

Präambel

Das vorliegende Manuskript basiert auf einer an der ETH Zürich gehaltenen Vorlesung im Herbstsemester 2009, welcher wiederum das Buch *“Complex Analysis”* von Lars Ahlfors zugrundeliegt. Es ist kaum möglich, ein besseres Buch zu diesem Thema zu schreiben, oder dem Meisterwerk von Ahlfors überhaupt nahe zu kommen. Das ist auch keinesfalls meine Absicht. Auch ist dieses Vorlesungsmanuscript nicht als Übersetzung des Buches von Ahlfors gedacht, sondern als ein auf Studentinnen und Studenten der ETH Zürich zugeschnittener Text, der auf den Vorlesungen *“Analysis I & II”* sowie *“Lineare Algebra I & II”* des ersten Studienjahres aufbaut. Ein Teil des Materials in [1], zum Beispiel über topologische und metrische Räume, wird in der Analysis-Vorlesung an der ETH thematisiert und daher hier nicht in der gleichen Ausführlichkeit wie in [1] behandelt. Andererseits beschränkt sich dieses Manuskript auf Themen, die sich in einer einsemestrigen Vorlesung (drei Wochenstunden in 14 Wochen) behandeln lassen, und deren Auswahl natürlich stark den Geschmack und die Präferenzen des Autors widerspiegelt. Es schneidet aus diesem Grunde eine Reihe wichtiger Themen in [1] nicht an, die aber zur weiteren Vertiefung des Studiums wärmstens empfohlen werden.

In der Vorlesung an der ETH wurden die Kapitel 1–5 behandelt (mit einigen noch zu erwähnenden Ausnahmen), nicht aber die im Anhang aufgeführten Kapitel über harmonische Funktionen (Anhang A), zusammenhängende Räume (Anhang B) und den Kompaktheitsbegriff (Anhang C). Dieses Material wurde jedoch in der Vorlesung ohne Beweis verwendet und steht auch teilweise aus der Analysis-Vorlesung zur Verfügung (B und C.1). In den Teilen des Anhangs, bei denen es sich um Erinnerungen an Themen aus der Analysis-Vorlesung handelt, habe ich den Text entsprechend knapp gehalten und auf ausführliche Erläuterungen verzichtet. Im übrigen hält sich der vorliegende Text in den Kapiteln 1–5 weitgehend an die in der Vorlesung verwendete Reihenfolge.

Im Vergleich zur Vorlesung habe ich den Text noch um einige Abschnitte ergänzt, für die in der Vorlesung keine Zeit blieb, und die ihren Weg in dieses Manuskript gefunden haben als Anregung für das weitere Studium des so reichhaltigen und spannenden Gebietes der Funktionentheorie. Dazu gehören die Diskussion der Steinerkreise in Abschnitt 2.3, die Diskussion unendlicher Produkte, der Gamma-Funktion und der Riemannschen Zeta-Funktion in Abschnitt 4.6, die Diskussion elliptischer Integrale und der Weierstrass’schen \wp -Funktion in Abschnitt 5.6, sowie

die Charakterisierung der Biholomorphieklassen mehrfach zusammenhängender Gebiete in den Abschnitten 5.7 und 5.8. In diesem Zusammenhang ist ebenso der Anhang A über harmonische Funktionen zu erwähnen, der in der Vorlesung zwar nur für den Beweis des Schwarzschen Spiegelungsprinzips verwendet wurde, der sich aber andererseits in natürlicher Weise in diesen Text eingliedert, da sich die grundlegenden Eigenschaften harmonischer Funktionen von zwei Variablen elegant aus der Funktionentheorie herleiten lassen.

Als Anmerkung zur Literatur sei hinzugefügt, dass es neben dem Buch von Ahlfors natürlich eine grosse Vielzahl hervorragender Lehrbücher auf dem Gebiet der Funktionentheorie gibt, der ich in dieser Einleitung nicht auch nur annähernd gerecht werden könnte. Eher zufällig herausgegriffen seien die Bücher von Remmert und Schumacher [4, 5], deren zweiter Band unter anderem einen Beweis der Bieberbach-Vermutung enthält, und das Buch von Fischer und Lieb [2], das andere Schwerpunkte setzt als der vorliegende Text und unter anderem für ein tieferes Verständnis der elementaren Funktionen sehr hilfreich ist. Diese Bücher enthalten darüber hinaus auch viele Hinweise zur weiterführenden Literatur.

Ich bin insbesondere Paul Biran zu Dank verpflichtet für seine vielen erleuchtenden Hinweise und Vorschläge zum Aufbau dieser Vorlesung. Mein Dank gilt auch Maria Petkova für ihren hervorragenden Einsatz bei der Betreuung der Übungen sowie ihre Hilfe beim Korrekturlesen.

4. Mai 2010

Dietmar A. Salamon



<http://www.springer.com/978-3-0348-0168-3>

Funktionentheorie

Salamon, D.A.

2012, VIII, 218 S., Softcover

ISBN: 978-3-0348-0168-3

A product of Birkhäuser Basel