \tag{8.4}$$

Die Matrix $\mathbf{T}_{np}$ muss klarerweise am Ende des Armes ausgewertet werden (Index (e)). Für eine korrekte Erfassung der dynamischen Anteile der nachfolgenden Subsysteme muss diese Matrix vollständig bis zur *ersten* Ordnung der elastischen Verschiebungen angegeben werden. Wie in Abb. 8.2 ersichtlich, setzt sich das System aus einem starren (Länge R), einem elastischen (Länge L) und wieder einem starren Anteil (Endmasse, Länge s) zusammen. Für den Verbindungsvektor ergibt das

$$\mathbf{r}_{np} = \mathbf{r}_s(L) + \tilde{\varphi}(L)\mathbf{e}_1 s \tag{8.5}$$

$$\mathbf{r}_s(\xi) = \begin{pmatrix} R+\xi \\ v(\xi,t) \\ w(\xi,t) \end{pmatrix}. \tag{8.6}$$

Für $\mathbf{r}$ und φ in $(\partial\mathbf{r}/\partial\mathbf{q})$ und $\partial\varphi/\partial\mathbf{q}$ müssen daher die Verschiebungsfelder *zweiter* Ordnung berücksichtig werden, siehe auch Gl.(6.39).

8.2.1.2 Elastischer Balken mit Endmasse

Die allgemeine Vorgehensweise zur Bestimmung der Subsystemgleichung der elastischen Körper wird detailliert in Kap. 6.2 hergeleitet. Für den Vektor der Zwischengeschwindigkeiten $\dot{\tilde{\mathbf{y}}}$ erhält man mit eingesetztem RITZansatz

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_o \\ \omega_o \\ \dot{\mathbf{r}}_s \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{E} & 0 & \mathbf{e}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{e}_2\mathbf{v}^T & \mathbf{e}_3\mathbf{w}^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{e}_1\vartheta'^T & \mathbf{e}_3\mathbf{v}'^T & -\mathbf{e}_2\mathbf{w}'^T \end{bmatrix}}_{\overline{\overline{\mathbf{F}}}\Psi^T} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_o \\ \omega_F \\ \Omega_M \\ \Omega_A \\ \dot{\mathbf{q}}_\vartheta \\ \dot{\mathbf{q}}_v \\ \dot{\mathbf{q}}_w \end{pmatrix}. \tag{8.7}$$

Mit der Massenmatrix des Grundelements

$$d\overline{\overline{\mathbf{M}}} = \begin{bmatrix} dm\mathbf{E} & 0 \\ 0 & {}_R d\mathbf{J} \end{bmatrix}, \tag{8.8}$$

und der allgemeinen Form vom $\overline{\overline{\mathbf{F}}}$, die die Schwerpunktgeschwindigkeiten auf die Zwischengeschwindigkeiten abbildet, siehe Gl.(4.6), erhält man die Dynamikmatrizen des Zwischensystems

$$d\overline{\mathbf{M}} = \overline{\overline{\mathbf{F}}}^T d\overline{\overline{\mathbf{M}}}\overline{\overline{\mathbf{F}}} \tag{8.9}$$

$$d\overline{\mathbf{G}} = \overline{\overline{\mathbf{F}}}^T d\overline{\overline{\mathbf{M}}}\dot{\overline{\overline{\mathbf{F}}}} + \overline{\overline{\mathbf{F}}}^T d\dot{\overline{\overline{\mathbf{M}}}}\overline{\overline{\mathbf{F}}} + \overline{\overline{\mathbf{F}}}^T \tilde{\Omega} d\overline{\overline{\mathbf{M}}}\overline{\overline{\mathbf{F}}} \tag{8.10}$$

$$d\overline{\mathbf{Q}} = \overline{\overline{\mathbf{F}}}^T \begin{pmatrix} d\mathbf{f}^e \\ d\mathbf{M}^e \end{pmatrix}. \tag{8.11}$$

In der Matrix $d\overline{\overline{\mathbf{M}}}$ musste der Trägheitstensor, der ja in jedem elementfesten dm konstant (Koordinatensystem (E)) ist mit Gl.(5.43) auf das Referenzsystem (R) transformiert werden. Mit $\overline{\overline{\mathbf{F}}}\Psi^T$ aus Gl.(8.7) können die Subsystemmatrizen über

$$\mathbf{M}_{el} = \int_{o}^{R+L+s} ((\overline{\mathbf{F}}\Psi^T)^T d\overline{\mathbf{M}}\overline{\mathbf{F}}\Psi^T)dx \tag{8.12}$$

$$\mathbf{G}_{el} = \int_{o}^{R+L+s} ((\overline{\mathbf{F}}\Psi^T)^T d\overline{\mathbf{G}}\overline{\mathbf{F}}\Psi^T)dx \tag{8.13}$$

$$\mathbf{Q}_{el} = \int_{o}^{R+L+s} ((\overline{\mathbf{F}}\Psi^T)^T d\overline{\mathbf{Q}}) + \left(\frac{\partial \dot{dV}_{el}}{\partial \dot{\mathbf{y}}}\right) dx, \tag{8.14}$$

mit dem elastischen Potential aus Gl.(5.37), berechnet werden. Die elastischen Rückstellungskräfte werden formal über die Zeitableitung in die Subsystemgleichungen gebracht. Dieser Schritt ist aufgrund der nichholonomen $\mathbf{v}_o$ und ω_F notwendig. Diese Kräfte betreffen aber lediglich die RITZkoordinaten $\mathbf{q}_R$ die aber holonom sind. Durch einfaches Einsetzen überzeugt man sich schnell von der Identität

$$\left(\frac{\partial \dot{dV}_{el}}{\partial \dot{\mathbf{y}}}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left(\frac{\partial dV_{el}}{\partial \mathbf{q}_R}\right) \end{pmatrix}. \tag{8.15}$$

Die Integrationsgrenzen in den Gleichungen 8.12 bis 8.13 deuten bereits an, dass die Starrkörperanteile über das Integral berücksichtigt werden. Die Massen- und Trägheitsverteilungen ($dm = \frac{\partial m}{\partial x}dx, d\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial x}dx$) lautet damit

$$\frac{\partial m}{\partial x} = m_R\vec{\delta}(x) + \rho A[\sigma(x-R) - \sigma(x-R-L)] + m_E\vec{\delta}(x-R-L-s) \tag{8.16}$$

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial x} = \mathbf{J}_R\vec{\delta}(x) + \rho \mathbf{I}[\sigma(x-R) - \sigma(x-R-L)] + \mathbf{J}_E\vec{\delta}(x-R-L-s), \tag{8.17}$$

mit der Sprungfunktion σ und der Diracfunktion $\vec{\delta}$. Die Ansatzfunktionen in die drei Richtungen müssen also diesen Abschnitten angepasst werden. Exemplarisch lauten sie für die y-Richtung

$$\mathbf{v}(x) = \begin{cases} 0 \\ \mathbf{v}(x) \\ \mathbf{v}(L) + \mathbf{v}'(L)x \end{cases}, \ \mathbf{v}'(x) = \begin{cases} 0 & : \ x \leq R \\ \mathbf{v}'(x) & : \ R < x \leq R+L \\ \mathbf{v}'(L) & : \ R+L < x < R+L+s \end{cases}. \tag{8.18}$$

8.2.1.3 Dynamische Steifigkeitsmatrix

Die theoretischen Hintergründe der dynamischen Steifigkeit wurden in Kap. 5.5 hergeleitet. Aufgrund ihrer geringen Wirkung werden in den Kräften und Momenten

nullter Ordnung die Anteile der Starrkörperdynamik vernachlässigt. Es bleiben also nur die eingeprägten Kräfte und Momente übrig

$$\begin{pmatrix} d\mathbf{f}^{(o)} \\ d\mathbf{M}^{(o)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d\mathbf{f}^{e} \\ d\mathbf{M}^{e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{RI}\, {}_I\mathbf{g} \frac{\partial m}{\partial x} dx \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{8.19}$$

siehe Gl.(6.22). Damit kann direkt in die dynamische Steifigkeitsmatrix Gl.(6.21) eingesetzt werden. Es fallen also keine Anteile in der Massenmatrix und der $\mathbf{G}-$ Matrix an. Die dynamische Steifigkeitsmatrix lautet

$$\mathbf{K}_{n,el} = \int_o^{L_g} \left[\begin{array}{c|c|c} 0 & \int_x^{L_g} \left[\frac{df_z^{(o)}}{d\xi}(\xi - x)d\xi\right] d\xi\, \vartheta' \mathbf{v}'^T - \int_x^{L_g} \frac{df_z^{(o)}}{d\xi} d\xi\, \vartheta \mathbf{v}'^T & -\int_x^{L_g} \left[\frac{df_y^{(o)}}{d\xi}(\xi - x)d\xi\right] d\xi\, \vartheta' \mathbf{w}'^T + \int_x^{L_g} \frac{df_y^{(o)}}{d\xi} d\xi\, \vartheta \mathbf{w}'^T \\ \hline & \int_x^{L_g} \frac{df_x^{(o)}}{d\xi} d\xi\, \mathbf{v}' \mathbf{v}'^T & 0 \\ \hline symm. & & \int_x^{L_g} \frac{df_x^{(o)}}{d\xi} d\xi\, \mathbf{w}' \mathbf{w}'^T \end{array}\right] dx, \tag{8.20}$$

wobei die Reihenfolge der elastischen Freiheitsgrade $\mathbf{q}_R^T = (\mathbf{q}_\vartheta^T \;\; \mathbf{q}_v^T \;\; \mathbf{q}_w^T)$ entspricht und damit gegenüber Gl.(6.21) vertauscht wurde. Auch die Anteile der Endmasse werden direkt durch die Integrale erfasst, indem in Gl.(8.20) wieder die Massenverteilung aus Gl.(8.16) eingesetzt und über den gesamten Balken $L_g = R + L + s$ integriert wird. Eine explizite Auswertung der auftretenden Integrale findet man in [Bre08]. Schlussendlich kann die dynamische Steifigkeitsmatrix an der entsprechenden Stelle direkt in das Subsystem eingebunden werden

$$\mathbf{K}_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_{n,el} \end{bmatrix}. \tag{8.21}$$

8.2.1.4 Motor- Getriebe

Die Motor-Getriebeeinheit wird als Starrkörper mit elastischer Feder modelliert und so ins Subsystem aufgenommen. Die Zwischengeschwindigkeiten werden wieder durch die Subsystemgeschwindigkeiten dargestellt

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_o \\ \omega_o \\ \dot{\mathbf{r}}_s \\ \omega \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{E} & 0 & \mathbf{e}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{e}_2 & -\mathbf{e}_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{F}}} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_o \\ \omega_F \\ \Omega_M \\ \Omega_A \\ \dot{\mathbf{q}}_\vartheta \\ \dot{\mathbf{q}}_v \\ \dot{\mathbf{q}}_w \end{pmatrix}. \tag{8.22}$$

Ein direktes Einsetzen in Gl.(4.14) liefert die Dynamikmatrizen des Motors $\mathbf{M}_{Mot}$, $\mathbf{G}_{Mot}$ und $\mathbf{Q}_{g,Mot}$. In der generalisierten Kraft sind vorerst nur die Gravitationsanteile des Motorläufers enthalten. Der Motor (Antriebsmoment) und das Getriebe (Elastizität) werden wieder analog zu Kap. 4.2 über die virtuelle Arbeit eingefügt. Die virtuellen Arbeit der Getriebefeder ist

$$\delta W_{Gn} = -\delta \mathbf{q}_n^T (\partial V_G / \partial \mathbf{q})_n^T, \text{ mit } V_{Gn} = c_n (q_{An} - q_{Mn})^2/2 \tag{8.23}$$

bzw. für das Motormoment gilt

$$\delta W_M = \delta(i_G\, q_M)(M_{Mot}). \tag{8.24}$$

Die gesamte virtuelle Arbeit, in die entsprechenden Anteile aufgespaltet, lautet

$$\delta W_{GM,n} = \delta \mathbf{q}_n^T \mathbf{Q}_n = \begin{pmatrix} \delta q_M & \delta q_A & \delta \mathbf{q}_e \end{pmatrix}_n \begin{pmatrix} c(q_A - q_M) + i_G M_{Mot} \\ -c(q_A - q_M) \\ 0 \end{pmatrix}_n. \tag{8.25}$$

Mit der verallgemeinerten Inversen von $\mathbf{F}_n^+$ aus Gl.(8.4)

$$\mathbf{F}_n^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{i_G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{E} \end{bmatrix}_n \tag{8.26}$$

folgt für die generalisierten Subsystemkräfte analog zu Gl.(4.76)

$$\mathbf{Q}_{GM} = \mathbf{F}_n^+ \mathbf{Q}_n \tag{8.27}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{c(q_A - q_M)}{i_G} + M_{Mot} \\ -c(q_A - q_M) \\ 0 \end{pmatrix}_n. \tag{8.28}$$

Die generalisierte Subsystemkraft setzt sich also aus den Gravitationsanteilen und den Getriebe- Antriebsmomentenanteilen zusammen

$$\mathbf{Q}_{Mot} = \mathbf{Q}_{g,Mot} + \mathbf{Q}_{GM}. \tag{8.29}$$

8.2.1.5 Subsystem elastischer Balken mit Motor, Getriebe und Endmasse

Die Bewegungsgleichung dieses Subsystems

$$\mathbf{M}_n\ddot{\mathbf{y}}_n + \mathbf{G}_n\dot{\mathbf{y}}_n - \mathbf{Q}_n - \mathbf{Q}_n^z = 0 \tag{8.30}$$

besteht aus den Anteilen

$$\mathbf{M}_n = \mathbf{M}_{el} + \mathbf{M}_{Mot} \tag{8.31}$$
$$\mathbf{G}_n = \mathbf{G}_{el} + \mathbf{G}_{Mot} \tag{8.32}$$
$$\mathbf{Q}_n = \mathbf{Q}_{el} + \mathbf{Q}_{Mot} - \mathbf{K}_n\mathbf{y}. \tag{8.33}$$

8.2.2 Gesamtsystem

Durch Aufstellen der kinematischen Kette für den gesamten Roboter und der Berechnung aller Subsysteme kann die Bewegungsgleichung als

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{8.34}$$

angeschrieben werden. Die Minimalkoordinaten sind

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_M \in \mathbb{R}^6 \\ \mathbf{q}_A \in \mathbb{R}^6 \\ \mathbf{q}_e \in \mathbb{R}^{10} \end{pmatrix}. \tag{8.35}$$

Jedem der 6 Gelenke wird also eine Motor- und Armkoordinate zugeordnet. Die beiden elastischen Balken werden jeweils durch einen Torsions- und zwei Biegeansatzfunktionen in $y-$ und $z-$ Richtung beschrieben (Koordinaten $\mathbf{q}_e = \mathbf{q}_R$). Die Stelleingriffsmatrix lautet

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{8.36}$$

Es werden also nur die Motorkoordinaten direkt aktuiert.
Die Qualität des Simulationsmodells kann mit Abb. 8.3 gezeigt werden. Der Roboter bewegt sich auf einer Geraden im Raum. Dabei werden die Fehler in $x-, y-$ und $z-$ Richtung der Simulation mit einer Messung am Roboter verglichen. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung.

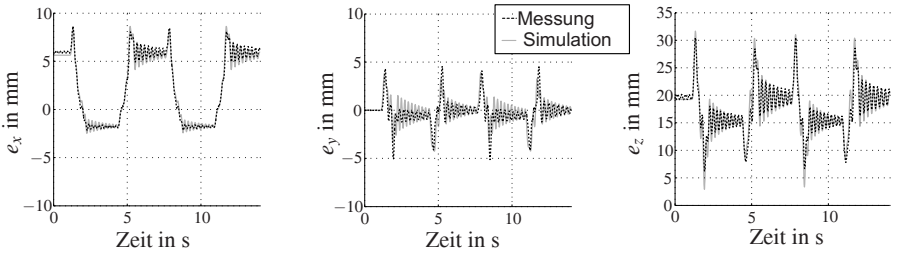


Abb. 8.3 Vergleich der Endpunktfehler bei Simulation und Messung

8.3 Regelung

8.3.1 Quasistatische Korrektur der elastischen Deformationen - Minimalform

Eine TAYLORreihenentwicklung von Gl.(8.34) um eine Referenzbahn $\mathbf{q}_R$,

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_o + \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_R \\ \mathbf{q}_R \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{y}_M \\ \mathbf{y}_A \\ \mathbf{q}_e \end{pmatrix} \tag{8.37}$$

in Kombination mit einer Aufteilung des Stelleingriffs $\mathbf{u}$ in eine Vorsteuerung $\mathbf{u}_o$ und einen Rückführungsanteil $\mathbf{u}_c$ ergibt

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{MM} & \mathbf{M}_{MA} & \mathbf{M}_{Me} \\ \mathbf{M}_{MA}^T & \mathbf{M}_{AA} & \mathbf{M}_{Ae} \\ \mathbf{M}_{Me}^T & \mathbf{M}_{Ae}^T & \mathbf{M}_{ee} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_R \\ \ddot{\mathbf{q}}_R \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{g}_{o,M} \\ \mathbf{g}_{o,A} \\ \mathbf{g}_{o,e} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{u}_o \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} +}_{-\mathbf{h}_o}$$

$$\mathbf{M}_o \ddot{\mathbf{y}} + \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)\Big|_o}_{\mathbf{P}_o} \dot{\mathbf{y}} + \underbrace{\left(\frac{\partial (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{g})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)\Big|_o}_{\mathbf{Q}_o} \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{8.38}$$

Aufgrund der Linearisierung um die Referenzbahn sind die Dynamikmatrizen klarerweise zeitvariant $\mathbf{M}_o(\mathbf{q}_o), \mathbf{P}_o(\mathbf{q}_o, \dot{\mathbf{q}}_o)$ und $\mathbf{Q}_o(\mathbf{q}_o, \dot{\mathbf{q}}_o, \ddot{\mathbf{q}}_o)$. Die Linearisierungsterme $\mathbf{h}_o$ können aufgrund nur eines Stelleingriffes $\mathbf{u}_o$ nicht verschwinden. Für die Steuerung wird das System daher auf den ideal starren Fall reduziert. Mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit erhält man für $\mathbf{u}_o$

$$\mathbf{u}_o = (\mathbf{M}_{MM} + \mathbf{M}_{MA} + \mathbf{M}_{MA}^T + \mathbf{M}_{AA})\ddot{\mathbf{q}}_R + (\mathbf{g}_{o,M} + \mathbf{g}_{o,A}). \tag{8.39}$$

Da $\mathbf{h}_o$ mit dieser Vorsteuerung nicht eliminiert werden kann, wirkt es als Störung für die elastischen Gleichungen (Terme *erster* Ordnung bei der Taylor Entwicklung),

siehe Gl.(8.38). Man erhält für diesen Anteil

$$-\mathbf{h}_o = \begin{pmatrix} -\left(\left[\mathbf{M}_{MA}^T + \mathbf{M}_{AA}\right]\ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{g}_{o,A}\right) \\ \left[\mathbf{M}_{MA}^T + \mathbf{M}_{AA}\right]\ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{g}_{o,A} \\ \left[\mathbf{M}_{Me}^T + \mathbf{M}_{Ae}^T\right]\ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{g}_{o,e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{f}_R \\ \mathbf{f}_R \\ \mathbf{f}_{eR} \end{pmatrix}. \tag{8.40}$$

Um den Berechnungsaufwand für $\mathbf{y}$ zu reduzieren, wird der Einfluss von $\mathbf{M}_o$ und $\mathbf{P}_o$ vernachlässigt, was auf die quasistatische Lösung (Index Q) für die Abweichungen *erster* Ordnung führt. Die Gelenkregelung eliminiert in weiterer Folge die Abweichung $\mathbf{y}_{MQ} = 0$. Mit diesen Annahmen reduziert sich Gl.(8.38) zu

$$\begin{pmatrix} -\mathbf{f}_R \\ \mathbf{f}_R \\ \mathbf{f}_{eR} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{MM} & \mathbf{Q}_{MA} & \mathbf{Q}_{Me} \\ \mathbf{Q}_{AM} & \mathbf{Q}_{AA} & \mathbf{Q}_{Ae} \\ \mathbf{Q}_{eM} & \mathbf{Q}_{eA} & \mathbf{Q}_{ee} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{y}_{AQ} \\ \mathbf{q}_{eQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{cQ} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{8.41}$$

Aus der zweiten und dritten Zeile erhält man also die quasistatischen Verschiebungen

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_{AQ} \\ \mathbf{q}_{eQ} \end{pmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{AA} & \mathbf{Q}_{Ae} \\ \mathbf{Q}_{eA} & \mathbf{Q}_{ee} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_R \\ \mathbf{f}_{eR} \end{pmatrix} \tag{8.42}$$

die klarerweise von der Referenzbahn abhängen. Der Endpunkt des elastischen Roboters weicht von der Sollposition und Sollorientierung um den Vektor $\Delta\mathbf{z}_E$ ab. Diese Abweichung des Ortsvektors hängt von den Arm- und den elastischen Koordinaten ab

$$\Delta\mathbf{z}_E = \underbrace{\begin{bmatrix} \dfrac{\partial\mathbf{v}_E}{\partial\dot{\mathbf{q}}_A} & \dfrac{\partial\mathbf{v}_E}{\partial\dot{\mathbf{q}}_e} \\ \dfrac{\partial\omega_E}{\partial\dot{\mathbf{q}}_A} & \dfrac{\partial\omega_E}{\partial\dot{\mathbf{q}}_e} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_E} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_A \\ \mathbf{q}_e \end{pmatrix}. \tag{8.43}$$

Sie soll über die Referenzbahn korrigiert werden

$$\Delta\mathbf{z}_{E,R} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dfrac{\partial\mathbf{v}_E}{\partial\dot{\mathbf{q}}_R} \\ \dfrac{\partial\omega_E}{\partial\dot{\mathbf{q}}_R} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{E,R}} \Delta\mathbf{q}_R. \tag{8.44}$$

Ziel ist es nun, den Fehler zu kompensieren. Die Forderung $\Delta\mathbf{z}_E + \Delta\mathbf{z}_{E,R} = 0$ ergibt die Bahnkorrektur der Referenzbahn

$$\Delta\mathbf{q}_R = -\mathbf{F}_{E,R}^{+}\mathbf{F}_E \begin{pmatrix} \mathbf{y}_{AQ} \\ \mathbf{q}_{eQ} \end{pmatrix} \tag{8.45}$$

($(\ )^+$: verallgemeinerte Inverse), siehe auch [Kle89]. Abb. 8.4 zeigt die Korrektur der elastischen Deformationen. Werden die Gelenke auf die Referenzbahn geregelt,

so ergibt sich die gepunktete Position des Roboters, mit dem Endpunktfehler $\Delta\mathbf{z}_E$. Durch die Korrektur der einzelnen Gelenke um die Winkel Δq_i steht der Roboterendpunkt auf der Sollposition.

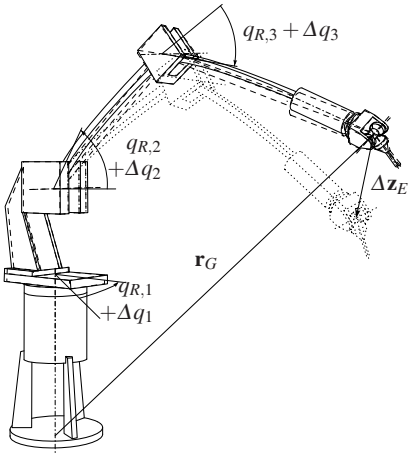


Abb. 8.4 Zur Bahnkorrektur beim elastischen Roboter

8.3.2 Quasistatische Korrektur der elastischen Deformationen - Rekursive Form

Die Berechnungen des vorigen Abschnittes sind insbesonders für große elastische Mehrkörpersysteme relativ aufwendig. Man denke beispielsweise an eine Betonpumpe wo bis zu 7 elastische Subsysteme in Serie verbunden sind. Eine Vereinfachung gelingt, wenn man abermals die Struktur des Systems betrachtet, und auf die handhabbaren Subsysteme übergeht. Bei der Projektionsmethode werden die Zwangskräfte zwischen den Subsystemen, die nichts zur Bewegung beitragen, über die Funktionalmatrizen $\mathbf{F}_i$ ausgeblendet. Vermeidet man vorerst diese Projektion in den Minimalraum so können die Zwangskräfte explizit berechnet werden

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1^z \\ \mathbf{Q}_2^z \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_{N-1}^z \\ \mathbf{Q}_N^z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{T}_{21}^T & .... & \mathbf{T}_{N,1}^T \\ & \mathbf{E} & & \\ & & .... & \vdots \\ & & \mathbf{E} & \mathbf{T}_{N,N-1}^T \\ & & & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M}_1\ddot{\mathbf{y}}_1 + \mathbf{G}_1\dot{\mathbf{y}}_1 - \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{M}_2\ddot{\mathbf{y}}_2 + \mathbf{G}_2\dot{\mathbf{y}}_2 - \mathbf{Q}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{M}_{N-1}\ddot{\mathbf{y}}_{N-1} + \mathbf{G}_{N-1}\dot{\mathbf{y}}_{N-1} - \mathbf{Q}_{N-1} \\ \mathbf{M}_N\ddot{\mathbf{y}}_N + \mathbf{G}_N\dot{\mathbf{y}}_N - \mathbf{Q}_N \end{pmatrix}. \tag{8.46}$$

Für die Zwangskräfte der einzelnen Subsysteme kann diese Gleichung effektiv beginnend beim letzten Subsystem bis zum ersten ausgewertet werden

$$\mathbf{Q}_p^z = \mathbf{M}_p\ddot{\mathbf{y}}_p + \mathbf{G}_p\dot{\mathbf{y}}_p - \mathbf{Q}_p + \mathbf{T}_{ip}^T\mathbf{Q}_i^z, \quad p = N-1..1. \tag{8.47}$$

Diese Zwangskräfte sind in den Subsystemkoordinaten dargestellt und sind daher analog zu den beschreibenden Subsystemgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{y}}_n^T = (\mathbf{v}_o^T \;\; \omega_F^T \;\; \Omega_M \;\; \Omega_A \;\; \dot{\mathbf{q}}_e^T)_n$ aufgebaut. Vektor $\mathbf{Q}_n^z = (\mathbf{F}_o^{zT} \;\; \mathbf{M}_F^{zT} \;\; M_M^z \;\; M_A^z \;\; \mathbf{M}_e^{zT})_n$ enthält daher die Zwangskräfte am Koppelpunkt des Subsystems, wobei $\mathbf{F}_o^z, \mathbf{M}_F^z$ die Kräfte und Momente, die über die Lagerung aufgefangen werden müssen, darstellen. Diese sind für Auslegungsaufgaben wichtig.
Die Projektion in den Minimalraum zum Aufstellen der Bewegungsgleichung lautet mit den Zwangskräften

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_1^T & 0 & .... & 0 \\ & \mathbf{F}_2^T & & \\ & & .... & : \\ & & \mathbf{F}_{N-1}^T & 0 \\ & & & \mathbf{F}_N^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1^z \\ \mathbf{Q}_2^z \\ : \\ \mathbf{Q}_{N-1}^z \\ \mathbf{Q}_N^z \end{pmatrix} = 0, \text{ bzw. } \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1^T \mathbf{Q}_1^z \\ \mathbf{F}_2^T \mathbf{Q}_2^z \\ : \\ \mathbf{F}_{N-1}^T \mathbf{Q}_{N-1}^z \\ \mathbf{F}_N^T \mathbf{Q}_N^z \end{pmatrix} = 0. \tag{8.48}$$

Durch die Form der lokalen Funktionalmatrizen

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ i_G & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{E} \end{bmatrix} \tag{8.49}$$

($\dot{\mathbf{q}}_i^T = (\dot{q}_M \;\; \dot{q}_A \;\; \dot{\mathbf{q}}_e)$) ergibt sich durch Auswertung von Gl.(8.48) die Bewegungsgleichung mit folgender Reihenfolge der Minimalkoordinaten

$$\mathbf{q}^T = (\mathbf{q}_1^T \;\; \mathbf{q}_2^T \;\; .. \;\; \mathbf{q}_{N-1}^T \;\; \mathbf{q}_N^T). \tag{8.50}$$

Die Auswertung der i-ten Blockzeilen in Gl.(8.48) ergibt daher die i-ten Blockzeilen in der gesamten Bewegungsgleichung in Minimalform. Die Linearisierung um die Referenzbahn wird jetzt für diese einzelnen Blockzeilen aus Gl.(8.48) durchgeführt. Es folgt also

$$\begin{aligned} &\mathbf{F}_i^T \mathbf{Q}_i^z \\ &\approx \underline{(\mathbf{F}_i^T \mathbf{Q}_i^z)|_R} + \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{F}_i^T \mathbf{Q}_i^z}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_i} \right)\Big|_R}_{\mathbf{M}_{o,i}} \ddot{\mathbf{y}}_{l,i} + \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{F}_i^T \mathbf{Q}_i^z}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \right)\Big|_R}_{\mathbf{P}_{o,i}} \dot{\mathbf{y}}_{l,i} + \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{F}_i^T \mathbf{Q}_i^z}{\partial \mathbf{q}_i} \right)\Big|_R}_{\mathbf{Q}_{o,i}} \mathbf{y}_{l,i} = 0, \end{aligned} \tag{8.51}$$

mit

$$\begin{pmatrix} q_M \\ q_A \\ \mathbf{q}_e \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} q_R \\ q_R \\ 0 \end{pmatrix}_i + \underbrace{\begin{pmatrix} y_{l,M} \\ y_{l,A} \\ \mathbf{q}_e \end{pmatrix}_i}_{\mathbf{y}_{l,i}}. \tag{8.52}$$

Der Index l kennzeichnet hier die linearisierten Koordinaten, im Gegensatz zu den beschreibenden Subsystemkoordinaten. Die Berechnung von $\mathbf{Q}_{o,i}$ erweist sich bei genauerer Betrachtung als sehr einfach. Die i-te Zwangskraft $\mathbf{Q}_i^z$ enthält die Anteile des i-ten Subsystems und aller nachfolgender, über Gl.(8.47). Die nachfolgenden Subsysteme hängen aber nicht von den aktuellen Relativkoordinaten $\mathbf{q}_i$ ab, und verschwinden bei der Differentiation. Die Berechnung von $\mathbf{Q}_{o,i}$ vereinfacht sich daher entscheidend:

$$\mathbf{Q}_{o,i} = \left(\frac{\partial \mathbf{F}_i^T \mathbf{Q}_i^z}{\partial \mathbf{q}_i} \right) = \left(\frac{\partial \mathbf{F}_i^T \mathbf{Q}_i}{\partial \mathbf{q}_i} \right). \tag{8.53}$$

Der unterstrichene Term in Gl.(8.51) hat eine ähnliche Form wie Gl.(8.38)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{MM} & M_{MA} & \mathbf{M}_{Me} \\ M_{MA}^T & M_{AA} & \mathbf{M}_{Ae} \\ \mathbf{M}_{Me}^T & \mathbf{M}_{Ae}^T & \mathbf{M}_{ee} \end{bmatrix}_i \begin{pmatrix} \ddot{q}_R \\ \ddot{q}_R \\ 0 \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} g_{o,M} \\ g_{o,A} \\ \mathbf{g}_{o,e} \end{pmatrix}_i - \begin{pmatrix} u_o \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_i}_{-\mathbf{h}_{o,i}} \tag{8.54}$$

und wird wieder mit $\mathbf{h}_{o,i}$ abgekürzt. Natürlich kommen in dieser Gleichung auch die Referenzgrößen der anderen Subsysteme vor. Diese Kopplungen stehen vor allem im $\mathbf{g}_i$ Vektor. Die Referenzsteuerung $u_{o,i}$ dringt auf alle Koordinaten durch und $\mathbf{h}_{o,i}$ kann nicht verschwinden. Er stellt einen Fehlervektor dar, ist aber vollständig bekannt. Für die Steuerungsauslegung (Referenzbahn $\mathbf{q}_R$) geht man auf den ideal starren Fall über, welcher durch die Koordinaten q_R gegeben ist. Durch Sperren der elastischen Freiheitsgrade (neue Koordinaten q_R)

$$\begin{pmatrix} q_R \\ q_R \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} q_R \tag{8.55}$$

in Gl.(8.54) erhält man

$$u_{o,i} = \left[M_{MM} + M_{MA} + M_{MA}^T + M_{AA} \right] \ddot{q}_R + (g_{o,M} + g_{o,A}). \tag{8.56}$$

Setzt man diese Vorsteuerung in Gl.(8.54) ein, ergibt sich für $\mathbf{h}_{o,i}$

$$-\mathbf{h}_{o,i} = \begin{pmatrix} \left[M_{MA}^T + M_{AA} \right] \ddot{q}_R + g_{o,A} \\ \left[M_{MA}^T + M_{AA} \right] \ddot{q}_R + g_{o,A} \\ \left[\mathbf{M}_{Me}^T + \mathbf{M}_{Ae}^T \right] \ddot{q}_R + \mathbf{g}_{o,e} \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} -f_R \\ f_R \\ \mathbf{f}_{eR} \end{pmatrix}_i. \tag{8.57}$$

Diese sind identisch mit den Einträgen in Gl.(8.40). Ihre Reihenfolge ist aber aufgrund der Anordnung der Freiheitsgrade eine andere. Mit Gl.(8.57) erhält man für Gl.(8.51)

$$\mathbf{M}_o \ddot{\mathbf{y}}_{l,i} + \mathbf{P}_o \dot{\mathbf{y}}_{l,i} + \mathbf{Q}_o \mathbf{y}_{l,i} + \begin{pmatrix} -f_R \\ f_R \\ \mathbf{f}_{eR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{8.58}$$

und durch Vernachlässigung von $\mathbf{M}_o$ und $\mathbf{P}_o$ (quasistatische Lösung)

$$\begin{pmatrix} -f_R \\ f_R \\ \mathbf{f}_{eR} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{MM} & Q_{MA} & \mathbf{Q}_{Me} \\ Q_{AM} & Q_{AA} & \mathbf{Q}_{Ae} \\ \mathbf{Q}_{eM} & \mathbf{Q}_{eA} & \mathbf{Q}_{ee} \end{bmatrix}_i \begin{pmatrix} 0 \\ y_{AQ} \\ \mathbf{q}_{eQ} \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} u_{cQ} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_i . \tag{8.59}$$

Die quasistatischen Verschiebungen der i-ten Blockzeilen lassen sich wieder aus der zweiten und dritten Gleichung berechnen

$$\begin{pmatrix} y_{AQ} \\ \mathbf{q}_{eQ} \end{pmatrix}_i = - \begin{bmatrix} Q_{AA} & \mathbf{Q}_{Ae} \\ \mathbf{Q}_{eA} & \mathbf{Q}_{ee} \end{bmatrix}_i^{-1} \begin{pmatrix} f_R \\ \mathbf{f}_{eR} \end{pmatrix}_i . \tag{8.60}$$

Führt man diese Berechnungen für alle Subsysteme durch, so erhält man einen Vektor der gesamten quasistatischen Verschiebungen. Während die Vorsteuermomente Gl.(8.56) und die Fehlervektoren Gl.(8.57) über die Subsystemberechnung exakt jenen aus der Minimalberechnung Gl.(8.39) und Gl.(8.40) entsprechen, gibt es einen kleinen Unterschied bei den quasistatischen Verformungen. In der Minimaldarstellung wird bei der Linearisierung um die Referenzbahn die Matrix $\mathbf{Q}_o$ nach allen kleinen Abweichungen in einem Schritt nach $\mathbf{q}$ abgeleitet. In Gl.(8.51) geht das aber nur für das i-te Subsystem $\mathbf{q}_i$. Die elastischen Deformationen aller anderer Subsysteme werden also in dieser Darstellung nicht berücksichtigt (Einsetzen der Referenzbahn). Die so entstehende Abweichung ist aber sehr klein. Mit bekannten quasistatischen Verschiebungen $\mathbf{y}_l$ erfolgt die Berechnung der Bahnkorrektur $\Delta\mathbf{q}_R$ analog zum vorigen Abschnitt, und kann für die Regelung eingesetzt werden.

8.3.3 Schwingungsdämpfung

Mit den Herleitungen der vorigen Abschnitte wurde eine Vorsteuerung für den auf die Starrkörperfreiheitsgrade reduzierten Roboter systematisch bestimmt. Ebenso wurden die quasistatischen Deformationen des Roboters vorab (also nur mit Sollwerten der gewünschten Bahn) berechnet. Diese können im PD-Regelgesetz direkt zur Kompensation dieser Verschiebungen eingesetzt werden, sodass sich der Endeffektor auf der vorgegebenen Bahn bewegt. Für die Sollgrößen der Motorfreiheitsgrade erhält man also

$$\mathbf{q}_{M,d} = \mathbf{q}_R + \Delta\mathbf{q}_R. \tag{8.61}$$

Als gesamtes Regelungskonzept bietet sich

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_o + \mathbf{P}(\mathbf{q}_{M,d} - \mathbf{q}_M) + \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}_{M,d} - \dot{\mathbf{q}}_M) - K(\kappa_d - \kappa) \tag{8.62}$$

an. Es handelt sich also um eine PD-Gelenkregelung mit Momentenvorsteuerung und Krümmungsrückführung. Die Krümmungen

$$\kappa = \begin{pmatrix} \vartheta(x,t)' \\ v(x,t)'' \\ w(x,t)'' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta'(x)^T & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{v}''(x)^T & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{w}''(x)^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_\vartheta \\ \mathbf{q}_v \\ \mathbf{q}_w \end{pmatrix} \tag{8.63}$$

ergeben sich aus

$$\kappa = \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{q}_e}\right)\Big|_{L_{DMS}} \mathbf{q}_e, \quad \kappa_d = \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{q}_e}\right)\Big|_{L_{DMS}} \mathbf{q}_{eQ}, \tag{8.64}$$

wobei diese an den diskreten Stellen L_{DMS} an denen die Dehnmessstreifen appliziert sind, ausgewertet werden. Bei der Krümmungsrückführung werden Sollkrümmungen minus Istkrümmungen mit negativem Vorzeichen, also destabilisierend, rückgeführt. Es wird also nicht auf Sollkrümmung $\kappa_d = 0$ geregelt. Dies würde bei durch Gewichtskräfte belastete elastische Arme, oder beschleunigte Arme, keinen Sinn machen. Zum anderen verliert das System durch Auftreten von Haftreibung die Steuerbarkeit, und die elastischen Deformationen können nicht mehr aktiv gedämpft werden. Aufgrund der destabilisierenden Wirkung der Krümmungsrückführung, wird die Haftreibung aufgebrochen und die Schwingungen werden ausgedämpft. Das entsprechende Regelungsschema wird in Abb. 8.5 präsentiert.

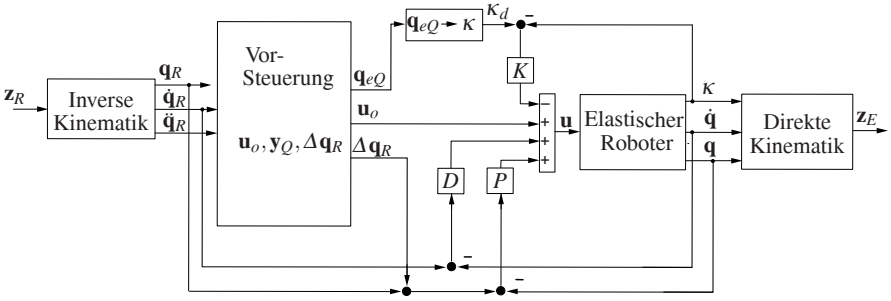


Abb. 8.5 Regelungsschema elastischer Roboter

Eine Auswertung des Regelungskonzeptes zeigt Abb. 8.6. Dabei entspricht

- PD: PD-Gelenkregelung ohne Bahnkorrektur
- PDB: PD-Gelenkregelung mit Bahnkorrektur
- PDBK: PD-Gelenkregelung mit Bahnkorrektur und Krümmungsrückführung

Bei alleiniger PD-Gelenkregelung kommt es zu großen Schwingungen und statischen Abweichungen. Mit der Bahnkorrektur sind diese statischen Abweichungen weitgehend eliminiert und die Schwingungen werden wenig angeregt. Mit der Krümmungsrückführung werden die Schwingungen aktiv gedämpft. Die Anfangsamplituden beim Fahren sind geringfügig größer als bei alleiniger Bahnkorrektur.

8.4 Zusammenfassung

Es wird eine detaillierte dynamische Modellierung und Regelung für einen 6 Achsen Knickarmroboter gezeigt. Ein strukturiertes Vorgehen erreicht man durch die

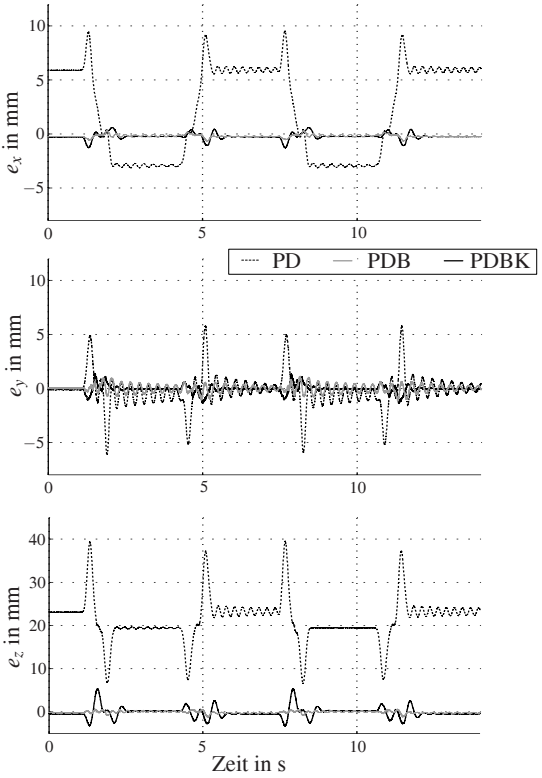


Abb. 8.6 Endpunktfehler bei unterschiedlichen Regelungsverfahren

Verwendung der Projektionsgleichung. Das elastische Subsystem besteht beispielsweise aus den Anteilen von Motor, Getriebe, elastischer Balken und Endmasse. Die Bewegungsfreiheitsgrade sind also neben Motor und Armwinkel die elastischen RITZkoordinaten für Biegung und Torsion. Diese Subsysteme werden über die Projektion in den Minimalraum zum Gesamtmodell zusammengefügt. Man erhält ein System nichtlinearer Differentialgleichungen zweiter Ordnung, welches die Grundlage für den Reglerentwurf darstellt. Dieser besteht im Wesentlichen aus drei Teilen. Für die modellbasierte Vorsteuerung wird der elastische Roboter auf einen äquivalenten starren Roboter transformiert. Aus diesem können durch Einsetzen der Solltrajektorie die Vorsteuermomente berechnet werden. Über eine TAYLORreihenentwicklung um die Sollbahn und detaillierter Analyse können die elastischen Verschiebungen der einzelnen Arme berechnet werden. Um den Rechenaufwand zu minimieren, muss bereits auf eine quasistatische Lösung übergegangen werden. Da aber das Gesamtmodell betrachtet wird, ist dieser trotzdem relativ hoch. Verwendet man abermals die Struktur des kettenförmigen Mehrkörpersystems, so gelingt es, diese Verschiebungen und die Vorsteuermomente über rekursive Betrachtungen auszuwerten. Der Rechenaufwand sinkt dadurch erheblich. Die quasistatischen Verschiebungen der einzelnen Körper werden in korrigierte Sollwerte für die

Trajektorien umgerechnet. Diese korrigierten Sollwerte werden im unterlagerten PD-Regelkreis verwendet. Die Schwingungsdämpfung wird als Krümmungsrückführung realisiert. Die Versuchsergebnisse zeigen ein gutes dynamisches Verhalten des Roboters.

http://www.springer.com/978-3-642-22827-8

Starr-elastische Robotersysteme
Theorie und Anwendungen
Gattringer, H.
2011, XIV, 276 S. 119 Abb., 22 Abb. in Farbe.,
Hardcover
ISBN: 978-3-642-22827-8