

Mathematische Bildverarbeitung

Abbildungen und Zusatzmaterial
Kapitel 6 Teil 1/2

In dieser PDF-Datei befindet sich eine Auswahl der Abbildungen aus dem Buch, vor allem solche, die aufgrund des Wegfallens der Rasterung am Bildschirm betrachtet anders wirken können als in gedruckter Form. Darüber hinaus sind die Originaldateien sowie sämtliche im Buch verwendeten Derivate der unter CreativeCommons-Lizenzen verwendeten Bilder als Anhänge enthalten. Abbildungen mit folgenden Symbolen zeigen zusätzliches Material an:



Informationen über die Quelle sowie die Originaldatei dieses Bildes können als Anhang abgerufen werden, in den meisten PDF-Betrachtern durch Doppelklick auf das Symbol.



Es sind Informationen über die Quelle dieses Bildes vorhanden, ein Doppelklick öffnet in der Regel die Internetadresse, unter der die Bilddatei heruntergeladen werden kann.

Alle hier enthaltenen, aus den CreativeCommons-Lizenzen by-2.0 oder by-sa-2.0 hervorgegangen Bilder dürfen unter Angabe dieser Quelle zu den Bedingungen unter

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/legalcode>

weitergegeben werden.

- Das Buch „Mathematische Bildverarbeitung“ ist im Vieweg+Teubner Verlag unter der ISBN 978-3-8348-1037-3 erschienen.

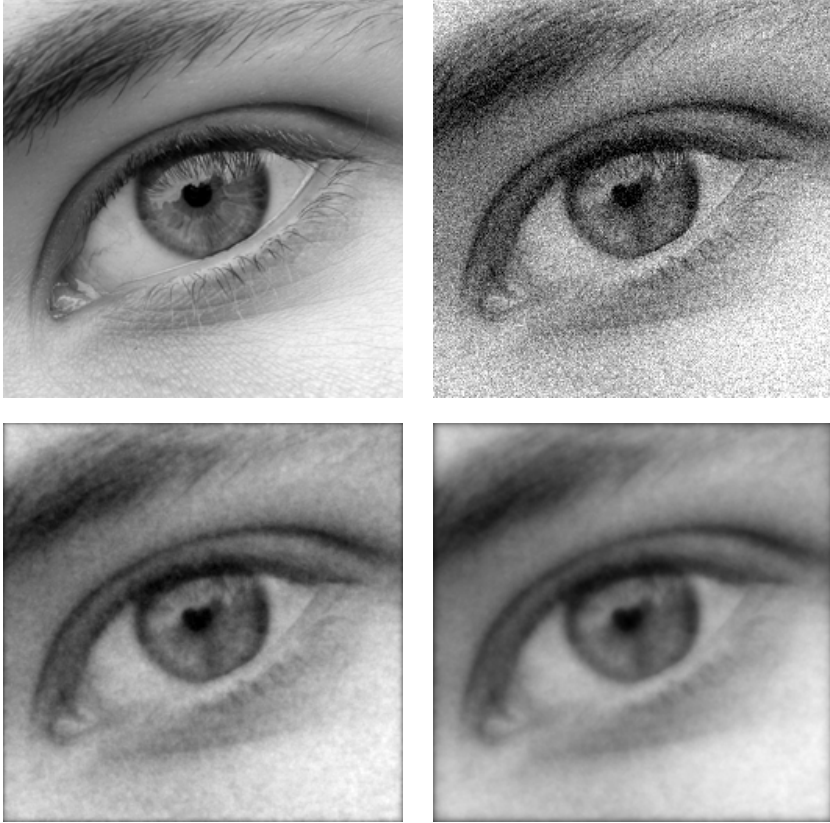


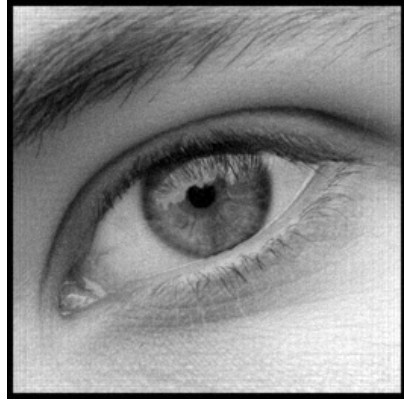
Abbildung 6.1. Entrauschen durch Lösen des Problems (6.1). Oben links: Originalbild u^\dagger mit 256×256 Pixeln, daneben: Rauschbehaftete Version u^0 ($\text{PSNR}(u^0, u^\dagger) = 19,98\text{db}$). Unten: Durch Lösen des Minimierungsproblems (6.1) gewonnene rauschreduzierte Bilder u^1 (links, $\text{PSNR}(u^1, u^\dagger) = 26,21\text{db}$) und u^2 (rechts, $\text{PSNR}(u^2, u^\dagger) = 24,30\text{db}$). Die Regularisierungsparameter sind jeweils $\lambda_1 = 25 \cdot 10^{-5}$, $\lambda_2 = 75 \cdot 10^{-5}$, u^0 wurde auf \mathbb{R}^2 mit 0 fortgesetzt.



u^\dagger



$u^0 = \text{quant}_{256}(u^\dagger * k)$



$u^*, \lambda = 10^{-7}$

Abbildung 6.2. Lösung des De-Blurring-Problems durch die Variationsformulierung (6.3). Obere Zeile: Das Originalbild mit Nullfortsetzung (links, 264×264 Pixel). Unten: Links die Faltung mit einem Out-of-focus Kern (Durchmesser 8 Pixel) und quantisiert auf 256 Grauwerte (visuell nicht wahrnehmbar). Rechts die Rekonstruktion nach (6.4) ($\text{PSNR}(u^*, u^\dagger) = 32,60\text{db}$).


 u^\dagger

 $u^0, \text{PSNR}(u^0, u^\dagger * k) = 32,03\text{db}$

 $u^*, \text{PSNR}(u^*, u^\dagger) = 24,48\text{db}$

 $u^*, \text{PSNR}(u^*, u^\dagger) = 23,06\text{db}$

Abbildung 6.3. Ein Beispiel für den Einfluss von Rauschen auf u^0 auf das Entfalten nach (6.3). Obere Zeile: Links das Originalbild, rechts das gefaltete Bild versehen mit additivem normalverteilten Rauschen (visuell wahrnehmbar). Untere Zeile: Rekonstruktionen zu verschiedenen Parametern ($\lambda = 5 \cdot 10^{-6}$ links, $\lambda = 10^{-6}$ rechts). Mit kleiner werdenden Parameter verstärken sich die durch das Rauschen hervorgerufenen Artefakte.

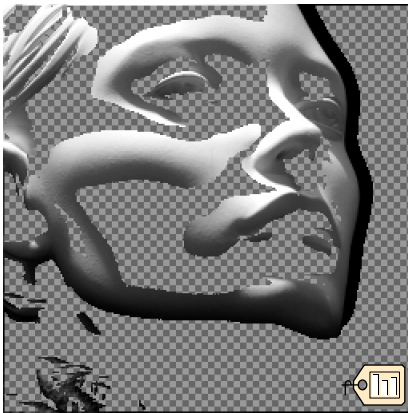
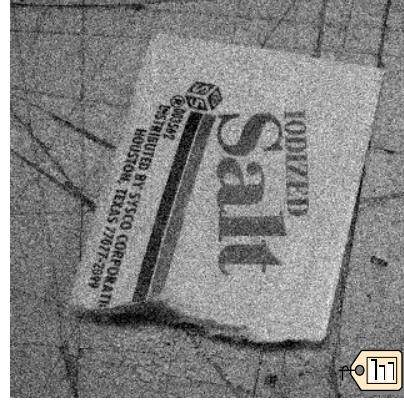


Abbildung 6.4. Inpainting durch Minimierung der H^1 -Norm. Linke Spalte: Das Original links (256×256 Pixel) enthält einige homogene Regionen, die durch Inpainting rekonstruiert werden sollen (Mitte, Ω' entspricht dem Schachbrettmuster). Unten das Ergebnis der Minimierung von (6.5). Rechte Spalte: Im Original oben (256×256 Pixel) sind einige feine, kontrastreiche Strukturen zu sehen, die in dem mittleren Bild zerstört wurden. Unten wieder das Resultat des harmonischen Inpaintings.



u^\dagger



$u^0 = u^\dagger + \eta$, PSNR = 20,00db



u^* , $p = 2$, PSNR = 26,49db



u^* , $p = 1,5$, PSNR = 27,12db



u^* , $p = 1,2$, PSNR = 27,65db



u^* , $p = 1,1$, PSNR = 27,84db

Abbildung 6.11. Illustration des Entrauschpotentials bei variationellem Entrauschen mit Sobolew-Strafterm. Oben: Links das Original, rechts dessen verrauschte Version. Mitte und unten: Die Minimierer von (6.39) zu $q = 2$ und verschiedenen Sobolew-Exponenten p . Um die Ergebnisse vergleichen zu können, wurde der Parameter λ jeweils optimal bezüglich des PSNR zum Originalbild gewählt. Man beachte, dass das verbleibende Rauschen und das Verwischen der Kanten bei $p = 1,1$ und $p = 1,2$ deutlich geringer ausfällt als bei $p = 2$.



u^\dagger



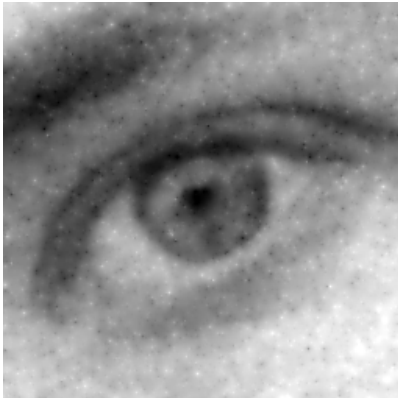
$u^0 = u^\dagger + \eta$, PSNR = 12,02db



$u^*, q = 2$, PSNR = 26,70db



$u^*, q = 4$, PSNR = 26,19db



$u^*, q = 6$, PSNR = 25,81db



$u^*, q = 12$, PSNR = 26,70db

Abbildung 6.12. Der Einfluss des Exponenten q im Datenterm bei Anwendungsbeispiel 6.94. Oben: Links das Original, rechts eine stark verrauschte Version. Mitte und unten: Die Minimierer von (6.39) zu $p = 2$ und verschiedenen Exponenten q , wieder mit λ optimiert bezüglich des PSNRs. Mit größerem Exponenten q stehen teilweise „impulsive“ Rauschartefakte hervor, deren Anzahl sich jedoch für $q = 6, q = 12$ aufgrund der unterschiedlichen Wahl von λ wieder verringert. Der Schärfeeindruck selbst variiert nur wenig.



u^\dagger



$u^0, \text{PSNR}(u^0, u^\dagger * k) = 33,96\text{db}$

k



$u^*, p = 2, \text{PSNR} = 26,04\text{db}$



$u^*, p = 1,5, \text{PSNR} = 26,82\text{db}$



$u^*, p = 1,2, \text{PSNR} = 27,38\text{db}$



$u^*, p = 1,1, \text{PSNR} = 27,55\text{db}$

Abbildung 6.13. Veranschaulichung der Methode (6.41) für das gleichzeitige Entfalten und Entrauschen. Oben: Links das Original (320×320 Pixel), rechts davon die Messdaten (310×310 Pixel) gewonnen aus Faltung mit einem Out-of-focus Kern (rechts, 11 Pixel Durchmesser) und Addition von Rauschen. Mitte und unten: Die Minimierer von (6.41) zu $q = 2$ und verschiedenen Exponenten p mit PSNR-optimalem λ . Für p nahe 1 kann man, ähnlich zu Abbildung 6.11, eine Abnahme der Rauschens, weniger Oszillationsartefakte sowie eine schärfere Rekonstruktion der Kanten beobachten.

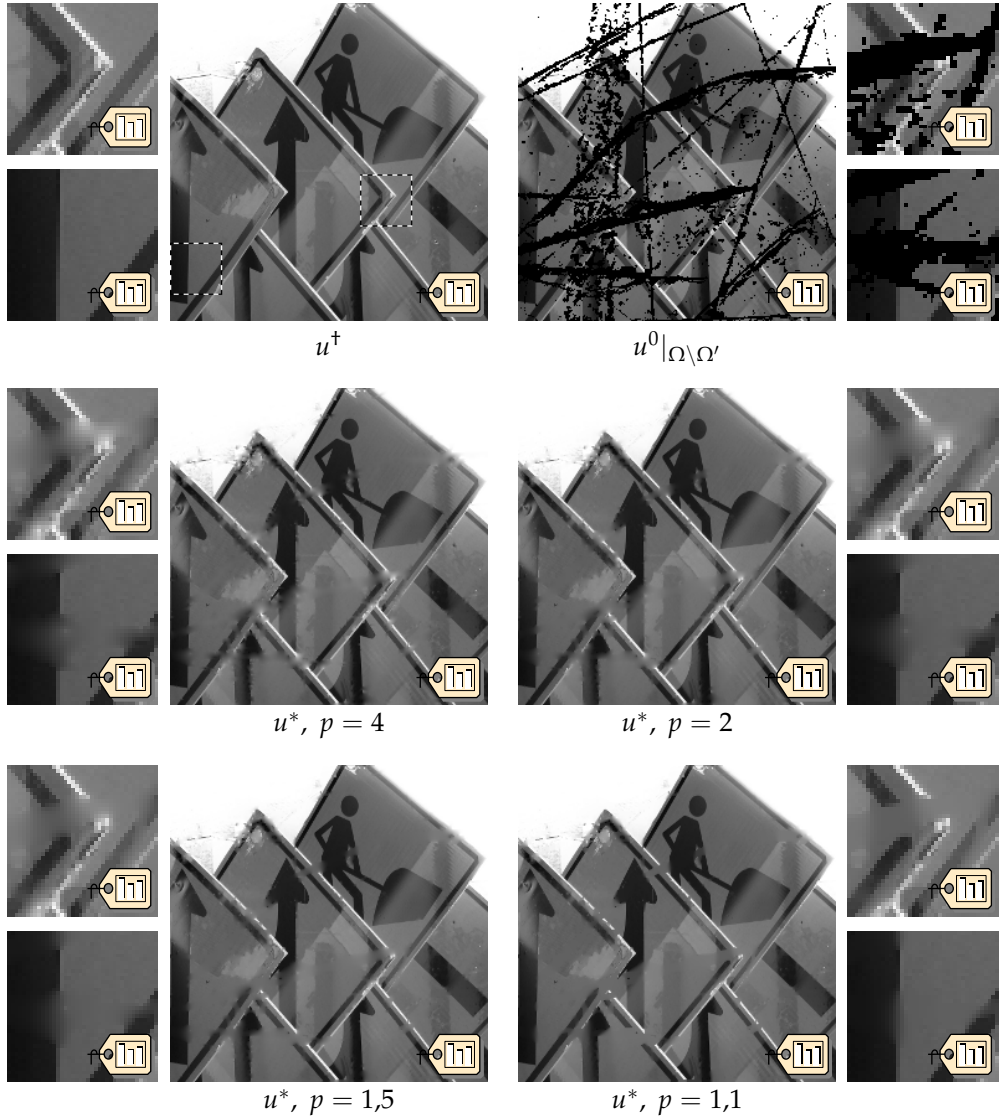
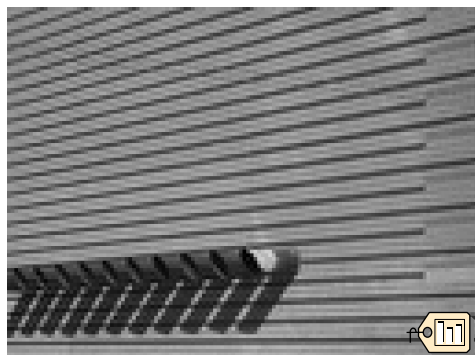
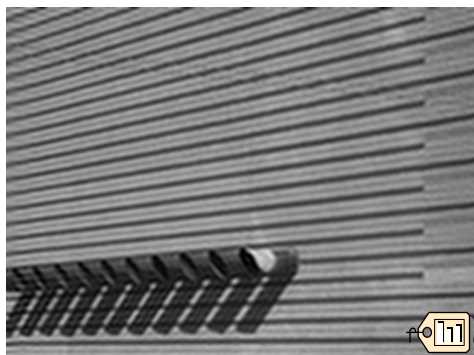


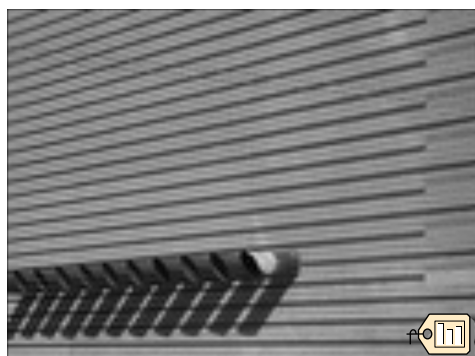
Abbildung 6.14. Inpainting durch das Lösen von (6.43) beziehungsweise (6.44). Oben: Links das Original u^+ zusammen mit zwei vergrößerten Details (entsprechend den markierten Ausschnitten im Bild), rechts das gegebene u^0 auf $\Omega \setminus \Omega'$ (Ω' ist durch den schwarzen Bereich gegeben), wieder mit Details. Mitte und unten: Die Minimierer des Inpainting-Funktionals für verschiedene p mit den entsprechenden vergrößerten Ausschnitten. Während homogene Bereiche gut rekonstruiert werden, verwischen im Allgemeinen die Kanten. Wie die Details zeigen, ist dieser Effekt am deutlichsten für große p ausgeprägt; bei $p = 1,1$ werden umgekehrt einige Kanten „scharf“ fortgesetzt (der Pfeil am linken Rand, unteres Detail), die Geometrie aber häufig nicht richtig wiedergegeben (unterbrochene Umrandungen an den Schildergrenzen, oberes Detail).



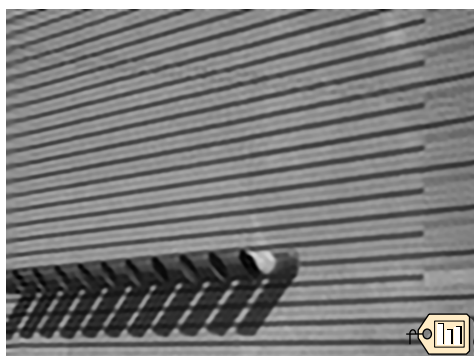
u^{konstant}



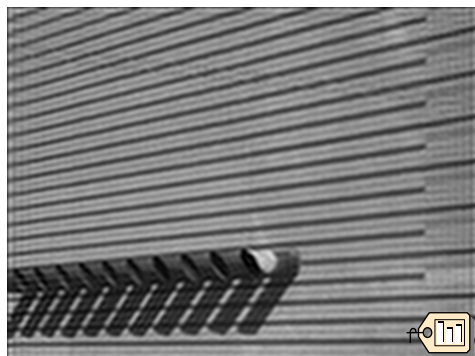
$u^*, p = 2$



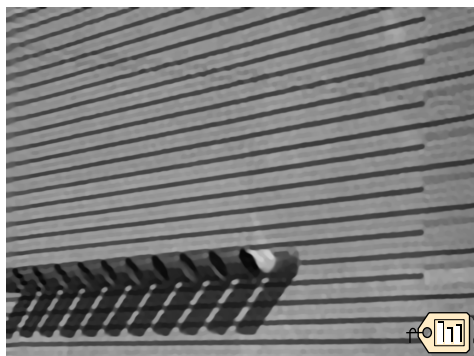
u^{linear}



$u^*, p = 1,5$



u^{sinc}



$u^*, p = 1,1$

Abbildung 6.15. Vergleich von klassischen Interpolationsmethoden mit variationeller Interpolation für 8-fache Vergrößerung. Linke Spalte: Die in Abschnitt 3.1.1 vorgestellten Methoden zur Interpolation eines Bildes mit Auflösung 128×96 Pixel auf 1024×768 Pixel. Es sind das Ergebnis konstanter Interpolation (oben), stückweiser bilinearer Interpolation (mitte) und Tensorprodukt-Interpolation mit der sinc-Funktion (unten) zu sehen. Rechte Spalte: Die Minimierer der variationellen Interpolationsaufgabe (6.47) zu verschiedenen Exponenten p . Der zugrunde liegende Abtastoperator A entspricht dem perfekten Tiefpassfilter. Während konstante und lineare Interpolation Probleme mit den Linienstrukturen haben, sind diese, bis auf das Auftreten von Oszillationen am Rand, von u^{sinc} und u^* mit $p = 2$, vergleichbar gut wiedergegeben. Für kleines p werden die dunkleren Linien scharf und damit nahezu perfekt rekonstruiert, allerdings auf Kosten kleinerer Details, wie zum Beispiel den feinen Streifen zwischen den dunklen Linien.



U^0



$u^*, k = k_{\text{const}}, p = 1,1$



$u^*, k = k_{\text{const}}, p = 2$



$u^*, k = k_{\text{sinc}}, p = 1,1$



$u^*, k = k_{\text{sinc}}, p = 2$

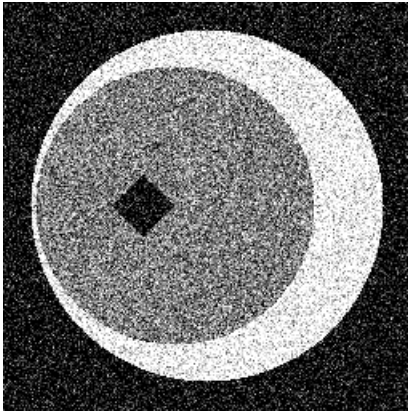
Abbildung 6.16. Vergleich verschiedener Abtastoperatoren A in der variationellen Interpolationsaufgabe (6.47). Oben links: Die Ausgangsdaten U^0 (96×96 Pixel). Rechts daneben: Ergebnisse der achtfachen Vergrößerung bei Mittelung über Quadrate ($k_{\text{const}} = \chi_{[0,1] \times [0,1]}$) zu verschiedenen p . Unten: Die jeweiligen Resultate unter Abtasten mit perfektem Tiefpassfilter $k_{\text{sinc}}(x_1, x_2) = \text{sinc}(x_1 - \frac{1}{2}) \text{sinc}(x_2 - \frac{1}{2})$. Bei Verwendung des Mittelungsoperators werden in den Lösungen Quadratstrukturen bevorzugt; die Bilder wirken aufgrund dessen an einigen Stellen „blockig“. Dieser Effekt tritt beim perfekten Tiefpass nicht auf, wegen der fehlenden Lokalität der sinc-Funktion können sich jedoch störende Oszillationen bilden.



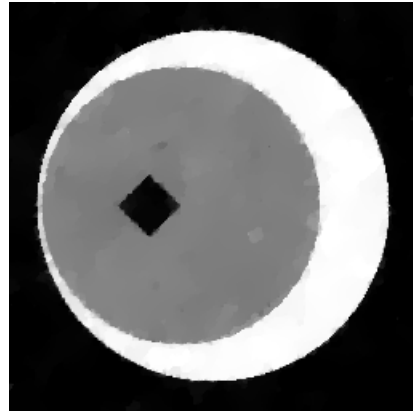
u^0 , PSNR = 20,00db



u^* , PSNR = 27,98db



u^0 , PSNR = 12,03db

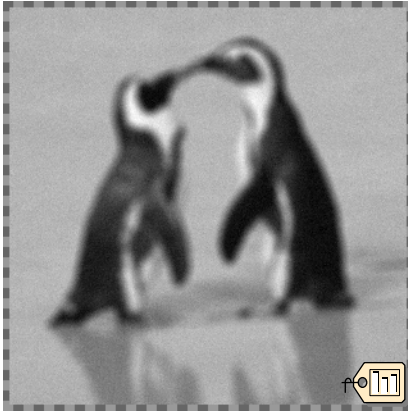


u^* , PSNR = 28,06db

Abbildung 6.19. Entrauschen mit Totalvariations-Strafterm. Oben: Links ein verrauschtes natürliches Bild (siehe Abbildung 6.11 für das Original), rechts das Ergebnis bei Lösung von (6.65). Unten: Die verrauschte Version eines stückweise konstanten künstlichen Bildes (Original in Abbildung 5.7), rechts analog das Resultat des TV-Entrauschens. Es wurde jeweils $q = 2$ sowie λ für optimales PSNR gewählt. Für das natürliche Bild zeigen sich ähnliche Effekte wie in Abbildung 6.11 für $p = 1,1$. Das stückweise konstante Bild wird sehr gut rekonstruiert: das Original passt aufgrund einer geringen Totalvariation zu den Modellannahmen für (6.65).



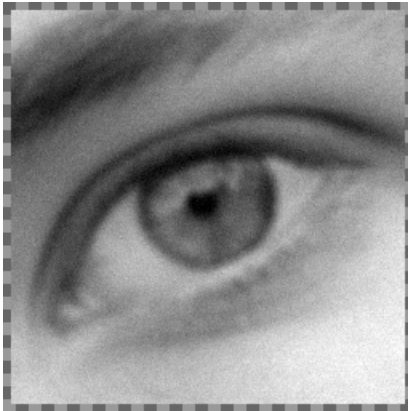
Abbildung 6.20. Wirkung des L^2 -TV-Entrauschen bei Variation des Regularisierungsparameters. Links oben: Originalbild. Zweite Zeile: Lösungen u^* zu verschiedenen λ . Dritte Zeile: Die Differenzbilder $(u^* - u^0)/\lambda$ mit Konturen der Level-Sets von u^* . Es wurden jeweils $\lambda = 0,1$, $\lambda = 0,3$ und $\lambda = 0,9$ verwendet. Laut Euler-Lagrange-Gleichung (6.66) stimmen die Differenzbilder mit den Krümmungen der Level-Sets überein; dies kann man anhand der eingezeichneten Konturen auch beobachten.



$$u^0, \text{PSNR}(u^0, u^\dagger * k) = 33,96\text{db}$$



$$u^*, \text{PSNR}(u^*, u^\dagger) = 27,61\text{db}$$



$$u^0, \text{PSNR}(u^0, u^\dagger * k) = 32,03\text{db}$$



$$u^*, \text{PSNR}(u^*, u^\dagger) = 29,02\text{db}$$

Abbildung 6.21. Entfalten mit Totalvariation-Strafterm. Oben: Links die gefalteten, verrauschten Daten u^0 aus Abbildung 6.13, rechts ein Minimierer u^* des Funktional (6.67) zu $q = 2$. Unten: Links gefaltete, verrauschte Daten (vergleichbar zu u^0 in Abbildung 6.3), rechts die entsprechende entfaltete Version. Die Parameter λ wurden jeweils für maximalen PSNR optimiert.

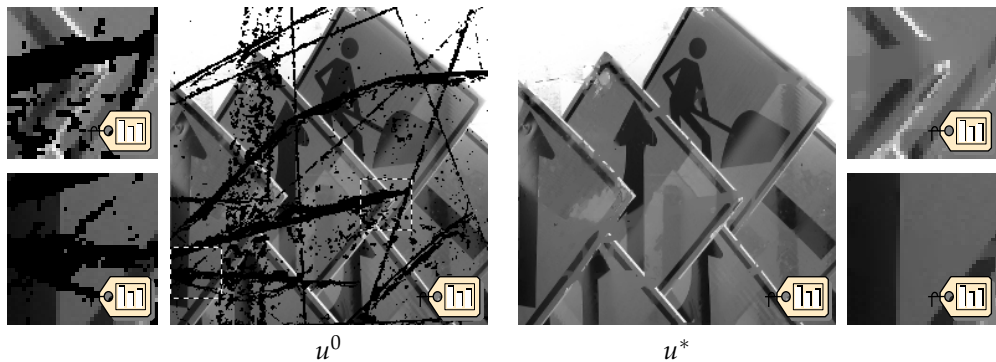


Abbildung 6.22. Illustration des Totalvariations-Inpaintings. Links: Die gegebenen Daten, die auf den schwarzen Regionen restauriert werden sollen (vergleiche auch Abbildung 6.14). Rechts: Die Lösung der zugehörigen Minimierungsaufgabe (6.69). Kanten zu größeren Objekten werden in diesem Beispiel sehr gut rekonstruiert, filigrane Strukturen jedoch häufig unterbrochen.

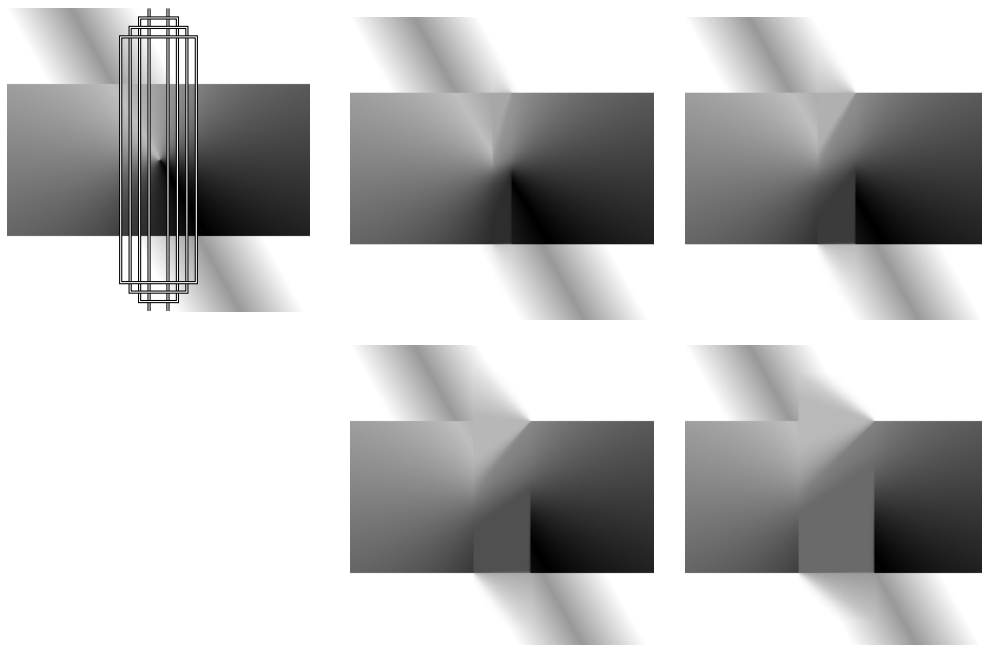


Abbildung 6.23. TV-Inpainting verbindet die Level-Sets durch gerade Linien. Obere Zeile links: Ein künstlich generiertes Bild mit markierten, breiter werdenden Inpainting-Regionen Ω' . Rechts daneben sowie darunter: Lösungen u^* der Inpainting-Aufgabe (6.69) zu diesen Regionen. Deutlich zu sehen ist, dass einige Level-Sets durch Geradenstücke verbunden werden. An den Stellen des Randes $\partial\Omega'$ wo dies nicht geschieht, an dem die Lösungen also springen, würde eine solche Verbindung die Totalvariation erhöhen.

Mathematische Bildverarbeitung

Einführung in Grundlagen und moderne Theorie

Bredies, K.; Lorenz, D.

2011, X, 445 S., Softcover

ISBN: 978-3-8348-1037-3