

Lösungen zu Kapitel 2

■ Aufgabe 2.1

Aus der Maschengleichung ergibt sich:

$$I_4 = \frac{U_{q1} + U_{q2} - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3}{R_4}$$
$$I_4 = \frac{24 \text{ V} + 12 \text{ V} - 2 \Omega \cdot 5 \text{ A} - 30 \Omega \cdot 0,2 \text{ A} - 5 \Omega \cdot 4 \text{ A}}{20 \Omega}$$
$$I_4 = \frac{(24 + 12 - 10 - 6 - 20) \text{ V}}{20 \Omega} = 0 \text{ A} .$$

■

Lösungen zu Kapitel 3

■ Aufgabe 3.1

Man braucht für R_1 und R_2 zwei Gleichungen. Die erste Gleichung liefert der Leerlauf (in der Abbildung links):

$$\begin{aligned}U_2 &= U_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\U_2 \cdot (R_1 + R_2) &= U_1 \cdot R_2 \\U_2 \cdot R_1 &= R_2 \cdot (U_1 - U_2) \\R_1 &= R_2 \cdot \frac{U_1 - U_2}{U_2} = R_2 \cdot \frac{(9 - 1,8)V}{1,8V} \\R_1 &= 4 \cdot R_2\end{aligned}$$

Die zweite Gleichung wird durch den Kurzschluss (in der Abbildung rechts) gewonnen:

$$\begin{aligned}I_K &= \frac{1}{2} \cdot \frac{U_1}{\frac{R_2}{2} + R_1} = \frac{U_1}{2 \cdot R_1 + R_2} = \frac{U_1}{9 \cdot R_2} \\R_2 &= \frac{U_1}{9 \cdot I_K} = \frac{9V}{9 \cdot 1A} = 1\Omega; \quad R_1 = 4\Omega\end{aligned}$$

■

Lösungen zu Kapitel 4

■ Aufgabe 4.1

Für die Aufgabe ergeben sich die folgenden Schaltbilder:

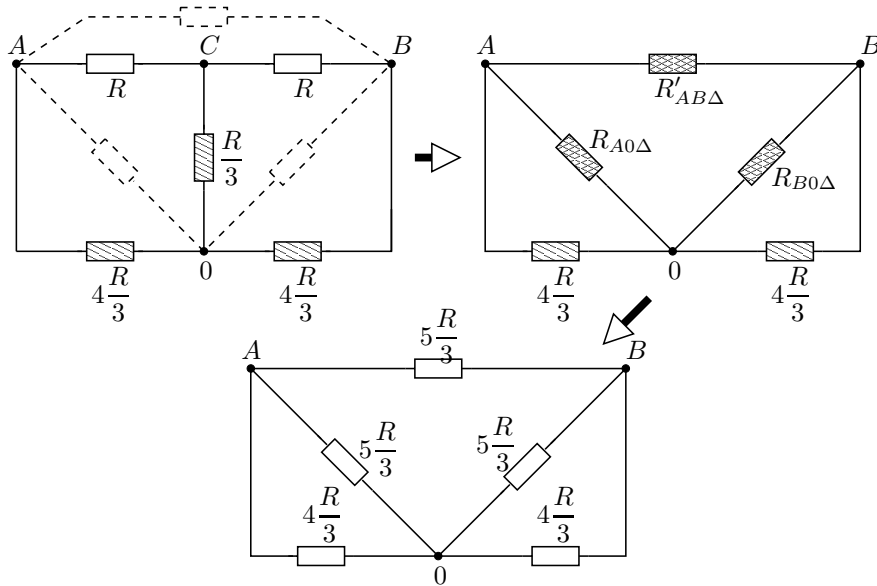


Abbildung 4.1: Schaltung zu Aufgabe 4.1

Es ist:

$$\begin{aligned}
 R'_{AB\Delta} &= R + R + \frac{R \cdot R}{\frac{R}{3}} = 5R \\
 R_{AO\Delta} &= R + \frac{R}{3} + \frac{R \cdot \frac{R}{3}}{R} = 5\frac{R}{3} \\
 R_{BO\Delta} &= R_{AO\Delta} \quad (\text{Symmetrie}) \\
 R_{AB} &= 5R \parallel \left[2 \left(5\frac{R}{3} \parallel 4\frac{R}{3} \right) \right] \\
 R_{AB} &= 5R \parallel \frac{40}{27}R = \frac{8}{7}R.
 \end{aligned}$$

■

Lösungen zu Kapitel 5

■ Aufgabe 5.1

Zur Bestimmung der zwei unbekannten Größen U_q und R_i braucht man zwei Gleichungen. Diese erlangt man, indem man die Spannung an der Last zweimal schreibt. Es handelt sich hier um einen Spannungsteiler.

Man kann die Spannungsteilerregel zweimal anwenden, für die zwei Lastwiderstände R_1 und R_2 .

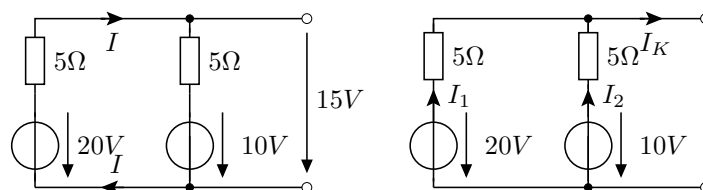
$$\begin{aligned}
 U_1 &= U_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_i} , \\
 U_2 &= U_q \cdot \frac{R_2}{R_i + R_2} \\
 \frac{U_1 \cdot (R_1 + R_i)}{R_1} &= \frac{U_2 \cdot (R_2 + R_i)}{R_2} \\
 \Rightarrow R_i &= \frac{U_1 \cdot R_1 \cdot R_2 - U_2 \cdot R_1 \cdot R_2}{U_2 \cdot R_1 - U_1 \cdot R_2} \\
 R_i &= \frac{\frac{U_1 - U_2}{\frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1}}}{\left(\frac{9}{6} - \frac{10}{10}\right) \text{ A}} = \frac{1 \text{ V}}{\left(\frac{3}{2} - 1\right) \text{ A}} = 2 \Omega \\
 U_q &= \frac{U_1 \cdot (R_i + R_1)}{R_1} = \frac{10 \text{ V} \cdot 12 \Omega}{10 \Omega} = 12 \text{ V}
 \end{aligned}$$

■

■ Aufgabe 5.2

Berechnung der einzelnen Zweipole:

1. Zweipol a):



- *Leerlauf:*

$$5\Omega \cdot I_1 - 5\Omega \cdot I_2 + 10V - 20V = 0$$

$$-I_1 - I_2 = 0 \rightarrow I_2 = -I_1$$

$$I_1 \cdot (5\Omega + 5\Omega) = 10V \rightarrow I_1 = 1A$$

$$U_l = 20V - 5\Omega \cdot 1A = 15V$$

$$P_{auf} = 5\Omega \cdot (1A)^2 + 5\Omega \cdot (1A)^2 = 10W \text{ aufgenommene Leistung}$$

$$P_{ab} = -20V \cdot 1A + 10V \cdot 1A = -10W \text{ abgegebene Leistung}$$

Die Quelle U_{q2} arbeitet im Leerlauf als Verbraucher, da Strom und Spannung gleichgerichtet sind!

- *Kurzschluss*

$$I_K = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{20V}{5\Omega} = 4A ; I_2 = \frac{10V}{5\Omega} = 2A$$

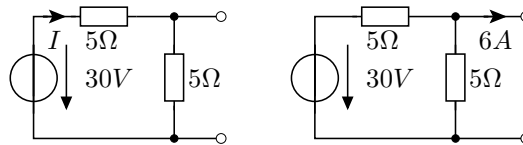
$$I_K = 4A + 2A = 6A$$

$$P_{auf} = 5\Omega \cdot (4A)^2 + 5\Omega \cdot (2A)^2$$

$$P_{auf} = 80W + 20W = 100W \text{ aufgenommene Leistung}$$

$$P_{ab} = -20V \cdot 4A - 10V \cdot 2A = -100W \text{ abgegebene Leistung}$$

2. Zweipol b):



- *Leerlauf:*

$$I = \frac{30V}{10\Omega} = 3A$$

$$U_l = 3A \cdot 5\Omega = 15V$$

$$P_{auf} = 10\Omega \cdot (3A)^2 = 90W$$

$$P_{ab} = -30V \cdot 3A = -90W$$

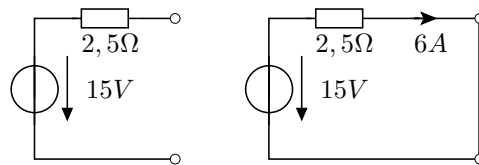
- *Kurzschluss :*

$$I_K = \frac{30V}{5\Omega} = 6A$$

$$P_{auf} = 5\Omega \cdot (6A)^2 = 180W$$

$$P_{ab} = -30V \cdot 6A = -180W$$

3. Zweipol c):



- Leerlauf:

$$U_l = 15 \text{ V}$$

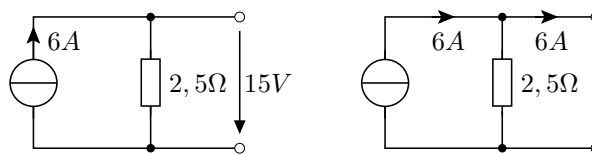
$$P_{auf} = 0 !$$

- Kurzschluss :

$$I_K = \frac{15 \text{ V}}{2,5 \Omega} = 6 \text{ A}$$

$$P_{auf} = 2,5 \Omega \cdot (6 \text{ A})^2 = 90 \text{ W}$$

4. Zweipol d):



- Leerlauf:

$$U_l = 6 \text{ A} \cdot 2,5 \Omega = 15 \text{ V}$$

$$P_{auf} = 2,5 \Omega \cdot (6 \text{ A})^2 = 90 \text{ W}$$

- Kurzschluss :

$$I_K = 6 \text{ A} \quad P_{auf} = 0$$

Aus diesen Berechnungen kann man folgende Zusammenhänge ableiten:

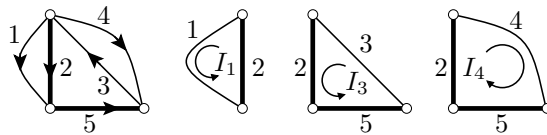
- Jeder von den vier Zweipolen kann durch jeden der anderen ersetzt werden.
- Die Gesamtleistungen sind **sehr** unterschiedlich.
- In der Ersatzspannungsquelle wird im Leerlauf, in der Ersatzstromquelle im Kurzschluss **keine** Leistung verbraucht!



Lösungen zu Kapitel 7

■ Aufgabe 7.1

Jetzt sind die Ströme 1, 3 und 4 unabhängig. Die drei unabhängigen Maschen sind auf dem nächsten Bild dargestellt:



Das neue Gleichungssystem lautet:

I_1	I_3	I_4	
$R_1 + R_2$	$-R_2$	$+R_2$	$U_{q1} - U_{q2}$
$-R_2$	$R_2 + R_3 + R_5$	$-(R_2 + R_5)$	$U_{q2} + U_{q3}$
$+R_2$	$-(R_2 + R_5)$	$R_2 + R_4 + R_5$	$-U_{q2}$

Setzt man die Werte ein, so ergibt sich:

$$\begin{vmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -2 & 7 & -3 \\ 2 & -3 & 7 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 20 \\ -12 \end{vmatrix}$$

Bemerkung :

Da die Quelle 2 jetzt nicht mehr in einem unabhängigen Zweig liegt, erscheint sie jetzt dreimal auf der rechten Seite des Gleichungssystems (vorher nur einmal!).

Die Widerstandsdeterminante ist jetzt:

$$D = 4 \cdot (49 - 9) + 2 \cdot (-14 - +6) + 2 \cdot (6 - 14) = 4 \cdot 40 - 2 \cdot 8 - 2 \cdot 8 = 128 \Omega^3$$

Für den Strom I_4 berechnet man noch die Determinante:

$$D_4 = \begin{vmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 7 & 20 \\ 2 & -3 & -12 \end{vmatrix}$$

$$D_4 = 4 \cdot (-84 + 60) + 2 \cdot (24 - 40) = 4 \cdot (-24) - 2 \cdot 16$$

$$D_4 = -96 - 32$$

$$D_4 = -128 \Omega^2 \cdot V .$$

Damit wird I_4 :

$$I_4 = \frac{D_4}{D} = \frac{-128 \Omega^2 \cdot V}{128 \Omega^3} = -1 A .$$

Außerdem ergibt sich für die anderen zwei unabhängigen Ströme:

$$I_1 = 2 A, \quad I_3 = 3 A .$$

Die abhängigen Ströme ergeben sich durch Überlagerung der unabhängigen. Man betrachtet hierzu die drei Maschen und sucht in jeder Masche nach dem zu bestimmenden abhängigen Strom. Man fängt zum Beispiel mit I_2 an. Dieser ist in allen drei Maschen vorhanden. Die Ströme I_1 und I_4 fließen durch den Zweig 2 entgegen der für den Strom I_2 als positiv angenommenen Zählrichtung, der Strom I_3 dagegen in dieselbe Richtung. Daraus ergibt sich I_2 als die folgende Überlagerung:

$$I_2 = -I_1 + I_3 - I_4 = -2 + 3 - (-1) = 2 A$$

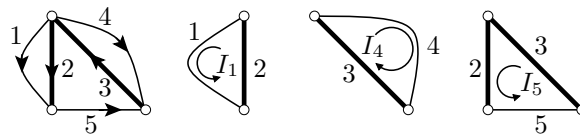
Für I_5 ergibt sich auf ähnliche Weise:

$$I_5 = I_3 - I_4 = 3 - (-1) = 4 A .$$

■

■ Aufgabe 7.2

Jetzt sind I_1 , I_4 und I_5 unabhängig:



Das neue Gleichungssystem lautet:

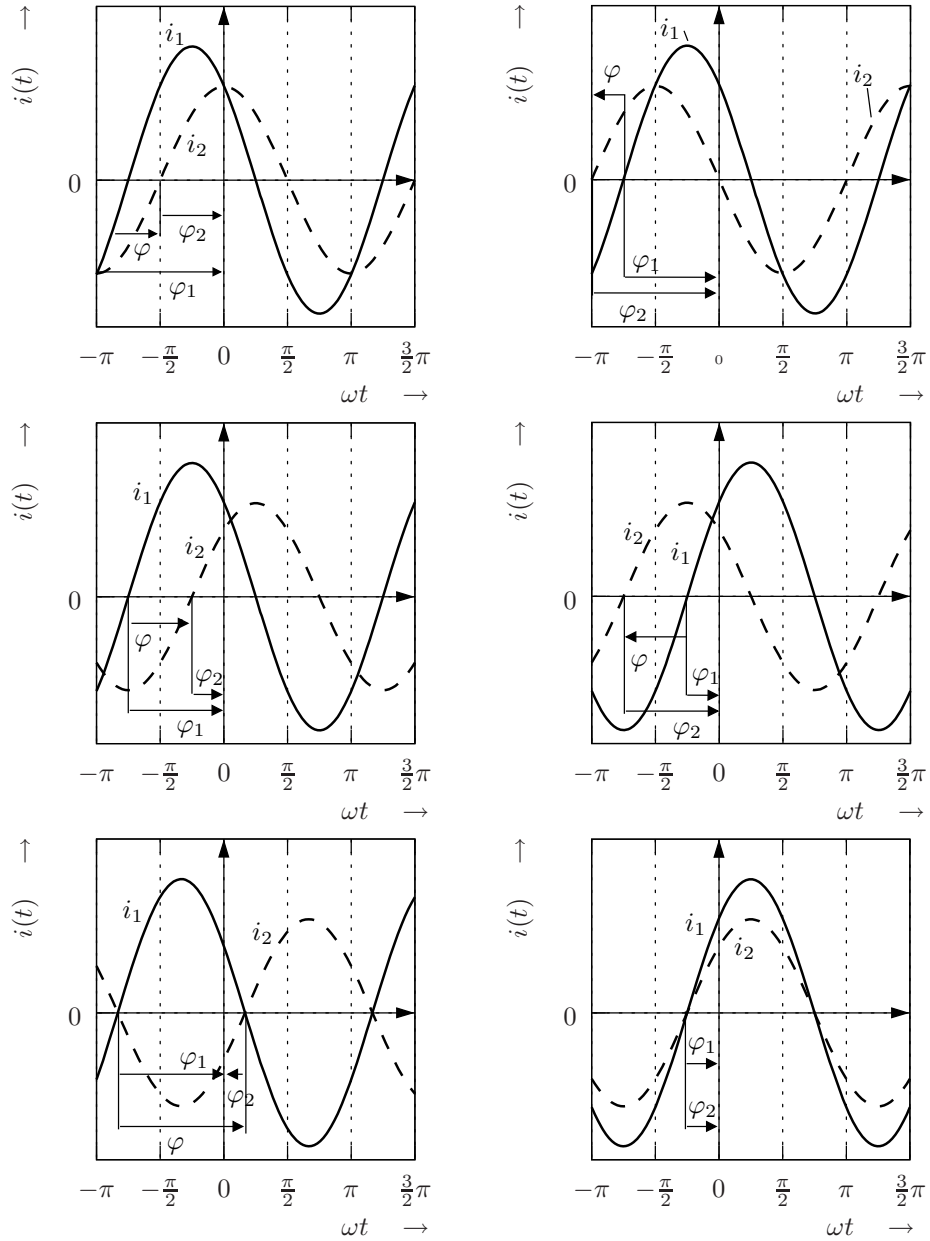
I_1	I_4	I_5	
$R_1 + R_2$	0	$-R_2$	$U_{q1} - U_{q2}$
0	$R_3 + R_4$	R_3	U_{q3}
$-R_2$	R_3	$R_2 + R_3 + R_5$	$U_{q2} + U_{q3}$

■

Lösungen zu Kapitel 8

■ Aufgabe 8.1

Die gesuchten Phasenwinkel φ sind in den folgenden Abbildungen eingetragen:



- *Bild oben links:* $\varphi_1 = 135^\circ, \varphi_2 = 90^\circ \Rightarrow \varphi = 45^\circ$
- *Bild oben rechts:* $\varphi_1 = 135^\circ, \varphi_2 = 180^\circ \Rightarrow \varphi = -45^\circ$
- *Bild mitte links:* $\varphi_1 = 135^\circ, \varphi_2 = 45^\circ \Rightarrow \varphi = 90^\circ$
- *Bild mitte rechts:* $\varphi_1 = 45^\circ, \varphi_2 = 135^\circ \Rightarrow \varphi = -90^\circ$
- *Bild unten links:* $\varphi_1 = 150^\circ, \varphi_2 = -30^\circ \Rightarrow \varphi = 180^\circ$
- *Bild mitte rechts:* $\varphi_1 = 45^\circ, \varphi_2 = 45^\circ \Rightarrow \varphi = 0^\circ$



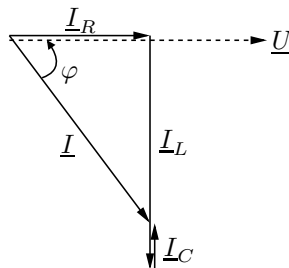
Lösungen zu Kapitel 10

■ Aufgabe 10.1

a) Hier gilt die Knotengleichung: $i = i_R + i_L + i_C$. Als Bezugsgröße in der Nullachse kann man $\underline{U}$ annehmen. Phasengleich mit $\underline{U}$ liegt $\underline{I}_R$. Um 90° hinter der Spannung liegt der induktive Strom $\underline{I}_L$, um 90° vor der Spannung $\underline{I}_C$. Ihre geometrische Summe ergibt den gesuchten Gesamtstrom $\underline{I}$. Seinen Effektivwert und seinen Phasenwinkel kann man direkt ablesen oder errechnen:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ A} = 5 \text{ A}$$

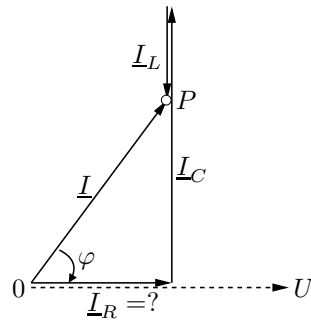
$$\varphi = \arctan \frac{I_L - I_C}{I_R} = \arctan \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi = 53,1^\circ \quad .$$



Der Strom liegt hinter der Spannung, der Verbraucher ist induktiv.

b) Da $\underline{I}_R$ unbekannt ist, zeichnet man in irgendeinem Punkt der horizontalen Achse nach oben den kapazitiven Strom $\underline{I}_C$ und nach unten den induktiven Strom $\underline{I}_L$, in dem ausgewählten Maßstab (z.B. $1 \text{ A} = 10 \text{ cm}$). Von dem Punkt P aus zeichnet man einen Zeiger der Länge 1 A bis zur Bezugsachse. Das ist der Summenzeiger $\underline{I}$. Jetzt kann man I_R und φ ablesen.

Bemerkung: Man kann zuerst $\underline{I}_L$ nach unten und dann $\underline{I}_C$ nach oben zeichnen, der Punkt P liegt an derselben Stelle.



Es ist:

$$I_R = \sqrt{I^2 - (I_C - I_L)^2} = \sqrt{1^2 - 0,8^2} \text{ A} = 0,6 \text{ A} \quad .$$

Der Winkel φ ist negativ:

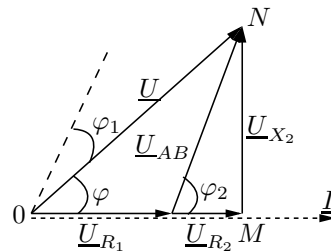
$$\tan \varphi = \frac{0,8}{0,6} \Rightarrow \varphi = -53,1^\circ \quad .$$

Die Schaltung verhält sich in diesem Falle kapazitiv. ■

■ Aufgabe 10.2

Für die folgende Abbildung gilt:

$$\underline{U}_{R1} = R_1 \underline{I} \quad ; \quad \underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I} \quad ; \quad \underline{U}_{X2} = X_2 \underline{I} \quad .$$



Den Winkel φ_2 kann man gleich bestimmen:

$$\tan \varphi_2 = \frac{U_{X2}}{U_{R2}} = \frac{X_2}{R_2} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow \varphi_2 = 71,56^\circ \quad .$$

Man sieht, dass:

$$\varphi_1 + \varphi = \varphi_2$$

ist. Da $\varphi_1 = 30^\circ$ sein soll, ergibt sich:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 71,56^\circ - 30^\circ = 41,56^\circ \quad .$$

Andererseits ergibt sich aus dem Dreieck OMN:

$$\tan \varphi = \frac{U_{X2}}{U_{R1} + U_{R2}} = \frac{X_2}{R_1 + R_2} = 0,887 \quad .$$

In dieser Gleichung ist nur R_1 unbekannt.

$$(R_1 + R_2) \cdot 0,887 = X_2 \Rightarrow R_1 = \frac{X_2 - R_2 \cdot 0,887}{0,887}$$

$$R_1 = \frac{15 - 5 \cdot 0,887}{0,887} \Omega = 11,9 \Omega \quad .$$

■

Lösungen zu Kapitel 11

■ Aufgabe 11.1

1. Es gilt: $Z = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{110 \text{ V}}{8 \text{ A}} = 13,75 \Omega$ und $\underline{Z} = 2R + 2j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$

$$\underline{Z} = 2R + j\omega L \quad .$$

Den Widerstand R kann man über die Wirkleistung P bestimmen:

$$P = 2RI^2 \rightarrow R = \frac{P}{2I^2} = 4,14 \Omega$$

$$Z = \sqrt{4R^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow \omega L = \sqrt{Z^2 - 4R^2} = 11 \Omega$$

$$\underline{Z}_L = R + j\omega L = (4,14 + j11) \Omega = 11,75 \Omega \cdot e^{j69,4^\circ} \quad .$$

2.

$$\underline{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j11 \Omega = 11 \Omega e^{-j90^\circ} \quad .$$

3.

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{110 \text{ V } e^{j0^\circ}}{13,77 \Omega e^{j53^\circ}} = 8 \text{ A } e^{-j53^\circ} \quad ; \quad \underline{I}^* = 8 \text{ A } e^{j53^\circ}$$

$$\underline{S} = 110 \text{ V } e^{j0^\circ} \cdot 8 \text{ A } e^{j53^\circ} = 880 \text{ VA } e^{j53^\circ} = (530 + 703j) \text{ VA} \quad .$$

$$\text{Überprüfung: } P = 530 \text{ W} \quad ; \quad Q = X_L \cdot I^2 = 11 \Omega \cdot 64 \text{ A}^2 = 704 \text{ var} \quad .$$

■

■ Aufgabe 11.2

$$\underline{U} = 100 \text{ V } e^{j225^\circ} = -70,7 \text{ V } (1 + j)$$

1.

$$\underline{Z}_g = -\frac{j}{\omega C} + \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} = -\frac{j}{100\pi \frac{1}{\pi} \cdot 10^{-3}} \Omega + \frac{10 \cdot j100\pi \frac{0,1}{\pi}}{10 + 10j} \Omega$$

$$= -j10 \Omega + \frac{10j(1 - j)}{2} \Omega$$

$$\underline{Z}_g = (5 - 5j) \Omega = 7,07 \text{ } e^{-j45^\circ} \Omega$$

$$R_g = 5 \Omega \quad ; \quad X_g = -5 \Omega \text{ (kapazitiv)}.$$

2.

$$\underline{Y}_g = \frac{1}{\underline{Z}_g} = \frac{1}{7,07} e^{j45^\circ} S = 0,14 e^{j45^\circ} S = (0,1 + 0,1j) S$$

$$G_g = 0,1 S ; B_g = -0,1 S \quad .$$

3.

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_g} = \frac{100 V e^{-j135^\circ}}{7,07 \Omega e^{-j45^\circ}} = 14,14 A e^{-j90^\circ} = -j14,14 A$$

$$\underline{I}_L = \underline{I}_C \frac{R}{R + j\omega L} = 14,14 e^{-j90^\circ} A \frac{10 \Omega}{10 \Omega + j10 \Omega} = \frac{-j14,14}{1+j} A$$

$$= -14,14 \frac{j(1-j)}{2} A = (-7,07 - j7,07) A = 10 A e^{-j135^\circ}$$

$$\underline{I}_R = \underline{I}_C - \underline{I}_L = -j14,14 A + 7,07(1+j) A = (7,07 - j7,07) A = 10 A e^{-j45^\circ}$$

Die Zeitfunktionen:

$$i_C = \sqrt{2} \cdot 14,14 A \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$i_L = \sqrt{2} \cdot 10 A \sin(\omega t - 135^\circ)$$

$$i_R = \sqrt{2} \cdot 10 A \sin(\omega t - 45^\circ)$$

$$u_{AB} = R \cdot i_R = \sqrt{2} \cdot 100 V \sin(\omega t - 45^\circ)$$

4. Um die Leistungsbilanz zu überprüfen, berechnet man die Scheinleistung $\underline{S}$:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}_C^* = 100 V e^{-j135^\circ} \cdot 14,14 A e^{+j90^\circ} = 14,14 V A e^{-j45^\circ} = 1000(1-j) V A .$$

Die Wirkleistung P , die in dem einzigen Widerstand R verbraucht wird, ist:

$$P = R \cdot I_R^2 = 10 \Omega (10 A)^2 = 1000 W$$

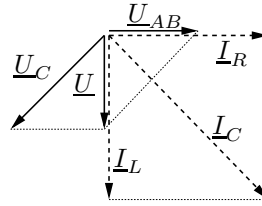
und ist gleich dem Realteil der Scheinleistung $\underline{S}$.

Die Blindleistung wird in der Induktivität L und in der Kapazität C umgesetzt.

$$Q = \omega L \cdot I_L^2 - \frac{1}{\omega C} \cdot I_C^2 = 10 \Omega \cdot (10 A)^2 - 10 \Omega \cdot (14,14 A)^2 = -1000 var \quad .$$

Diese negative Blindleistung ergab sich auch als Imaginärteil der Scheinleistung $\underline{S}$.

5. Das Zeigerdiagramm der Spannungen und Ströme (gestrichelt) sieht folgendermaßen aus:

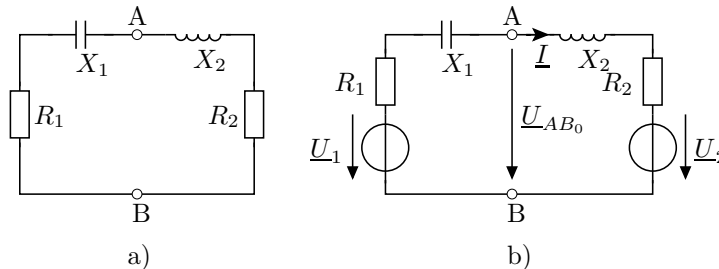


■ Aufgabe 11.3

Thévenin-Theorem:

$$I_3 = \frac{\underline{U}_{AB0}}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_3}.$$

Die Impedanz $\underline{Z}_i$ der Schaltung ohne den Zweig 3 (s. folgende Abbildung a) ergibt sich direkt als:



$$\underline{Z}_i = (5 - j20) \parallel (10 + j5) \Omega = \frac{30 - j35}{3(1 - j)} \Omega = (10,8\tilde{3} - j0,8\tilde{3}) \Omega.$$

Zur Berechnung der Leerlaufspannung $\underline{U}_{AB0}$ muss man in der Schaltung ohne den Zweig 3 (s. Bild b) den Strom $\underline{I}$ ermitteln.

$$\underline{I} = \frac{200 - j50 - 100 + j175}{15 - j15} = \frac{20 + j25}{3(1 - j)} \text{ A}.$$

Jetzt wird (z.B. auf dem rechten Umlauf, vorige Abbildung, b):

$$\underline{U}_{AB0} = \underline{U}_2 + (R_2 + jX_2)\underline{I} = (100 - j175) \text{ V} + (10 + j5) \Omega \frac{20 + j25}{3(1 - j)} \text{ A}$$

$$\underline{U}_{AB0} = (54,1\tilde{6} - j104,1\tilde{6}) \text{ V}.$$

Der gesuchte Strom $\underline{I}_3$ ist:

$$\underline{I}_3 = \frac{54,1\tilde{6} - j104,1\tilde{6}}{10,8\tilde{3} - j(0,8\tilde{3} + 20)} \text{ A} = 5 \text{ A}.$$

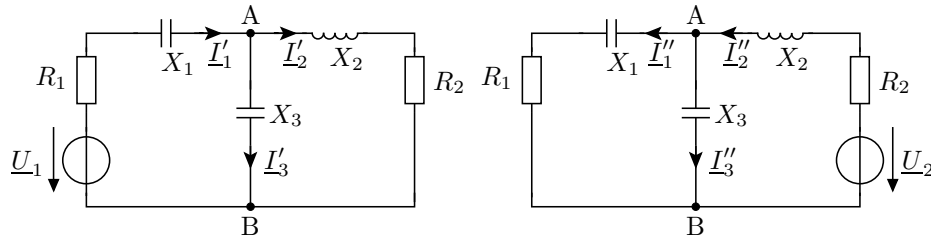
■ Aufgabe 11.4

Man macht zunächst die Quelle $\underline{U}_2$ unwirksam und berechnet die von der Quelle $\underline{U}_1$ erzeugte Stromverteilung $\underline{I}'_1, \underline{I}'_2, \underline{I}'_3$ (Bild links).

Danach wird die Quelle $\underline{U}_1$ unwirksam gemacht und man berechnet eine andere Stromverteilung, die von der Quelle $\underline{U}_2$ allein erzeugt wird: $\underline{I}''_1, \underline{I}''_2, \underline{I}''_3$ (Bild rechts).

Der gesuchte Strom $\underline{I}_3$ ergibt sich durch Überlagerung:

$$\underline{I}_3 = \underline{I}'_3 + \underline{I}''_3.$$



Um den ersten Teilstrom $\underline{I}'_1$ zu bestimmen braucht man die Gesamtimpedanz $\underline{Z}'$, die die Quelle $\underline{U}_1$ „sieht“:

$$\underline{Z}' = (5 - j20) \Omega + \frac{(10 + j5)(-j20)}{10 - j15} \Omega = (17,3 - j21,538) \Omega.$$

Der Gesamtstrom $\underline{I}'_1$, der von der Quelle $\underline{U}_1$ erzeugt wird, ist (s. Bild links):

$$\underline{I}'_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}'}$$

und der gesuchte Teilstrom durch den Zweig 3, nach der Stromteilerregel:

$$\underline{I}'_3 = \underline{I}'_1 \frac{10 + j5}{10 - j15} A = \frac{200 - j50}{17,3 - j21,538} \cdot \frac{10 + j5}{10 - j15} A = (-2,318 + j4) A.$$

Ähnlich verfährt man auch im zweiten Fall, wenn nur die Quelle $\underline{U}_2$ wirksam ist (Bild rechts).

Die Gesamtimpedanz ist jetzt:

$$\underline{Z}'' = (10 + j5) \Omega - \frac{j20(5 - j20)}{5 - j40} \Omega = (11,23 - j5,15) \Omega.$$

Der Gesamtstrom der Quelle $\underline{U}_2$ ist:

$$\underline{I}''_2 = \frac{100 - j175}{\underline{Z}''} A$$

und der gesuchte zweite Teilstrom $\underline{I}_3''$, nach der Stromteilerregel:

$$\underline{I}_3'' = \frac{100 - j175}{11,23 - j5,15} \cdot \frac{5 - j20}{5 - j40} A = (7,32 - j4) A.$$

Die Superposition der beiden Teilströme ergibt denselben Strom wie das Thévenin-Theorem (Beispiel 4.16):

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_3' + \underline{I}_3'' = -2,318 + j4 + 7,32 - j4 = 5 A.$$

■

■ Aufgabe 11.5

Als unabhängig kann man die Ströme $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$ betrachten. Für die auf dem oberen Bild eingezeichneten Maschenströme stellt man das folgende Gleichungssystem auf:

$\underline{I}_I$	$\underline{I}_{II}$	
$(5 - j40) \Omega$	$-j20 \Omega$	$(200 - j50) V$
$-j20 \Omega$	$(10 - j15) \Omega$	$(100 - j175) V$

Für die Maschenströme ergibt sich:

$$\underline{I}_I = j10 A, \quad \underline{I}_{II} = (-5 + j10) A$$

und für die tatsächlichen Zweigströme:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_I = j \cdot 10 A, \quad \underline{I}_2 = -\underline{I}_{II} = (5 - j10) A$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_I - \underline{I}_{II} = 5 A.$$

■

■ Aufgabe 11.6

Die Zahl der unabhängigen Ströme ist: $m = z - k + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$.

Wählt man als unabhängig die 3 äußeren Ströme $\underline{I}_1$, $\underline{I}_4$ und $\underline{I}_6$, so entspricht ihnen das folgende Gleichungssystem:

$\underline{I}_1$	$\underline{I}_4$	$\underline{I}_6$	
$\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$	$-\underline{Z}_2$	$-\underline{Z}_3$	$-\underline{U}_1$
$-\underline{Z}_2$	$\underline{Z}_2 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5$	$-\underline{Z}_5$	$-\underline{U}_2$
$-\underline{Z}_3$	$-\underline{Z}_5$	$\underline{Z}_3 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6$	$\underline{U}_3$

und mit Zahlen:

$\underline{I}_1$	$\underline{I}_4$	$\underline{I}_6$	
$j2$	$-j5$	$j5$	$-5 + j9$
$-j5$	3	-3	$-3 - j13$
$j5$	-3	6	$9 + j16$

Nach Auflösung des Gleichungssystems ergibt sich für die 3 unabhängigen Ströme:

$$\underline{I}_1 = 2 \text{ A}, \quad \underline{I}_4 = 1 \text{ A}, \quad \underline{I}_6 = (2 + j) \text{ A}.$$

Die 3 abhängigen Ströme ergeben sich aus Knotengleichungen:

$$\begin{aligned} \text{im Knoten A:} \quad & \underline{I}_2 = \underline{I}_1 - \underline{I}_4 = 1 \text{ A} \\ \text{im Knoten D:} \quad & \underline{I}_5 = \underline{I}_6 - \underline{I}_4 = (2 + j - 1) \text{ A} = (1 + j) \text{ A} \\ \text{im Knoten C:} \quad & \underline{I}_3 = \underline{I}_6 - \underline{I}_1 = (2 + j - 2) \text{ A} = j \text{ A} . \end{aligned}$$

Überprüfung auf der äußeren, großen Masche, die nicht benutzt wurde:

$$\underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_4 \underline{I}_4 + \underline{U}_2 - \underline{U}_3 + \underline{Z}_6 \underline{I}_6 + \underline{U}_1 = 0$$

$$\begin{aligned} j2 \cdot 2 - j5 \cdot 1 + 3 + j + j13 - 9 - j16 + (3 + j5)(2 + j) + 5 - j9 &= 0 \\ 0 &= 0 . \end{aligned}$$



Grundlagenwissen Elektrotechnik

Gleich-, Wechsel- und Drehstrom

Marinescu, M.; Winter, J.

2011, XI, 302 S. 281 Abb. Mit ausführlichen Beispielen.,

Softcover

ISBN: 978-3-8348-0555-3