

Indice

Prefazione	xiii
1 I frattali e il nostro mondo	1
1.1 Considerazioni iniziali	1
1.2 Nomen est Numen	1
1.3 Jean Perrin – 1906	3
1.4 I frattali naturali e non	7
1.5 I frattali e la fisica	7
1.6 Lo sviluppo del presente volume	9
1.7 Ringraziamenti	11
2 I frattali geometrici	13
2.1 Introduzione	13
2.2 Dimensione di Hausdorff-Besicovitch	13
2.2.1 La curva di Peano	15
2.2.2 Dimensione frattale di box counting	16
2.2.3 Le coste della Norvegia e di altri Paesi	17
2.2.4 La codimensione frattale	19
2.3 La curva triadica di Koch	20
2.4 L'insieme triadico di Cantor	22
2.5 Curdling, trema e whey	23
2.6 Dimensione di somiglianza: affinità	24
2.7 La dimensione frattale di cluster	27
2.8 Cantor e Koch “generalizzati”	30
2.9 Frattali autoinversi	32
2.10 Insiemi di Mandelbrot-Given e di Sierpinski	33
2.11 Frattali veri: automobili ad idrogeno	36
2.11.1 Un'audace proposta	37
2.11.2 I supercondensatori frattali	38
2.11.3 I supercondensatori nelle auto ad idrogeno	40

2.11.4	Il test su strada	40
2.12	Un volo ardito nell'evoluzione	41
3	Le funzioni frattali	43
3.1	Introduzione	43
3.2	Linee e funzioni, aree ed integrali	43
3.3	Il paradosso di Schwarz	47
3.4	Lo scaling delle funzioni frattali	50
3.5	La funzione di Weierstrass	51
3.6	La funzione di Weierstrass-Mandelbrot	52
3.7	Funzioni di W - M deterministiche	53
3.8	Funzioni di W - M stocastiche	57
4	Random Walks e Frattali	59
4.1	Introduzione	59
4.2	Il moto browniano di Einstein	60
4.3	Random walks mono-dimensionali	64
4.4	Proprietà di scaling	65
4.5	Il moto browniano frazionale	68
4.5.1	Definizione di moto browniano frazionale	70
4.5.2	Simulazione del moto browniano frazionale	72
4.6	L'analisi range-varianza	75
5	Misure di insiemi frattali	77
5.1	Introduzione	77
5.2	Barra di Cantor e scale diaboliche	79
5.3	Il processo moltiplicativo binomiale	81
5.4	Sottoinsiemi frattali	85
5.5	Esponente di Lipschitz-Hölder e $f(\alpha)$	87
5.6	Gli esponenti di massa	91
5.7	La relazione tra $\tau(q)$ e $f(\alpha)$	93
6	Frattali stocastici semplici	97
6.1	Introduzione	97
6.2	Evidenza empirica dello scaling	99
6.3	Il rapporto area perimetro	102
6.4	I voli di Lévy	106
6.5	Le serie temporali di pioggia	107
6.6	FSP monodimensionali	110
6.7	Simulazione di FSP in una dimensione	112
6.8	La FSP in due dimensioni	113

7	I multifrattali stocastici	115
7.1	Introduzione	115
7.2	Importanza della codimensione	116
7.3	Cascate e processi moltiplicativi	119
7.4	I modelli moltiplicativi	119
7.4.1	Il modello β	119
7.4.2	Il modello α	121
7.5	Scaling multiplo delle distribuzioni	122
7.6	Proprietà della funzione $c(\gamma)$	124
7.7	Dimensione stocastica del campione	127
7.8	Scaling dei momenti statistici	129
7.9	Proprietà della funzione $K(q)$	130
7.10	La codimensione duale dei momenti	133
7.11	Prima classificazione di Multifrattali	134
7.12	Proprietà bare e dressed: il flusso	136
7.13	I <i>trace moments</i> o momenti di traccia	138
7.14	Classificazione di fluttuazioni e di processi	139
7.15	Modello α e momenti statistici	141
8	Multifrattali universali	145
8.1	Introduzione	145
8.2	Multifrattali universali conservativi	147
8.3	Multifrattali non conservativi	151
8.4	I momenti a doppia traccia: DTM	152
8.5	Conclusioni	154
9	Il caos e gli attrattori strani	155
9.1	Introduzione	155
9.2	Introduzione ai sistemi dinamici	156
9.2.1	Relazione tra mappe e flussi	159
9.2.2	Sistemi conservativi e dissipativi	159
9.2.3	Stabilità di un sistema dinamico	160
9.2.4	Insiemi invarianti ed attrattori	161
9.3	Rappresentazione delle soluzioni	163
9.4	Il caos deterministico	166
9.4.1	Lo shift di Bernoulli	168
9.4.2	Gli esponenti di Liapunov	170
9.5	Le equazioni di Lorenz	172
9.6	Derivazione delle equazioni di Lorenz	172
9.6.1	Semplificazioni e approssimazioni	174
9.7	Considerazioni generali	181
9.8	Studio comparato traiettorie-fluido	184
9.8.1	Risultati numerici	185
9.9	Caos e ordine	189
9.10	Esponenti di Liapunov ed equazioni di Lorenz	190

9.11	L'attrattore strano di Lorenz	196
9.11.1	Dimensione frattale dell'attrattore strano	199
9.11.2	La congettura di Kaplan e Yorke	200
9.12	Criticalità auto-organizzata	201
9.13	Conclusioni	203
10	La materia dell'Universo	205
10.1	Introduzione	205
10.2	I cataloghi astronomici	206
10.3	Analisi tramite la funzione $\xi(r)$	210
10.4	La probabilità condizionata	216
10.5	Validazione delle funzioni usate	218
10.6	Analisi comparativa del catalogo CfA	223
10.7	Analisi multifrattale	224
10.8	Conseguenze dei risultati ottenuti	227
11	Multifrattali ed economia	229
11.1	Introduzione	229
11.2	Multifrattali e listino di Borsa	230
11.3	Modelli stocastici	235
11.3.1	Processi di Wiener e fenomeni di diffusione	235
11.3.2	Processi di Wiener generalizzati e processi di Ito	239
11.3.3	Il lemma di Ito e sue conseguenze	241
11.4	Comportamento empirico dei prezzi	243
11.5	Conclusioni	246
12	I casi di Seveso e Chernobyl	249
12.1	Introduzione	249
12.2	Seveso: 10 luglio, 1976	249
12.3	Simulazione monofrattale	251
12.4	Analisi con i multifrattali universali	253
12.5	Chernobyl: 27 aprile, 1986	254
12.6	Provenienza e selezione dei dati	255
12.7	La simulazione frattale	257
12.8	Concentrazione in aria: curve di arrivo	257
12.9	Simulazione per il Nord Italia	258
12.9.1	Risultati finali per il Nord Italia	260
12.10	Deposizione al suolo di ^{137}Cs in Europa	260
Appendice A	Richiami di statistica	263
A.1	Introduzione	263
A.1.1	Distribuzione binomiale di Bernoulli	264
A.1.2	Distribuzione di Poisson	264
A.1.3	Distribuzione di DeMoivre-Gauss	266
A.1.4	Teorema del limite centrale	266
A.1.5	La distribuzione multinomiale	267

A.1.6	Alcune osservazioni	269
A.2	Altre distribuzioni di probabilità	269
A.2.1	Distribuzione rettangolare	270
A.2.2	Distribuzione di Boltzmann	271
A.2.3	Distribuzioni di Fermi-Dirac e Bose-Einstein	273
A.2.4	Distribuzione esponenziale	277
A.2.5	Distribuzione di Breit-Wigner o di Cauchy	279
A.2.6	Altri estimatori di dispersione: il quantile	280
A.2.7	Variabili, parametri e voli di Lévy	280
A.3	Le distribuzioni log-normali	282
A.4	Le funzioni caratteristiche	284
A.5	Affidabilità delle stime	287
A.6	Distribuzioni bivariate gaussiane	288
A.7	Funzioni e integrali di correlazione	292
A.8	Funzioni generatrici	296
A.9	Conclusioni	297
Bibliografia		299
Indice analitico		305

BOZZA NON DEFINITIVA

Introduzione ai frattali in fisica

Ratti, S.P.

2011, XIII, 309 pagg., Softcover

ISBN: 978-88-470-1961-4