
Sumário

Dedicatória	V
Prefácio	VII
Introdução	IX
Cálculo numérico e Cálculo simbólico	1
Equação $ax = b$. Tentemos resolvê-la	2
Equação $ax = b$. Atenção aos erros	3
Equação $ax = b$. Manipulemos os símbolos	4
Exercícios	6

Parte I

1 Sistemas lineares e matrizes	9
1.1 Exemplos de Sistemas Lineares	10
1.2 Vetores e matrizes	14
1.3 Sistemas lineares genéricos e matrizes associadas	16
1.4 Formalismo $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$	21
Exercícios	23
2 Operações com matrizes	25
2.1 Soma e produto por um número	26
2.2 Produto linha por coluna	27
2.3 Quanto custa multiplicar duas matrizes?	35
2.4 Algumas propriedades do produto de matrizes	36
2.5 Inversa de uma matriz	39
Exercícios	45

3	Solução dos Sistemas Lineares	49
3.1	Matrizes elementares	50
3.2	Sistemas lineares quadrados, o método de Gauss	56
3.3	Cálculo efetivo da inversa	61
3.4	Quanto custa o método de Gauss?	64
3.5	Decomposição LU	68
3.6	Método de Gauss para sistemas gerais	70
3.7	Determinantes	73
	<i>Exercícios</i>	76
4	Sistema de coordenadas	79
4.1	Escalaes e Vetores	80
4.2	Coordenadas cartesianas	81
4.3	A regra do paralelogramo	86
4.4	Sistemas ortogonais, áreas, determinantes	88
4.5	Ângulos, módulos, produtos escalaes	89
4.6	Produtos escalaes e determinantes em geral	94
4.7	Mudança de coordenadas	98
4.8	Espaços vetoriais e bases	100
	<i>Exercícios</i>	105
Parte II		
5	Formas quadráticas	109
5.1	Equações de segundo grau	110
5.2	Operações elementares sobre matrizes simétricas	115
5.3	Formas quadráticas, funções e positividade	121
5.4	Decomposição de Cholesky	125
	<i>Exercícios</i>	129
6	Ortogonalidade e ortonormalidade	131
6.1	Uplas ortonormais e matrizes ortonormais	132
6.2	Rotações	133
6.3	Subespaços, independência linear, posto, dimensão	135
6.4	Bases ortonormais e Gram-Schmidt	139
6.5	Decomposição QR	143
	<i>Exercícios</i>	145
7	Projetores, pseudoinversa, mínimos quadrados	147
7.1	Matrizes e transformações lineares	148
7.2	Projetores	152
7.3	Mínimos quadrados e pseudoinversas	156
	<i>Exercícios</i>	162

8 Endomorfismos e diagonalização	165
8.1 Um exemplo de transformação linear plana	167
8.2 Autovalores, autovetores, autoespaços, semelhança	168
8.3 Potência de matrizes	171
8.4 Os coelhos de Fibonacci	173
8.5 Sistemas diferenciais	176
8.6 Diagonabilidade das matrizes simétricas reais	178
Exercícios	184

Parte III

Apêndice	189
Conclusão?	203
Índice Remissivo	207

*no mundo existem dois grupos de pessoas,
aqueles que pensam que a matemática seja inútil,
e aqueles que pensam*

Índice Remissivo

- álgebra, 4, 80, 81, 87, 101, 115
 - computacional, 5, 106
 - linear, VII, IX, XI, 106, 110, 111, 149, 170, 186
 - teorema fundamental, 178
- área, 17, 88, 89, 134
- ângulo, 89, 91, 92, 134, 168
- CoCoA, IX, XI, 106, 189, 193, 196, 197, 201, 205
- 9 Outubro, XIII, 205
- sistema
 - de geradores, 157
- abscissa, 13, 83
- agricultor, IX, 131, 147
- algoritmo, IX, 2, 70
- alicerce formal, X
- anel, 39
- aproximação, 3, 66, 67, 161
- arredondamento, 67
- autoespaço, XII, 168, 175, 178, 179, 182, 196
- autor, X
 - anônimo, X, 131, 133
 - desconhecido, 165
- autovalor, XII, 46, 168–171, 174, 179, 183, 196
- autovetor, XII, 168, 169, 179, 196
- bailarino, IX
- base, XII, 100–102, 113, 119, 121, 132, 135–138, 149–151, 154, 155, 166–168, 170, 179, 196
- canônica, 101–103, 112, 115, 133, 148, 150, 151, 171
- mudança, 98, 115, 123, 169
- ortogonal, XII, 132, 135, 142
- ortonormal, XII, 132, 133, 135, 139–141, 148, 152–154, 157, 165, 168, 179, 180
- bilinearidade, 94
- Binet, 96
- cálculo, X, 1–3, 39, 51, 61, 64, 66, 95, 121, 142, 159, 166, 174, 175, 192
 - artifício, 123
 - efetivo, 35, 61
 - experimento, 12
 - numérico, 1, 3
 - simbólico, X, XI, 1, 5
- calculadora
 - máquina, 3, 190, 193
- característica, 137
- Cauchy-Schwarz, 94
- Chesterton, 173
- Cholesky, 193
- circunferência, 109
- classificação, 133, 134
- coelhos, 167, 173

- combinação linear, 100, 101, 103, 136, 140, 148, 149, 156, 160
- complexidade, 35
- componente, 15, 87, 94, 101, 112
- computacional
 - custo, XI
- computador, X, XII, 25, 46, 66, 70, 106, 189, 190, 201, 202
- constante, 69, 96, 100, 111, 176
- coordenadas, 94
- corpo
 - números complexos, 39, 122, 127
 - números racionais, 39
 - números reais, 39, 112
 - numérico, 39, 72, 96, 112, 158
 - ordenado, 122, 127
- correspondência biunívoca, 85, 95
- cristais, 147
- custo
 - computacional, 35, 64, 66, 95, 166
 - médio, 27
 - total, 11
 - unitário, 11, 35
- dado inicial, 14, 174, 176
- data de nascimento, 205
- decomposição
 - LU , 68, 69
 - MN^{tr} , 158, 159
 - $P^{-1}\Delta P$, 166, 171
 - QR , 143, 144, 153
 - de Cholesky, 125–127, 144, 193, 195
- definições, X
- demonstração, X, XII, 59, 96, 115, 116, 127, 141, 155, 159
 - por absurdo, 59
- derivada, 14, 176
- determinante, 73, 74, 88, 89, 94, 95, 124, 134, 136, 170, 180, 202
- diagonal principal, 32, 56, 58, 60, 64, 116
- diagonalizável, 178, 179
- diagonalizar, 173, 177, 181, 183, 197
- dieta, 12
- dimensão, 131, 135, 137, 152, 171, 179
- direção, 80, 82, 90, 167
- distância, 3, 90, 115, 131, 156, 163
- distributiva, 38
- Einstein, 90
- eixo, 83, 84, 88, 167
 - abscissa, 83
 - ordenadas, 83
- eixos ortogonais, 13, 88, 92, 109, 131, 134, 140
- elo, X
- endomorfismo, 168, 169
- entrada, 27, 32, 41, 59, 87, 96, 110, 120, 132, 197
 - genérica, 20
 - racional, 20, 97
 - real, 88, 127
- equação, 2–4, 10, 13, 16, 18, 21, 50, 51, 56, 64, 65, 67, 71, 175, 182
 - diferencial, 176
 - escalar, 176
 - linear, 17
 - matricial, 45, 61, 176
 - polinomial, 109
 - segundo grau, 110
- erro, 3, 6
- escalar, 27, 80
- espaço vetorial, XII, 100, 135, 155, 165, 169
- estrutura formal, XII, 93
- fórmula, 23, 26, 38, 74, 90, 92, 93, 103, 105, 111, 113, 123, 128, 134, 140, 143, 150–152, 154, 156, 157, 160, 166, 169, 172, 174, 175, 181, 183
- Faculdade de Ciências, VII
- fatorial, 95, 96
- Fibonacci, 173
- forma
 - LU , 68, 165
 - MN^{tr} , 158
 - QR , 143, 165

- bilinear, 131
 - canônica, 121
 - definida positiva, 123, 131
 - diagonal, 126, 128
 - linear, 111
 - polar, 131
 - quadrática, XI, 111–113, 115, 118, 121–125, 165
 - semidefinida positiva, 123, 125
 - triangular, 60, 64, 96
- formalismo, 21, 22, 50, 55
- fotógrafo, IX, 161
- fração, 1, 3, 67
- frases de auto-referência, aforismos, piadas, citações, palíndromos,..., V, VII–XIII, 1, 9, 25, 47, 49, 79, 106, 109, 131, 133, 147, 152, 156, 161, 165, 173, 183, 189, 202, 203, 205
- função, 66, 73, 91–93, 110, 121, 131, 148, 151, 152, 167, 176, 192, 195, 197, 201
 - determinante, 74, 96
 - linear, 149
 - permutação, 95
- Gênova, XI, 35, 189
- Gauss, 56, 64, 66, 70
- genérico, 114
- genovês, 50, 64
- geometria, IX, 80, 81, 87, 101, 111, 115, 134, 136, 141, 161, 165, 167
 - analítica, 10, 13
- grafo, 25, 31, 33, 34, 41, 42, 44
 - pesado, 25, 31
- Gram-Schmidt, 132, 139, 142, 143, 148, 182
- grandeza
 - escalar, 80
 - ordem, 65
 - ordem de, 66
 - vetorial, 80
- Hofstadter, X
- homogêneo, 15, 110, 111, 150
 - sistema linear, 17, 135, 136, 170, 178, 180–182
- idempotente, 155
- imagem, 150
- incógnita, X, 2, 11, 14, 16–18, 21, 44, 50, 52, 60, 61, 72, 170
- indeterminada, 17
- infinito, 12, 60, 71, 121, 135
 - ciclo, 2
- informática, VII, 35
- internet, XII
- interruptor, 40, 41, 43, 44
- interseção, 10, 13
- invariante, VII, 11, 90, 95, 165, 170
- inverso, 4, 39, 166
- Jordan, 203
- lâmpada, 41, 43
- leitor, X, XI, XIII, 1, 30, 34, 38, 39, 50, 66, 80, 89, 95, 100, 106, 110, 114, 121, 124, 128, 131, 135, 141, 147, 151, 155, 159, 166, 171, 174, 178, 189, 193, 201
- lentos, 147
- Liber Abaci, 173
- linear
 - dependência, 131
 - independência, 135
- linguagem, IX, 19, 118, 190, 194, 197
 - comum, 80
- loteria
 - bilhete, 15
- lua, VII, VIII, 3
- mínima distância, 156, 157, 160, 161
- mínimos quadrados, XI, 147, 156, 157, 160, 165
- módulo, 80
- matemática, VII, IX, X, 4, 16, 20, 56, 66, 110, 149, 165, 169, 175, 178, 203
 - arte, 79
 - audácia, 86
 - biblioteca, XII

- conceito fundamental, 81
- construção, 95
- curiosidade, 30, 127
- doença, 43
- ferramenta, 135
- formalização, 30
- jóia, 124, 155
- linguagem, 40
- progresso, 85
- sutileza, 110, 112
- matemático, 25
 - âmbito, 133
 - conceito, 94, 168
 - fato, 170, 180
 - instrumento, 165
 - jargão, 178
 - modelo, XI, 10, 12, 17, 28, 42, 43, 85, 109, 173, 176
 - modo, 127, 152
 - objeto, 14, 25, 32, 79, 110
 - raciocínio, 91, 100
 - trabalho, 152
- matemáticos, VIII–X, XII, 20, 21, 31, 37, 39, 41, 50, 59, 75, 81, 90, 100, 111, 115, 120, 128, 135, 136, 141, 144, 149, 153, 158, 173, 183
- matriz, XI, 9, 14, 15, 25, 35, 111, 165
 - característica, 137, 201
 - coluna, 16, 21, 28, 30, 44, 85, 99
 - completa, 19
 - congruente, 181
 - da forma quadrática, 112, 113
 - definida positiva, 124, 125, 127
 - diagonal, 33, 118, 119, 122, 124, 125, 128, 132, 166, 167, 175, 197, 203
 - diagonalizável, 178, 180
 - dos coeficientes, 49
 - elementar, 50, 53, 54, 59, 69, 115, 116, 193
 - entrada, 19
 - forma canônica, 120
 - genérica, 20
 - idêntica, 38
 - idempotente, 155
 - identidade, 38, 53, 54, 114
 - incompleta, 19, 21
 - inversa, 39, 44, 61, 73
 - invertível, 59, 102
 - linha, 16, 85
 - menor, 124, 137
 - menor principal, 124
 - nilpotente, 37
 - nula, 26, 59
 - operação
 - elementar, 53
 - ortogonal, 131, 132
 - ortonormal, 131–134, 143, 152
 - positiva definida, 193
 - posto, 131, 135, 137, 143, 158
 - posto máximo, 137
 - potência, 171, 196
 - produto
 - linha por coluna, 21, 22, 30, 36, 37, 42
 - por um número, 27
 - pseudoinversa, XII, 156, 158, 159
 - quadrada, 20, 32, 56, 68, 70, 74, 88, 89, 95, 165, 169
 - semelhante, 169, 170
 - semidefinida positiva, 123, 155, 183
 - simétrica, XII, 32, 33, 42, 112, 115, 117, 123, 155, 165, 178, 179, 181, 193, 203
 - soma, 26
 - submatriz, 124, 136, 137, 155, 157, 159
 - tipo, 20, 137
 - transposta, 32, 125
 - transformação elementar, 52
 - triangular, 56, 60, 64, 68, 69, 96, 126, 143
- medida
 - unidade de, 15, 79, 82, 139
- menor, 124, 137
- Moore-Penrose, 158
- motor de pesquisa, 205
- Mullah Nasrudin, VII

- multiplicidade, 171, 178–180
- núcleo, 150
- número, VII, IX, XII, 1, 11, 26, 30, 40, 52, 57, 66, 69, 74, 80, 85, 89, 109, 134, 136, 137, 166, 168, 172, 174
 - aproximado, 67
 - complexo, 122
 - decimal, 2
 - exato, 2, 3
 - inteiro, 39, 67, 198
 - natural, 4, 12, 86, 95
 - negativo, 119, 122, 134
 - positivo, 119, 120, 122, 134, 143, 193
 - racional, 2–4, 40, 67
 - real, 82, 85, 86, 121, 135
- notação, XII, 86, 98, 101, 176
 - abuso, 86
- nuvens, 203
- operação, 38, 40, 64, 65, 69, 95, 96, 110, 119, 121, 133, 143, 148, 166, 172
 - elementar, 35, 50, 53, 56, 61, 69, 73, 115, 118, 129, 138, 190
- oráculo, 73, 74, 114
- ordenada, 14, 83
- orientação, 82
- origem, 82, 86, 98, 139
- ortocentro, 131
- ortogonalidade, 93, 131, 132, 134, 140
- ortonormalidade, 132
- ortonormalização, 132, 142, 143
- ouro, 79
- output, 190, 192, 201
- página web, XI, 189, 195, 205
- palavra, 25, 39, 50, 79, 85, 134, 168
- parábola, 13
- parâmetro, 13, 14, 71, 72, 110
- paralelepípedo, 89
- paralelogramo, 86–88, 134
- permutação, 95
- Picasso, XI
- pivô, XI, 58, 62–64, 66–68, 116, 117, 128
- pixel, 109
- planeta, 95, 201
- plano, 10, 83–85, 88, 91, 98, 100, 101, 109, 131, 137, 139
 - coordenado, 84
 - de transporte, 10
- poderes paranormais, 106
- polinômio, 16, 110, 111, 121, 178
 - característico, 170, 172, 179, 201
 - caraterístico, 202
 - homogêneo, 111
- ponte, 13
- positividade, 94, 121, 123, 124, 127
- posto, 131, 135, 137, 143, 158, 165
 - máximo, 132, 137, 155, 159
- povoados, 27
- prata, 79
- preço de mercado, 27
- produto, 21, 26, 27, 36–38, 40, 43, 54, 55, 59, 61, 69, 95, 112, 115, 158
 - derivado, 95
 - escalar, 89, 93, 94, 131, 132, 140, 141
 - linha por coluna, 27, 29, 30, 33, 35–38, 42, 56, 99
- projeção, 91, 148
 - ortogonal, XI, 131, 141, 152, 154, 157, 159, 161
- projektor, XI, 152, 154, 155, 157, 159
- propriedade, XII, 26, 32, 36, 37, 39, 75, 91, 92, 94, 96, 102, 112, 121, 122, 128, 135, 143, 148, 149, 159, 167, 179, 203
 - associativa, 38
- pseudoinversa, 156, 158, 159
- raiz, 127, 128, 171
 - complexa, 178
 - quadrada, 120, 194
 - real, 170, 178, 179

- reação química, 11
- Real, 79
- recorrência linear, 174
- redução, 64
 - à forma triangular, 64
 - gaussiana, 56, 60, 115, 138
 - passo, 58, 60, 116
- regra, 26, 27, 53, 61, 79, 88, 89, 158
 - de reescritura, 4
 - do jogo, 190
 - do paralelogramo, 86, 87, 98
 - dos sinais, 134
- relógio de sol, V
- relação, 12, 94, 102, 111, 131, 133, 158, 168, 176
 - de congruência, 118, 165
 - de equipolência, 81, 90
 - de equivalência, 50, 81, 169
 - de recorrência, 186
 - de semelhança, 166, 169
- retângulo, 88, 91
- reta, 10, 81, 82, 85, 101, 111, 168
 - orientada, 82–84
- rotação, 133, 135, 168
- símbolo, IX, 1, 4, 15, 20, 29, 40, 74, 84, 87, 99, 158, 173, 189, 194, 195, 202
- sentido, 80, 82
- sequência, XIII, 15
- simetria, XII, 94, 115, 116
- sinal
 - positivo, 82
- sistema
 - de geradores, XII
 - elétrico, 43
 - binário, 202
 - de coordenadas, 82–85, 87–89, 98, 100, 109, 114, 131, 136, 139, 168
 - de geradores, 159
 - diferencial, 176
 - linear, X, 9, 10, 13, 14, 16, 18, 19, 22, 30, 44, 49, 52, 54, 55, 57, 59, 60, 62, 67, 68, 70, 71, 96, 113, 126, 158, 161, 165, 190
 - linear genérico, 17
 - linear homogêneo, 17, 135, 136, 170, 178, 180, 182
 - linear quadrado, 56, 60, 64
 - monométrico, 83
 - ortogonal, 88
 - polinomial, 109
- sol, VII, 3
- soma, 26, 38, 64, 69, 74, 87, 111
- subespaço vetorial, 131, 135, 138, 139, 157, 159, 161, 165, 168
- substituição retroativa, 56
- Sylvester, 124, 126, 193
 - Crítério de, 124
- temperatura, 15, 80
- teorema, IX, X
 - de Binet, 96
 - de Pitágoras, 90, 93
 - fundamental da Álgebra, 178
- termo, 185
 - a termo, 87
 - constante, 17, 19, 21, 52, 60, 111, 167
 - misto, 113, 114, 165
- terra, VIII, 3
- tipo, 20
- transformação, 4, 52
 - elementar, 52, 97, 128
 - linear, 147, 149, 151, 152, 165
- transporte, 9, 10
- unidade de medida, 15, 79, 82, 139
- valor, 4, 14, 64, 65, 71, 134
 - absoluto, 88, 89
 - não negativo, 122, 123
 - negativo, 122
 - nulo, 122
 - positivo, 122, 123
- variáveis, 112, 119, 125, 177
 - livres, 71, 139
 - separadas, 177
- variável, 20, 110, 190
- velocidade, 14, 79, 80

- verso, V
- versor, 82, 90, 139, 140, 168
- vetor, 9, 14–16, 19, 28, 80, 88, 89, 101, 135, 137, 140, 146, 148, 150, 156, 161, 165, 170
 - aplicado, 81, 84, 86
 - componente, 15, 87, 94, 112, 150
 - comprimento, 115, 131
 - genérico, 112, 122, 123
 - livre, 81, 82, 84
 - módulo, 82, 89, 90, 115, 143
 - unitário, 82, 98, 101
- vetores, 79, 86, 114
 - ângulo entre, 90, 94
 - ortogonalidade, 93
 - linearmente dependentes, 138
 - linearmente independentes, 135, 136, 140, 142, 143, 170
 - ortogonalidade, 94
- vinícola, 26
- Zen, 25

Final da Impressão: Maio de 2011



<http://www.springer.com/978-88-470-1886-0>

Álgebra Linear

Para todos

Robbiano, L.

2011, XVII, 213 p., Softcover

ISBN: 978-88-470-1886-0