

Vorwort

Aus dem Vorwort zur 1. Auflage

Bei der Abfassung des Buches konnte der Autor auf langjährige Erfahrungen aus Vorlesungen, Übungen und Seminaren zur Stochastik zurückgreifen, die ihn nachhaltig darin bestärkten, dass noch so ausführliche Erläuterungen nie die Wirksamkeit von Beispielen erreichen. Und so nehmen *Beispiele* und *Übungsaufgaben* – beide für das Verstehen von Mathematik von eminenter Bedeutung – in unserer Darstellung der Theorie einen breiten Raum ein. Beispiele erleichtern die Erarbeitung und die Anwendung der Begriffe und Regeln und erzeugen Motivation, Aufgaben dienen daneben der Überprüfung des erreichten Kenntnisstandes und der Vertiefung des Stoffes. Sie fördern selbständiges Tun.

Da der Autor davon überzeugt ist, dass ein Blick in die Entstehungsgeschichte einer mathematischen Disziplin den Zugang zu dieser Disziplin sehr erleichtern kann, werden im vorliegenden Buch auch *Aspekte der Entwicklungsgeschichte* der Stochastik mit ihren faszinierenden Problemen und Paradoxien berücksichtigt. Das Werden von Wissenschaft wird gleichsam miterlebt. Das gibt auch wiederum Gelegenheit zur didaktischen Reflexion.

Auswahl und Umfang der *Themenkreise* waren unter Berücksichtigung unterschiedlicher Vorgaben zu treffen, die sich aus der Sache und dem Adressatenkreis ergeben. Die Sache selbst, also das Stoffgebiet Stochastik, verlangt auch bei einer elementaren Einführung eine Darstellung in einem Umfang, der sichtbar machen kann, was Stochastik meint. Andererseits dürfen die durch die Zielgruppe festgelegten Vorgaben, die wesentlich durch zeitliche Beschränkungen gekennzeichnet sind, nicht übersehen werden. Es muß also davon ausgegangen werden, dass nicht in jedem Kurs alle hier angesprochenen Themenkreise behandelt werden können. Der Aufbau des Buches lässt dem Dozenten die Freiheit, durch eine Auswahl Schwerpunkte zu setzen.

In *Kapitel I* geht es um eine kurze Betrachtung über das Verhältnis zwischen Zufall und Wahrscheinlichkeit und um eine Beschreibung der Zielvorstellung. Der Zufall soll dem mathematischen Denken unterworfen und soweit wie möglich entschlüsselt werden.

Das sehr umfangreiche *Kapitel II* beleuchtet die Ursprünge der Wahrscheinlichkeitsrechnung und lässt die spannende Diskussion, die die berühmten Beispiele auslösten, aufleben. Bevor dann die Stochastik axiomatisch aufgebaut wird, werden zunächst erste Schritte des Modellbildungsprozesses behandelt.

Da die Laplace-Wahrscheinlichkeit, die in den axiomatischen Aufbau eingebettet ist, zu ihrer Berechnung Anzahlbestimmungen verlangt, müssen Strategien für geschicktes Zählen entwickelt werden. Hier nimmt das Fundamentalprinzip des Zählens eine beherrschende Rolle ein. Besondere Auswahl-situationen führen

dann auf spezifische kombinatorische Figuren wie geordnete bzw. ungeordnete Proben.

Nach diesem Exkurs in die Kombinatorik wird das Gebäude der Stochastik durch die Einführung der bedingten Wahrscheinlichkeit, der totalen Wahrscheinlichkeit und des Begriffs der stochastischen Unabhängigkeit von Ereignissen erweitert.

Kapitel III unterbricht den Theorieausbau der Stochastik und widmet sich dem reizvollen Thema der Simulation, einem Thema, das heute weite Bereiche in den Wissenschaften und in der Praxis beherrscht. Die dargelegten grundsätzlichen Überlegungen und die Lösung von Problemen mit Hilfe von Zufallszahlen (Monte-Carlo-Methode) können einen Eindruck von der Kraft der Methode vermitteln, insbesondere dann, wenn rechenstarke Computer eingesetzt werden.

In *Kapitel IV* werden mit den Begriffen Zufallsvariable und Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen zentrale Begriffe für die Stochastik eingeführt. Es erfolgt eine Abstraktion vom Besonderen einer Ergebnismenge und damit eine wichtige Erweiterung der Theorie.

Kapitel V greift spezielle diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen heraus, die wir als geeignete Modelle zur Lösung von realen Problemen häufig verwenden.

In *Kapitel VI* wird mit Hilfe der Tschbyscheffschen Ungleichung das Schwache Gesetz der großen Zahlen bewiesen, das eine Beziehung zwischen der Wahrscheinlichkeit und der relativen Häufigkeit aufzeigt.

Münster, im Januar 1999

Herbert Kütting

Vorwort zur 3. Auflage

Die äußerst freundliche Aufnahme der 2. Auflage macht schon eine weitere Auflage erforderlich. Wir danken dem Verlag, dass er unseren Wunsch unterstützte und der Aufnahme von weiteren Themenkreisen, die uns aus dem Leserkreis angetragen worden waren und veränderten Studiengängen Rechnung tragen, zustimmte.

Die überarbeitete und wiederum stark erweiterte 3. Auflage richtet sich vornehmlich an Lehramtsstudierende, die Mathematik als eines ihrer Fächer haben, an Studierende in den Bachelor- und Masterstudiengängen und an Lehrer mit dem Fach Mathematik.

Die *Überarbeitung* verbessert zur Verständniserleichterung einige Formulierungen und legt insbesondere im Kapitel 4 „Zufallsvariable, Erwartungswert und Varianz“ eine noch breitere sorgfältige mathematische Fundierung dieser Begriffe.

Hatten wir schon in der zweiten Auflage einen neuen Abschnitt „Geometrische Wahrscheinlichkeiten“ und im Abschnitt „Kombinatorisches Zählen“ drei neue Themenbereiche (k -stellige Sequenzen; Rencontre-Probleme; Vier-Schritte-Modell) aufgenommen und in zwei weiteren Kapiteln (Allgemeine Wahrscheinlichkeitsräume; Wahrscheinlichkeitsmaße auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{I}))$) die Thematik auf abzählbar-unendliche und überabzählbar-unendliche Wahrscheinlichkeitsräume ausgeweitet, so haben wir jetzt in der 3. Auflage *drei weitere Kapitel* hinzugefügt. In Kapitel 1 wird die „*Beschreibende Statistik*“ (einschließlich der historischen Entwicklung), im Kapitel 9 „*Schätzen*“ und im Kapitel 10 „*Testen*“ werden Themen der induktiven Statistik ausführlich behandelt.

Bei der Neugestaltung leitete uns wie bisher der didaktische Grundsatz, dass Beispiele und Aufgaben das Verstehen von Mathematik erleichtern, und so bilden sie auch in der erweiterten dritten Auflage das Rückgrat der Darstellung.

Die annähernd **100** nummerierten, ausführlich dargestellten **Beispiele** und eine große Anzahl weiterer Beispiele aus Theorie und Praxis erfüllen zwei Funktionen. Sie dienen einerseits der Motivation und führen behutsam in die neuen Begriffe und Sätze ein, und sie zeigen andererseits nach der Erarbeitung der Theorie erste Anwendungsbereiche auf. Die dadurch sich ergebende breitere Darstellung kommt dem in das Sachgebiet Einstiegenden entgegen und regt zum Selbststudium an.

In vielen Themenbereichen heben **Anmerkungen und Hinweise zur Didaktik** einzelne Gesichtspunkte hervor (Modellbildungsprozesse, Einsatz von Baumdiagrammen und Feldertafeln, verschiedene Lösungswege, Aufgabenvarianten), so dass unterschiedliche Sichtweisen deutlich werden und sich ein Beziehungsgeflecht aufbauen kann.

Zur Überprüfung der erarbeiteten Themenbereiche bieten die **über 150 Aufgaben** mit zahlreichen Unterpunkten ein reiches Betätigungsfeld. Die Angabe

von Ergebnissen und Lösungshinweisen im Kapitel 11 gibt die Möglichkeit der raschen Kontrolle und Bestätigung.

Frau Anita Kollwitz (Münster) danken wir an dieser Stelle sehr herzlich für die nicht immer leichte Arbeit, ein druckfertiges Manuskript sorgfältig mit den vielen Änderungen und Ergänzungen zu erstellen.

Ferner danken wir dem Herausgeber dieser Reihe, Herrn Prof. Dr. F. Padberg (Bielefeld) und dem Verlag für die freundliche Unterstützung bei der Verwirklichung dieser dritten, stark erweiterten Auflage.

Münster, im Februar 2011

Herbert Kütting und Martin J. Sauer

Elementare Stochastik

Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte

Kütting, H.; Sauer, M.J. - Padberg, F. (Hrsg.)

2011, XII, 414 S. 103 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-8274-2759-5